

线接触弹流润滑最小油膜厚度综合对比分析^{*}

侯岩昆¹, 刘振刚¹, 刘振侠¹, 王秋菊², 胡敦珂¹, 邢彬²

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710129;

2. 中国航空发动机集团 航空发动机动力传输重点实验室, 辽宁 沈阳 110015)

摘要: 针对航空发动机中某直齿轮节圆位置, 考虑弹流润滑中的热效应, 研究了速度参数 ($\bar{u}$), 载荷参数 ($\bar{w}$) 与材料参数 ($\bar{g}$) 对等温解与热解的影响。并对目前广泛用于计算等温条件下最小油膜厚度的三种经验公式进行了对比分析。发现在本文研究的工况范围内采用 Грubbин 与 Dowson 公式计算得到的弹流润滑等温解与热解误差较大。而 Yang 公式在速度参数较低或载荷参数适中的情况下等温解与热解误差较小, 在部分工况中可以直接采用该公式对线接触最小油膜厚度进行预测。三种等温经验公式均将载荷参数的影响估计过高。同时以相对误差 10% 作为量化等温解与热解的界限给出了各无量纲参数的参考范围, 若满足以下条件之一, 则不可忽略弹流润滑中热效应的影响, 等温解不再适用: (1) $\bar{u} > 10^{-10}$; (2) $\bar{w} < 5 \times 10^{-5}$ 且 $\bar{u} > 5 \times 10^{-11}$; (3) $\bar{w} > 3 \times 10^{-4}$ 。

关键词: 航空发动机; 线接触; 油膜厚度; 弹流润滑; 热效应

中图分类号: TH117.2

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2023) 03-210824-09

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 210824

General Analysis of Minimum Film Thickness in Line Contact Elastohydrodynamic Lubrication

HOU Yan-kun¹, LIU Zhen-gang¹, LIU Zhen-xia¹, WANG Qiu-ju², HU Dun-ke¹, XING Bin²

(1. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

2. Key Laboratory of Power Transmission Technology on Aero-Engine, Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: Aiming at the pitch circle position of a spur gear in an aeroengine, considering the thermal effect of elastohydrodynamic lubrication, the effects of velocity parameters ($\bar{u}$), load parameters ($\bar{w}$) and material parameters ($\bar{g}$) on isothermal solution and thermal solution were studied. Three empirical formulas widely used to calculate the minimum oil film thickness under isothermal conditions are compared and analyzed. It is found that the error between the isothermal solution and thermal of elastohydrodynamic lubrication calculated by the formula of Грubbин and Dowson is large within the working conditions studied in this paper. Yang's formula has a small error in isothermal solution and thermal solution under low velocity or moderate load parameters, which can be directly used to predict the minimum oil film thickness of line contact in some working conditions. All three isotherm empirical formulas overestimate the effect of load parameters. The relative error of 10% is taken as the boundary between the quantized isothermal solution and thermal solution, and the reference range of each dimen-

^{*} 收稿日期: 2021-11-25; 修订日期: 2022-03-23。

基金项目: 国家科技重大专项 (J2019-III-0023-0067)。

作者简介: 侯岩昆, 硕士生, 研究领域为航空发动机润滑系统。

通讯作者: 刘振刚, 博士, 副教授, 研究领域为航空发动机润滑系统。E-mail: zgl@nwpu.edu.cn

引用格式: 侯岩昆, 刘振刚, 刘振侠, 等. 线接触弹流润滑最小油膜厚度综合对比分析[J]. 推进技术, 2023, 44(3): 210824. (HOU Yan-kun, LIU Zhen-gang, LIU Zhen-xia, et al. General Analysis of Minimum Film Thickness in Line Contact Elastohydrodynamic Lubrication[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2023, 44(3):210824.)

sionless parameter is given. If one of the following conditions is met, the influence of thermal effects in elastohydrodynamic lubrication cannot be ignored, and the isothermal solution is no longer applicable: (1) $\bar{u} > 10^{-10}$; (2) $\bar{w} < 5 \times 10^{-10}$ and $\bar{u} > 5 \times 10^{-11}$; (3) $\bar{w} > 3 \times 10^{-4}$.

