角度-空间间断谱元法的遮蔽条件下二维热辐射特性研究 *

李思达，孙亚松，张华波

（西北工业大学 动力与能源学院，陕西 西安 710072）

摘　要：航空发动机燃烧室温度分布对燃烧室结构设计、燃烧过程检测均具有重要意义。燃烧室结构封闭且复杂、存在大面积的辐射遮挡，这给计算其内部由热辐射引起的温度变化分析带来了一定困难。本文提出采用角度-空间间断谱元法求解遮蔽条件下封闭腔内热辐射问题。在求解过程中，通过黎曼迎风方案对空间单元边界上的辐射信息进行分割，实现单元间信息的有效传递。通过与文献结果进行对比发现：角度上采用间断谱元法可有效抑制辐射遮蔽带来的数值振荡，相同角度离散单元数下，可以获得比离散坐标法更光滑的计算结果。通过分析网格数和基函数阶数对数值结果的影响，发现该方法具有 *hp* 收敛特性。此外，控制角度计算节点相同，在与离散坐标法相当的计算精度下，消耗更少的计算时间。

关键词：燃烧室；热辐射；辐射遮蔽；角度-空间间断谱元法；黎曼迎风方案

中图分类号：V231.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1001-4055（2023）03-2203027-09

DOI：10.13675/j.cnki. tjjs. 2203027

Angle-Space Discontinuous Spectral Element Method for Two-Dimensional Thermal Radiation Heat Transfer Within Shadowing Boundary Condition

LI Si-da，SUN Ya-song，ZHANG Hua-bo

（School of Power and Energy，Northwestern Polytechnical University，Xi'an 710072，China）

Abstract：The temperature distribution of aero-engine combustor is very important for the structural design and combustion process detection of aero-engine combustor. The combustor structure is closed and complex，and there is a large area of radiation shielding，which bring some difficulties to the calculation of temperature change caused by thermal radiation. An angle-space discontinuous spectral element method is proposed to solve the thermal radiation problem in a closed cavity under shielding conditions. In the solving process，the radiation information on the space element boundary is segmented by Riemann upwind scheme to achieve effective information transfer between elements. Compared with the results in the literature，with same angular elements，it is found that the discontinuous spectral element method can effectively suppress the numerical oscillation caused by radia-

* **收稿日期**：2022-03-07；**修订日期**：2022-06-10。

基金项目：国家自然科学基金（51976173）；陕西省重点研发计划（2018SF-387）；江苏省自然科学基金（BK20201204）；太仓市基础研究计划（TC2019JC01）。

作者简介：李思达，硕士生，研究领域为高温介质辐射传热。

通讯作者：孙亚松，博士，副教授，博士生导师，研究领域为高温介质传热、两相流传热传质。E-mail：yssun@nwpu.edu.cn

引用格式：李思达，孙亚松，张华波．角度-空间间断谱元法的遮蔽条件下二维热辐射特性研究[J]．推进技术，2023，44(3)：2203027．（LI Si-da，SUN Ya-song，ZHANG Hua-bo. Angle-Space Discontinuous Spectral Element Method for Two-Dimensional Thermal Radiation Heat Transfer Within Shadowing Boundary Condition[J]. *Journal of Propulsion Technology*，2023，44(3)：2203027.）

tion shielding and obtain smoother results than the discrete coordinate method. By analyzing the influence of element numbers and the order of basis function on numerical results, this method has *hp* convergence characteristics. In addition, control angle calculation nodes are same, which spends less calculation time under the same calculation precision with discrete coordinate method.

Key words: Combustor; Thermal radiation; Radiation shielding; Angle-space discontinuous spectral element method; Riemann up-wind system

1 引 言

航空发动机燃烧室内温度分布数值仿真对于了解发动机高温燃烧过程、研究燃烧机理、实现低碳高效燃烧、优化机构设计、热端部件受力分析均具有十分重要的意义[1-3]。由于高温介质的存在，热辐射成为燃烧室内部主要的热交换方式之一[4-5]。当火焰筒存在理想的气膜冷却效果时，热辐射是最主要的燃气与壁面换热方式[6]。同时，航空发动机内部结构不是开阔的，存在许多不透明结构，会对辐射射线起到遮挡作用[7]。因此开展封闭空间内具有遮蔽结构的热辐射数值方法研究是十分有必要的。

发动机燃烧室内部存在大面积的辐射遮挡，这给采用离散坐标、有限元等基于欧拉坐标系分析遮蔽条件下高温介质辐射传递过程带来了困难，容易导致仿真获得的温度分布存在数值振荡和扭曲[8]。Sanchez 和 Smith[9]引入遮蔽问题的辐射计算，利用离散坐标法（Discrete Ordinates Method，DOM）计算了封闭腔内具有突起遮挡的二维空间热辐射分布。Adams 和 Smith[10]进一步采用该方法分析了封闭腔内由于冷却管导致的热辐射遮蔽问题。Howell 等[11]指出在分析封闭区域内热辐射过程时，主要存在以下两个难点：(1)热辐射问题是一个高维问题[12]，其主要待求参数（辐射强度）是空间和角度的高维函数；(2)由于辐射传递的方向性，对于复杂结构会存在辐射遮蔽现象，导致辐射强度在空间和角度分布均存在强烈间断，在数值求解过程中容易导致数值解产生非物理振荡。例如，Zabihi 等[13]采用有限体积法分析复杂区域内热辐射问题时，就出现了严重数值振荡。

针对热辐射计算，研究人员开发了多种数值求解方法。这些数值求解方法主要分为两类：第一类是基于随机性原理的方法，例如蒙特卡洛法（Monte-Carlo Method，MCM）[14-16]，射线追踪法（Ray Travel Method，RTM）[17-18]等。该类方法存在对带有遮蔽的复杂区域适应性好、计算精度高等优点，但也存在计算量大、不易于流动和对流传热耦合计算等缺点。另一类是基于空间网格的确定性方法，例如：有限体积法（Finite Volume Method，FVM）[19]，有限元法（Finite Element Method，FEM）[20-21]，离散坐标法[22]等，此类方法易于流动和对流传热耦合计算。但是，传统有限体积法和有限元法对遮蔽边界出的辐射间断较难捕捉，容易产生数值振荡解。为了解决上述问题，人们提出了一种间断伽辽金法（Discontinuous Galerkin，DG）[23-24]。该方法对间断有天然的适应性，且能够防止人工耦合[25]。为了进一步提升间断伽辽金法的计算精度，Zhao 和 Liu[26]提出将间断伽辽金与高阶谱方法（Spectral Method，SM）结合，即在有限元内进行高阶谱离散，形成间断谱元法（Discontinuous Spectral Element Method，DSEM），该方法可以实现 *hp* 收敛特性。此外，可以将该方法在非结构网格中实施，这样既可以保证对复杂结构热辐射问题的适应性，又可以保障它的高计算精度。

目前，大多数基于空间网格的确定性方法均是在辐射空间域上进行改进，对于角度方向域依然采用传统的有限体积、离散坐标等低阶数值方法。这将导致在角度离散方向不足时容易出现射线效应，增大计算误差[27-28]。这种现象对于遮蔽条件下的热辐射问题尤为明显。最近，Clarke 等[29]和 Wang 等[30]提出一种在角度和空间均采用间断伽辽金法的热辐射模型，并将其应用到简单的一维直角和圆柱坐标热辐射问题分析中。

本文在上述研究的基础上，提出一种角度-空间间断谱元法（Angle-Space Discontinuous Spectral Element Method，ASDSEM），并将其应用到遮蔽条件下的二维热辐射分析中。在求解过程中，对于遮蔽条件下非结构单元之间的辐射信息传递问题，引入黎曼迎风格式进行分割，详细推导了基于该方法求解遮蔽条件下辐射传递方程的离散过程，给出了相应的热辐射模型。随后，通过多组算例验证了该数值模型的正确性和有效性。并对方法的数值特性进行讨论分析。

2 方 法

2.1 数学模型

《传热学》[31]中提到："在工程常见的温度范围内，许多工程材料的光谱吸收比基本上与波长无关。因此，工业上辐射传热计算一般都按照灰体来处理，这种简化处理给辐射传热分析计算带来了很大方便"。因此，本文为了简化工程辐射传热模型，考虑介质为灰体介质，其辐射传递方程的表达式为

$$\boldsymbol{\Omega}\cdot\nabla I+\beta I=s \tag{1}$$

式中$\boldsymbol{\Omega}$为方向向量；I为辐射强度；β为衰减系数；s为源项，可表达为

$$s=(1-\omega)\beta I_{\mathrm{b}}+\frac{\omega\beta}{4\pi}\int_{4\pi}I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\Omega}')\Phi(\boldsymbol{\Omega}',\boldsymbol{\Omega})\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}' \tag{2}$$

式中ω为散射系数，I_{b}为介质黑体辐射强度，$\Phi(\boldsymbol{\Omega}',\boldsymbol{\Omega})$为散射相函数。

对于不透明黑体边界，辐射边界条件为

$$I(\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}},\boldsymbol{\Omega})=\sigma T_{\mathrm{w}}^{4}/\pi,\quad \boldsymbol{n}_{\mathrm{w}}\cdot\boldsymbol{\Omega}\geqslant 0 \tag{3}$$

式中$\boldsymbol{r}_{\mathrm{w}}$为边界空间坐标，$T_{\mathrm{w}}$为边界温度，$\boldsymbol{n}_{\mathrm{w}}$为边界法向量。

边界上的辐射热流可表示为

$$q_{\mathrm{w}}=\int_{4\pi}I\cos(\boldsymbol{n}_{\mathrm{w}},\boldsymbol{\Omega})\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega} \tag{4}$$

由于辐射强度是角度和空间的多维函数，相应的辐射传递方程是高维方程。在求解过程中，需要对角度和空间分别离散，在本文中对角度和空间计算域均采用间断谱元法离散。

2.2 角度离散

首先，对角度计算域沿θ和φ方向展开，采用四边形网格进行划分。辐射强度在角度离散过程中，基函数采用切比雪夫多项式，图1给出了二维三阶切比雪夫多项式的基函数$w_{1,1}$~$w_{4,4}$示意图。

利用上述基函数，对辐射强度进行角度离散为

$$I=\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{a}}}w_{j}I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\Omega}_{j}) \tag{5}$$