Key words: Aeroengine; Line contact; Film thickness; Elastohydrodynamic lubrication; Thermal effect

1 引言

油膜厚度是工程师在设计摩擦学系统时应该估计的一个很重要的参数,而最小油膜厚度则对能否实现良好润滑有着重要影响。Zhang等^[1]采用层状油膜滑移模型发现油膜滑移和热效应对油膜厚度均有影响。Tsuha等^[2]研究了不同滚子轴承的线接触几何形状对油膜厚度的影响。路遵友等^[3]发现圆柱滚子轴承中热弹性变形量与最小油膜厚度处在同一数量级,但热弹性变形对最小油膜厚度的影响较小。Almqvist等^[4]采用CFD方法验证了Reynolds方程求解线接触弹流问题的正确性。Shahrivar等^[5]给出了定义有效润滑剂黏度的回归公式,并发现摩擦系数为卷吸速度乘以有效黏度的函数。Fryza等^[6]通过实验验证了油膜厚度主要由卷吸速度与滑油黏度决定,并总结了润滑剂的近似流变特性规律。Marx等^[7]将铬半反射涂层应用于透明的聚氨酯光盘,使传统的光干涉法测量具有较软接触面的膜厚成为了现实。Liu等^[8]总结发现等温、光滑表面条件下计算的油膜厚度偏厚。Meziane等^[9]通过实验验证了外部温度的升高会使得中心膜厚与最小膜厚降低。李宝良等^[10]对齿轮温度场进行了分析,发现齿轮转速对温度影响较大,转速越高升温越高。顾俊杰^[11]考虑了非牛顿流体效应与热效应,发现等温解与热解的趋势相似,仅热解数值较低。Wang等^[12]发现粗糙度对中心油膜厚度影响较大,使中心膜厚呈锯齿状分布,但粗糙度对平均油膜厚度的影响较小。

以往的研究大多单独针对弹流等温解或热解进行计算,也有研究人员只考虑了单一等温解与热解在数值上的差异,或是针对某一经验公式给出分析,并没有明确线接触弹流润滑等温解与热解之间的界限。针对这些问题,此次研究针对直齿轮啮合过程中载荷最重的节圆位置开展分析,并对应用较为广泛的用于计算等温条件下线接触最小油膜厚度的经验公式进行了对比分析,由于粗糙度对最小油膜厚度的影响与所选择的粗糙度分布函数或是表面真实形貌相关,不同的粗糙度函数会对计算结果产生不同大小的影响,并且各个经验公式也没有考虑粗糙度的影响,因此本文选择了光滑表面,仅从热效应这

一角度来进行上述对比分析。随后研究了速度参数、载荷参数与材料参数对弹流润滑等温解与热解的影响规律,以等温解与热解最小膜厚相对误差10%^[13-15]为界限,量化各无量纲参数的适用范围。

2 基本方程和数值解法

2.1 基本方程

流体动力润滑是由润滑剂形成的薄膜把两工作表面完全分隔开,而流体膜中的压力是由表面的相对运动将黏性流体带入越来越小的间隙中产生的,描述流体润滑这种物理现象的基本方程为Reynolds方程,是Navier-Stokes(N-S)方程的一种特殊形式;齿轮啮合过程中的高载荷往往会带来不可忽略的弹性变形,因此引入Hertz接触理论;高载荷又会导致润滑剂的黏度与密度发生变化,因此也需要采用相应的黏-密方程;而接触带来的热效应也不可忽略;在整个计算模型建立的过程中应用到的基本方程如下。

2.1.1 膜厚方程

渐开线直齿轮啮合可以简化为两圆柱体接触的线接触模型,两圆柱体的接触可以进一步转化为一圆柱体与刚性平面的接触。 R_1, R_2 分别为两接触体的曲率半径,其综合曲率半径为