式中N_{a}为角度单元内离散节点个数，w_j为插值基

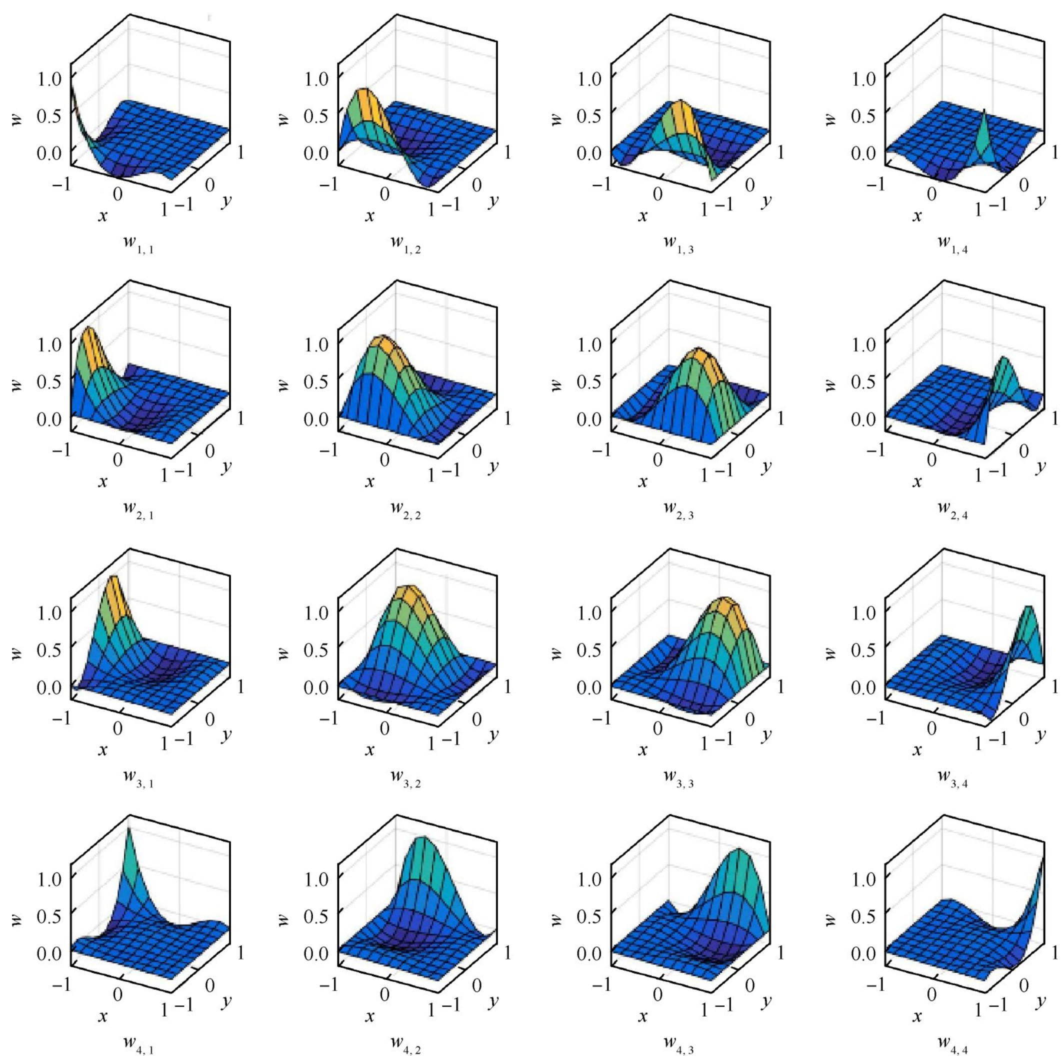


Fig. 1 Three-order basis functions

函数。

在角度单元内，采用伽辽金投影，可得到弱格式的辐射传递方程离散形式

$$\int_{\Omega} w_i\left(\boldsymbol{\Omega}\cdot\nabla I+\beta I\right)\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}=\int_{\Omega} w_i s\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}\quad i=1,2,\cdots,N_{\mathrm{a}} \tag{6}$$

将方程(5)代入方程(6)，并排列成如下矩阵形式

$$\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BI}=\boldsymbol{S} \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{I}$ 为各角度辐射强度列向量，各矩阵元素表达式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}_{i,j}=\int_{\Omega_i} w_i\left(w_j\boldsymbol{\Omega}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}\\ \boldsymbol{B}_{i,j}=\int_{\Omega_i} w_i\beta w_j\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}\\ \boldsymbol{S}_i=\int_{\Omega_i} w_j s\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}\end{cases} \tag{8}$$

2.3　空间离散

为了适应空间结构变化，采用非结构三角网格进行空间单元离散。在离散过程中，可采用如图 2 所示方法，将标准单元内参数通过空间变化投影到实际三角单元中。

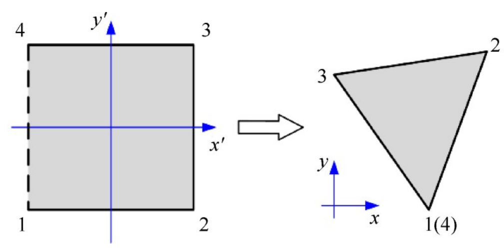


Fig. 2　Schematic of projection between standard element and physical element

在等参单元采用切比雪夫基函数进行张量积展开，相应辐射强度可离散为

$$I=\sum_{j=1}^{N_s}\phi_j I\left(\boldsymbol{r}_j,\boldsymbol{\Omega}\right) \tag{9}$$

式中 ϕ_j 为空间离散基函数，形式与角度基函数一致，N_s 为空间单元内离散节点个数。

在空间单元内，对方程(7)实施伽辽金投影，可得到如下弱格式方程

$$\int_l \phi_i(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BI})\mathrm{d}s=\int_l \phi_i\boldsymbol{S}\mathrm{d}s\quad i=1,2,\cdots,N_{\mathrm{s}} \tag{10}$$

利用高斯散度定理，方程(10)可改写为

$$\begin{aligned}&-\int_l \nabla\phi_i\cdot\boldsymbol{AI}\mathrm{d}s+\int_{\partial l}\phi_i(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}_{\partial l}\boldsymbol{I})\mathrm{d}l+\\&\int_l \phi_i\boldsymbol{BI}\mathrm{d}s=\int_l \phi_i\boldsymbol{S}\mathrm{d}s\end{aligned}\qquad i=1,2,\cdots,N_{\mathrm{s}} \tag{11}$$

式中 ∂l 为单元边界，$\boldsymbol{n}_{\partial l}$ 为边界外法线。

2.4　黎曼迎风

在计算过程中，为避免大矩阵求解对计算资源的高需求，利用角度单元之间相互独立特性，在角度单元上实行并行计算策略。而空间单元存在上下游关系，需要采用扫描计算策略逐次求解。在求解过程中，上游单元计算结果可作为下游单元的边界条件。

在一个角度单元内，空间单元边界与角度的关系决定了空间单元间的信息传递方向。如图 3 所示，会出现空间单元边界从角度单元中间穿过的情况。此时，为了保证空间单元之间的信息有效关系，需要引入黎曼迎风方案对空间单元边界上的辐射信息进行分割。

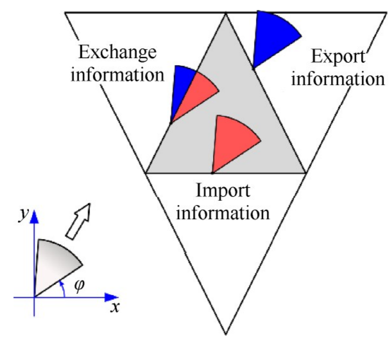


Fig. 3　Information transfer between adjacent elements

首先，对边界上的矩阵进行特征值分解

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{L\Lambda R} \tag{12}$$

式中 L 为左特征向量矩阵，$\boldsymbol{\Lambda}$ 为特征值矩阵，$\boldsymbol{R}$ 为右特征值矩阵。根据特征值的正负，可将特征值矩阵改写为 $\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\Lambda}^{+}+\boldsymbol{\Lambda}^{-}$。此时，方程(12)可改写为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{A}^{+}+\boldsymbol{A}^{-} \tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{A}^{+}=\boldsymbol{L\Lambda}^{+}\boldsymbol{R}$ 表示输出单元的信息矩阵，$\boldsymbol{A}^{-}=\boldsymbol{L\Lambda}^{-}\boldsymbol{R}$ 表示输入单元的信息矩阵。

其次，将方程(13)代入方程(11)，将输出信息作为未知量放在方程左边，将输入信息作为已知量放在方程右边，相应方程可改写为

$$\begin{aligned}&-\int_l \nabla\phi_i\cdot\boldsymbol{AI}\mathrm{d}s+\int_l \phi_i(\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{I})\mathrm{d}l+\int_l \phi_i\boldsymbol{BI}\mathrm{d}s=\\&\int_l \phi_i\boldsymbol{S}\mathrm{d}s-\int_l \phi_i(\boldsymbol{A}^{-}\boldsymbol{I})\mathrm{d}l\quad i=1,2,\cdots,N_{\mathrm{s}}\end{aligned} \tag{14}$$

2.5　计算流程

第一步：角度域划分单元，在单元内离散，组装角度信息矩阵方程(8)。

第二步：空间域划分单元，对空间单元依次扫描，将辐射传递方程离散为方程(11)。

第三步：采用黎曼迎风方案确定求解方程(14)；并在边界单元中引入相应边界条件(方程(3))。

第四步：通过辐射强度计算温度和壁面辐射热流。

3　结果与讨论

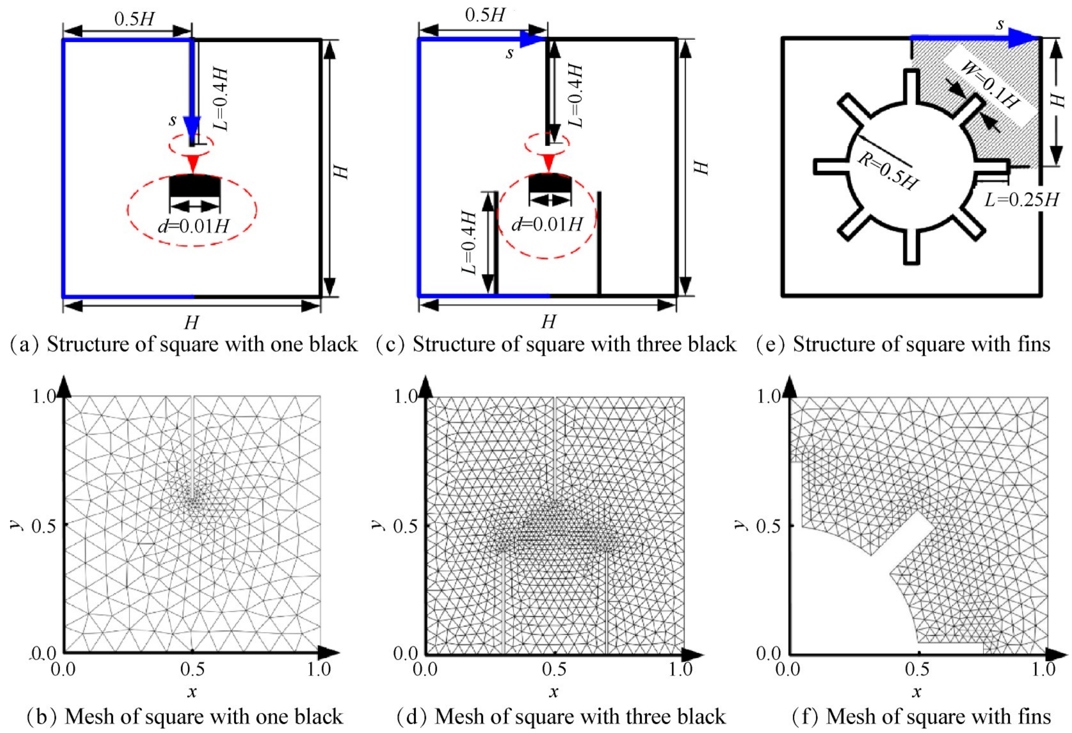
3.1　算例几何模型及边界条件

为了说明方法的性质和特点，本文计算了三个存在遮蔽结构的几何模型。如图 4(a)所示，算例 1 为方腔内存在一个挡板的算例，方腔的长宽都为 H，顶部存在一个长为 L 的挡板，挡板厚度为 δ，其内部 617 个非结构网格划分示意图如图 4(b)所示；如图 4(c)所示，算例 2 为方腔内有三挡板的算例，与算例 1 相比，该算例的空间结构更加复杂，辐射在方腔内的遮挡更明显。方腔长宽均为 H，三块挡板的长度均为 L，厚度为 δ，下壁面两挡板之间的距离为 $0.4H$，沿中轴对称分布。图 4(d)给出了 1957 个非结构三角网格网格划分示意图；如图 4(e)所示，算例 3 方腔内部存在沿径向分布肋片的遮挡结构。其中由于对称关系，计算时只计算 1/4 区域结构即可，其中计算区域的长宽为 H，内部圆形半径为 $R = 0.5H$，肋片高度 $L = 0.25H$，肋片厚度为 $W = 0.1H$。图 4(f)给出了 896 个非结构三角网格网格划分示意图。

本文三个算例中，介质均为灰体，吸收，发射介质。壁面均为黑壁面。其中，算例边界条件如表 1 所示，其中算例 1 和算例 2 的介质发射功率为 $P_g = 10$ W。边界及挡板单位长度的发热功率为 $P_w = 1$ W。算例 3 中介质的温度随迭代变化，达到能量平衡为止。内部圆形几何和肋片温度固定为 $T_{inn} = 1000$K，方腔壁面温度 $T_{out} = 300$K。

3.2　算例 1

图 5 给出了光学厚度 $\tau_L = \beta H$ 分别为 0.1 和 1 两种工况下左半边界上辐射热流的分布。图 5 将角度采用 $N_\theta \times N_\varphi = 10 \times 20$ 个结构网格的离散坐标法(DOM)和角度-空间间断谱元法(ASDSEM)与 Coelho 等[32]采用的区域法(Zone method，ZM)结果进行对比分析。可以看出：在相同角度网格数下，ASDSEM 的计算结果比 DOM 结果更加光滑，与区域法结果[32]更相近。在图 5(a)与图 5(b)中，与 ZM 结果[32]相比，



(a) Structure of square with one black　(c) Structure of square with three black　(e) Structure of square with fins

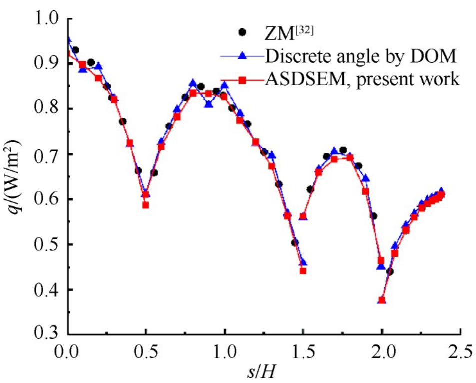
(b) Mesh of square with one black　(d) Mesh of square with three black　(f) Mesh of square with fins

Fig. 4　Diagram of structure and mesh

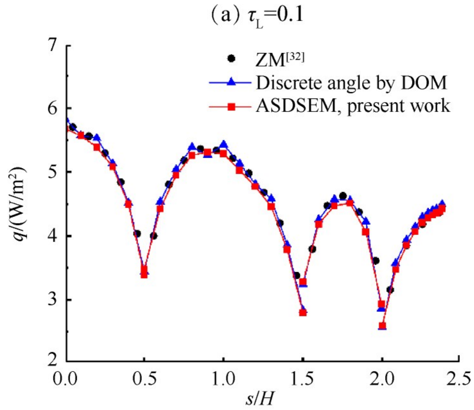
Table 1　Gas media boundary conditions and wall boundary conditions of three cases

Case	Gas media boundary condition	Wall boundary condition
1	$P_g = 10$W	$P_w = 1$W
2	$P_g = 10$W	$P_w = 1$W
3	Balance	$T_{inn} = 1000$K, $T_{out} = 1000$K

DOM的最大相对误差为0.0436和0.0247，而ASDSEM的最大相对误差是0.0278和0.0205。因此，ASDSEM对空间遮蔽问题有较好的适应性和正确性。此外，从图5也可以看出，随着光学厚度增加，左边界及挡板上的辐射热流均增加。如图6所示，比较了图5热流分布图中节点处的相对误差分布图，可以看出控制角度单元个数相同时，角度采用DOM离散误差波动剧烈，存在多处误差较大的计算结果，采用ASDSEM的数值误差整体较低。



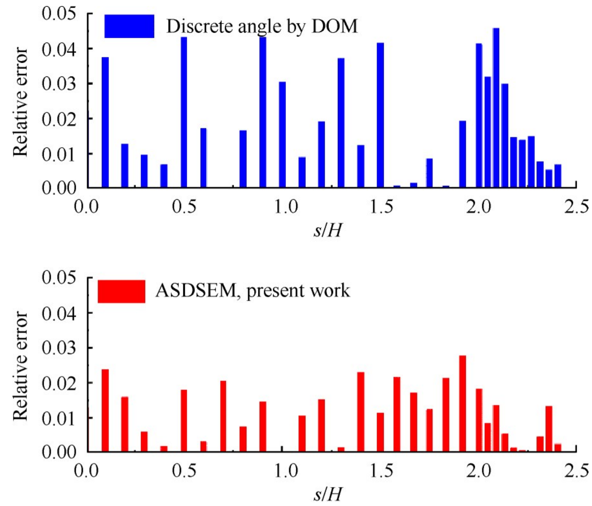
(a) τ_L=0.1



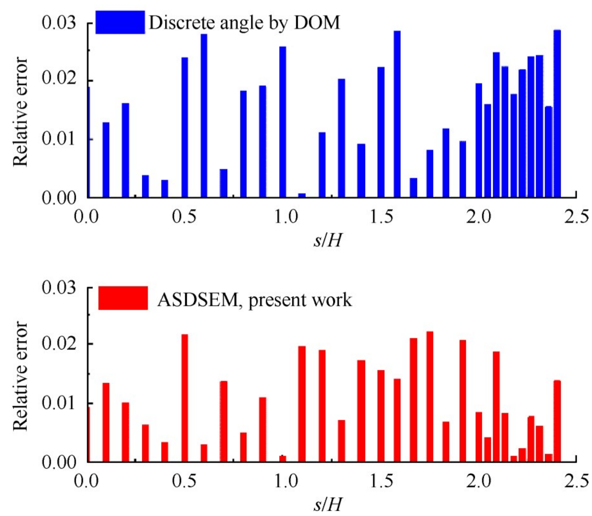
(b) τ_L=1.0

Fig. 5　Radiation heat flux along the boundary of square cavity

为了进一步证明该方法在不同光学厚度中有效性和可靠性，考虑了光学厚度为10的情况。由于光学厚度较大，辐射能在空间传输过程衰减很快，辐射能衰减梯度很大。这给辐射在空间离散带来了很大的挑战。图7分别给出了空间单元离散数和单元内基函数阶数的变化对计算结果的影响。可以看出，随着单元数的增加，计算结果逐渐收敛，趋近于ZM结果[32]。但与相同空间节点下的单元高阶基函数结果相比，收敛速度较慢。表2进一步给出了上述算例的计算误差、计算内存和计算时间。从表中可以看出，采用空间单元内增加基函数阶数的方法比加密网格耗费的计算时间更少、收敛速度更快。也说明了



(a) τ_L=0.1



(b) τ_L=1.0

Fig. 6　Relative error of radiation heat flux along the boundary of square cavity

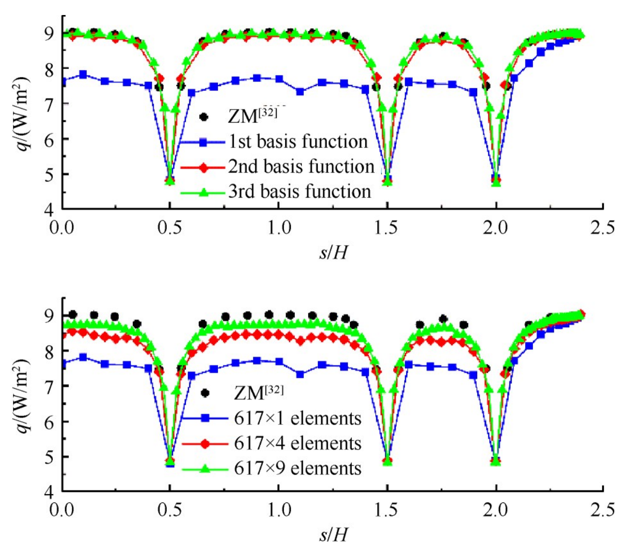


Fig. 7　Radiation heat flux along the boundary of square cavity with different order of basis function, and different special elements

ASDSEM具有hp收敛特性。因此,对于光学厚度较大的介质辐射,单元内采用高阶基函数更具有优势。

Table 2　Comparisons of relative errors, memories, and CPU times for the case of τ_L = 10

Number of special elements	Order of basis function	Relative error	Memory/Mb	CPU time/s
617 × 1	1	0.215	5671.8	30.74
617 × 4		0.070	6558.8	187.61
617 × 9		0.034	8954.2	734.28
617 × 1	1	0.215	5671.8	30.74
	2	0.014	6334.7	58.76
	3	0.010	6637.3	140.19

3.3　算例2

在光学厚度为0.1时,图8(a)给出了左边界上的辐射热流分布。当角度上采用$N_\theta \times N_\varphi$ = 10 × 20时,DOM结果与ZM结果之间的最大相对误差为0.0661,而ASDSEM结果与ZM结果[32]之间的最大相对误差是0.0393。图8(b)和8(c)分别给出了挡板表面辐射热流分布。从图中可以看出,ASDSEM结果更接近ZM结果[32],且计算结果更光滑。此外,还可以看出,挡板上的辐射热流在挡板根部较小、在尖部较大。这是由于辐射传输存在明显的方向性,由于挡板遮蔽的影响,存在"可见面积"的不同。当可见面积越大,则接收到壁面和介质的辐射能越大;此时,挡板处的辐射热流也越大,反之亦然。

如表3所示,保证所有算例在角度离散时的离散节点数N_{node}相同为60 × 120。采用ASDSEM离散时,角度节点数N_{node}为角度单元数与单元内离散节点个数的乘积,当单元内插值函数精度增加,可以减少角度单元数量以维持角度节点个数不变,单元数量的减小会降低计算时间,与此相对,单元内插值节点增加会使计算矩阵的规模变大从而增加计算时间。在两个因素的共同作用下,角度基函数采用2阶精度时计算时间较少。同时,从图中可以看出在角度计算节点相同时,ASDSEM的误差和占用计算机内存与角度采用DOM的情况相当,但是计算时间要明显减少。

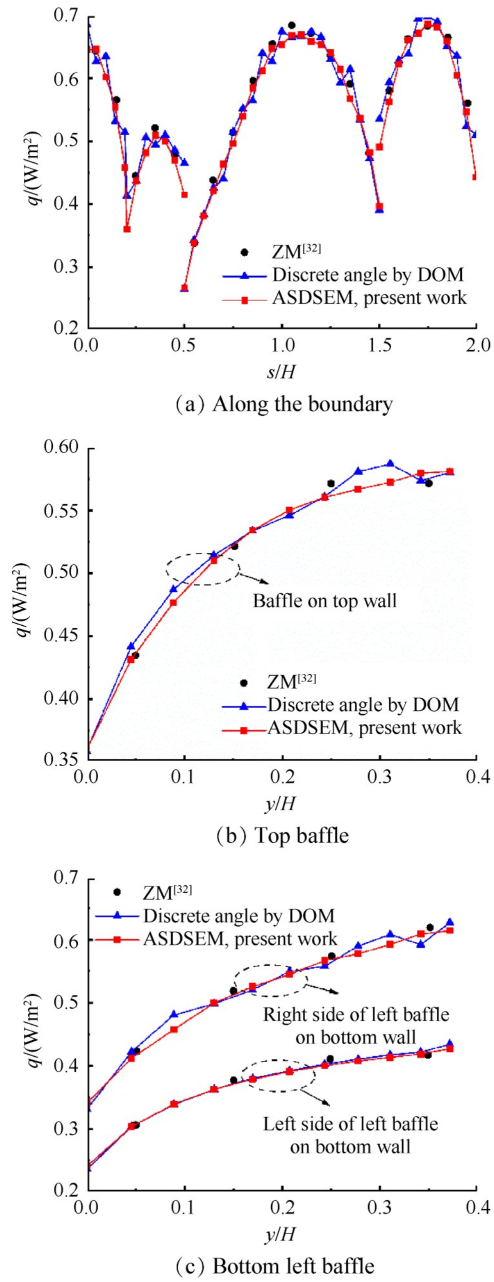


Fig. 8　Radiation heat flux of square cavity

3.4　算例3

为了进一步验证本文方法正确性,控制角度$N_\theta \times N_\varphi$ = 10 × 30。如图9所示介质的散射反照率ω = 0.7,

Table 3　Comparisons of relative errors, memories, and CPU times for the case of τ_L = 0.1

Case	$N_\theta \times N_\varphi$	Order of basis function	N_{node}	Relative error	Memory/Mb	CPU time/s
ASDSEM	30 × 60	1	60 × 120	0.0413	6734.6	267.85
	20 × 40	2		0.0395	6756.6	183.33
	15 × 30	3		0.0441	6791.4	187.43
Discrete angle by DOM	60 × 120			0.0389	6753.8	505.26

计算了$\tau_L = 0.1$和$\tau_L = 5.0$两种情况下，内部具有圆柱和肋片遮挡的方腔内辐射结构体上表面无量纲热流$q^* = q/(\sigma T_{inn}^4)$分布。通过与Lygidakis等[33]计算结果对比最大相对误差为2.03%，可以说明本文方法的正确性，以及对复杂结构的适应性。图10(a)和图10(b)展现了无量纲温度$T^* = T/T_{inn}$的分布，可以看出光学厚度厚的情况温度梯度大、分布范围广。

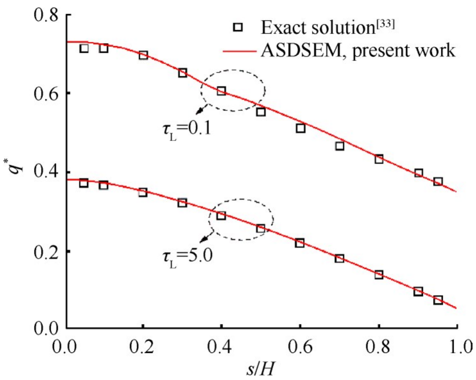
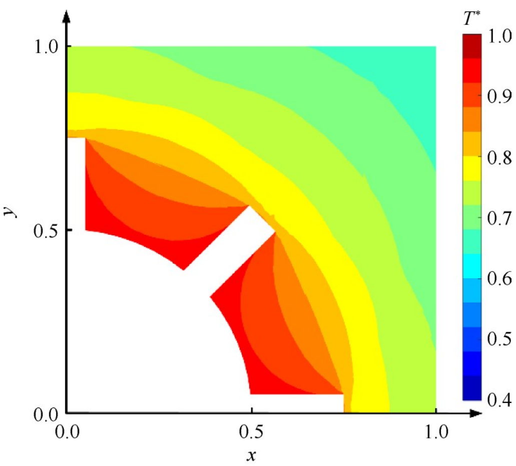
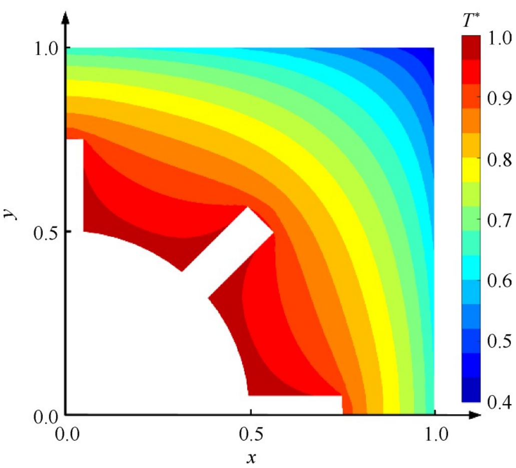


Fig. 9　Dimensionless radiation heat flux of the top boundary



(a) τ_L=0.1



(b) τ_L=5.0

Fig. 10　Dimensionless temperature of region

4　结　论

为了计算遮蔽条件下封闭腔内高温介质热辐射问题，本文提出采用角度-空间间断谱元法对计算域进行离散。通过公式推导给出了方法的离散方程、计算流程。对比三种不同几何结构内介质辐射问题结果，得到以下结论：

(1)该方法边界辐射热流与文献结果吻合良好，可以证明角度-空间间断谱元法对具有遮挡结构的封闭内热辐射问题有很好的计算精度，适应性好。

(2)控制角度离散单元相同，角度-空间间断谱元法的计算结果比离散坐标法的更光滑，相对误差更小，可以说明角度采用间断谱元法对辐射遮蔽带来的数值振荡有很好的抑制效果，具有更小的射线效应。

(3)在光学厚度的算例中，采用高阶空间基函数比加密网格误差收敛速度更快，消耗计算机资源更少，计算效率更高。同时验证了本文方法具有hp收敛特性。

(4)控制角度计算节点相同，采用角度-空间间断谱元法对比角度采用离散坐标法离散在达到相同计算精度的情况下，计算时间更短，占用电脑内存大小差别不大。

致　谢：感谢国家自然科学基金、陕西省重点研发计划、江苏省自然科学基金、太仓市基础研究计划的资助。

参考文献

[1] 王明瑞，王振华，韩　冰，等. 航空发动机主燃烧室高温测试技术[J]. 航空发动机，2016，42(5)：87-93.

[2] 陈炳贻，陈国明. 航空发动机高温测试技术的发展[J]. 推进技术，1996，17(1)：92-96.（CHEN Bing-yi，CHEN Guo-ming. Development of High Temperature Measurement Technique for Aeroengnies[J]. *Journal of Propulsion Technology*，1996，17(1)：92-96.）

[3] 汤　彬，邢　菲，邹建锋，等. 驻涡燃烧室凹腔温度变化规律及气量分配[J]. 推进技术，2011，32(2)：183-187.（TANG Bin，XING Fei，ZOU Jian-feng，et al. Experimental and Numerical Study on Temperature Variation and Air Flow Distribution in Trapped Votex Combustor[J]. *Journal of Propulsion Technology*，2011，32(2)：183-187.）

[4] 毛文懿，林宇震，许全宏，等. 运用区域法模型计算燃烧室内一维辐射换热[J]. 航空动力学报，2010，25(3)：515-520.

[5] 李孟伟. GPU-CPU混合架构下燃烧室辐射换热求解器的设计与实现[D]. 绵阳：西南科技大学，2017.

[6] 金如山. 航空燃气轮机燃烧室[M]. 北京：宇航出版社，1988.

[7] 陈　光. 航空发动机结构设计分析[M]. 北京：北京

航空航天大学出版社, 2014.

[8] Sun Y, Li S, Zhou R, et al. Spatial-Angular Spectral Element Method with Discontinuous Galerkin Schemes for Radiative Transfer in 2D Irregular Enclosures with Obstacles Based on Unstructured Spatial Elements[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2022, 280: 108082.

[9] Sanchez A, Smith T F. Surface Radiation Exchange for Two-Dimensional Rectangular Enclosures Using the Discrete-Ordinates Method[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1992, 144(2): 465-472.

[10] Adams B R, Smith P J. Three Dimensional Discrete Ordinates Modelling of Radiative Transfer in a Geometrically Complex Furnace[J]. *Combustion Science and Technology*, 1993, 88(5-6): 293-308.

[11] Howell J R, Mengüç M P. Challenges for Radiative Transfer 1: Towards the Effective Solution of Conjugate Heat Transfer Problems[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2018, 221: 253-259.

[12] Howell J R, Mengüç M P, Daun K, et al. Thermal Radiation Heat Transfer[M]. *US: CRC Press*, 2020.

[13] Zabihi M, Lari K, Amiri H. Coupled Radiative-Conductive Heat Transfer Problems in Complex Geometries Using Embedded Boundary Method[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2017, 39(7): 2847-2864.

[14] Fleck Jr J A, Canfield E H. A Random Walk Procedure for Improving the Computational Efficiency of the Implicit Monte Carlo Method for Nonlinear Radiation Transport [J]. *Journal of Computational Physics*, 1984, 54(3): 508-523.

[15] Fleck Jr J A. The Calculation of Nonlinear Radiation Transport by a Monte Carlo Method[R]. *UCRL*-7838, 1961.

[16] Brown F B, Martin W R. Monte Carlo Methods for Radiation Transport Analysis on Vector Computers[J]. *Progress in Nuclear Energy*, 1984, 14(3): 269-299.

[17] Okoye C C, Patel R B, Hasan S, et al. Comparison of Ray Tracing and Monte Carlo Calculation Algorithms for Thoracic Spine Lesions Treated with CyberKnife-Based Stereotactic Body Radiation Therapy[J]. *Technology in Cancer Research & Treatment*, 2016, 15(1): 196-202.

[18] Chan Y-C, Tzempelikos A. A Hybrid Ray-Tracing and Radiosity Method for Calculating Radiation Transport and Illuminance Distribution in Spaces with Venetian Blinds [J]. *Solar Energy*, 2012, 86(11): 3109-3124.

[19] Chai J C, Lee H S, Patankar S V. Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer[J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1994, 8(3): 419-425.

[20] Badri M A, Jolivet P, Rousseau B, et al. High Performance Computation of Radiative Transfer Equation Using the Finite Element Method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 360: 74-92.

[21] Mohan P S, Tarvainen T, Schweiger M, et al. Variable Order Spherical Harmonic Expansion Scheme for the Radiative Transport Equation Using Finite Elements[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(19): 7364-7383.

[22] Adams M L, Larsen E W. Fast Iterative Methods for Discrete-Ordinates Particle Transport Calculations [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2002, 40(1): 3-159.

[23] Han W, Huang J, Eichholz J A. Discrete-Ordinate Discontinuous Galerkin Methods for Solving the Radiative Transfer Equation[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2010, 32(2): 477-497.

[24] Reed W H, Hill T R. Triangular Mesh Methods for the Neutron Transport Equation[R]. *LA-UR*-73-479.

[25] Giani S, Seaid M. Multi-Hp Adaptive Discontinuous Galerkin Methods for Simplified PN Approximations of 3D Radiative Transferin Non-Gray Media[J]. *Applied Numerical Mathematics*, 2020, 150: 252-273.

[26] Zhao J M, Liu L H. Discontinuous Spectral Element Approach for Solving Transient Radiative Transfer Equation [J]. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2008, 22(1): 20-28.

[27] Lathrop K D. Ray Effects in Discrete Ordinates Equations [J]. *Nuclear Science and Engineering*, 1968, 32(3): 357-369.

[28] Hunter B, Guo Z. Numerical Smearing, Ray Effect, and Angular False Scattering in Radiation Transfer Computation[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, 81: 63-74.

[29] Clarke P, Wang H, Garrard J, et al. Space-Angle Discontinuous Galerkin Method for Plane-Parallel Radiative Transfer Equation[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2019, 233: 87-98.

[30] Wang H, Abedi R, Mudaliar S. Space-Angle Discontinuous Galerkin Method for Radiative Transfer Between Concentric Cylinders[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2020, 257: 107281.

[31] 陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.

[32] Coelho P J, Goncalves J M, Carvalho M G, et al. Modelling of Radiative Heat Transfer in Enclosures with Obstacles[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1998, 41(4-5): 745-756.

[33] Lygidakis G N, Nikolos I K. Assessment of Different Spatial/Angular Agglomeration Multigrid Schemes for the Acceleration of FVM Radiative Heat Transfer Computations [J]. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 2016, 69(5): 389-412.

(编辑:梅　瑛)