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

如图1所示,包含表面弹性变形的线触油膜厚度方程为

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} + \frac{2}{\pi E'} \int_{s_0}^{s_1} p(s) \ln(s-x)^2 ds \quad (2)$$

$$E' = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$$

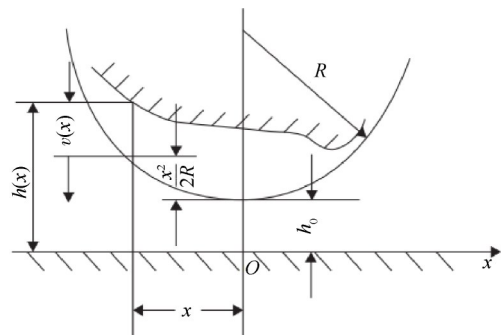


Fig. 1 Line contact equivalent model

式中 h_0 为接触区域中心油膜厚度(m); E' 为两接触固体综合弹性模量(Pa); s_0, s_1 分别为求解区域的起始与终止坐标; ν 为泊松比。

2.1.2 Reynolds 方程

假设润滑油为牛顿流体,遵守牛顿黏性定律,油膜受到的惯性力等可以忽略不计;由于油膜厚度极小,因此假设油膜压力沿厚度方向不变;基于以上假设的广义一维 Reynolds 方程^[16]为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12u_s \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (3)$$

式中 ρ 为润滑油密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$), h 为油膜厚度(m), η 是油膜黏度($\text{Pa} \cdot \text{s}$), p 为油膜压力(Pa), u_s 为 x 方向卷吸速度($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), 其中 $u_s = (u_1 + u_2)/2$, u_1, u_2 分别为两固体表面的速度。

在求解 Reynolds 方程时,其边界条件为

$$\begin{aligned} p(x_{\text{in}/\text{out}}) &= 0 \\ p(x) &\geq 0 \quad (x_{\text{in}} < x < x_{\text{out}}) \end{aligned} \quad (4)$$

2.1.3 黏-温-压方程

润滑油的黏-温-压关系采用 Roelands 关系式^[17]为

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ c \cdot \left[(1 + \beta)^q \left(\frac{T - 138}{T_0 - 138} \right)^S - 1 \right] \right\} \quad (5)$$

式中 η_0 为滑油初始黏度($\text{Pa} \cdot \text{s}$), T_0 为环境热力学温度(K), T 为油膜实际热力学温度(K), 黏-压系数 $q = 0.68$, 黏-温系数 $S = -1.1$ 。 $c = \ln \eta_0 + 9.67$, $\beta = p/p_0$, 压力黏度系数 $p_0 = 1.96 \times 10^8$ 。

2.1.4 密-温-压方程

润滑油的密度-温度-压力关系采用 Dowson-Higginson 关系式^[18]为

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} + D(T - T_0) \right] \quad (6)$$

式中 ρ_0 为滑油初始密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$), 温度密度系数 $D = -0.00065 \text{K}^{-1}$ 。

2.1.5 载荷平衡方程

数值求解弹流问题是在给定载荷条件下进行的,所以求出的压力必须满足载荷平衡条件(方程),即压力在整个接触区域的积分需要与给定的载荷相同,载荷平衡方程为

$$w - \int_{s_0}^{s_1} p(s) dx = 0 \quad (7)$$

式中 $p(s) dx$ 为载荷分布函数, w 为接触区域单位长度载荷(N/m)。

2.1.6 油膜能量方程

在不考虑油膜的惯性力、体积力与热辐射的影

响,忽略除膜厚方向的热传导,油膜厚度的尺度远小于接触区域在其他方向的尺度的情况下,可认为 $\partial p / \partial z = 0$, 故油膜的能量方程为

$$c_p \rho \left(u_s \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} u \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial u_s}{\partial z} \right)^2 \quad (8)$$

式中 c_p 是滑油质量热容($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), k 是滑油导热系数($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}$), v 为 z 方向流速($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)。

2.1.7 运动方程

在已知接触区域润滑油膜的压力与膜厚分布的情况下,才能求解油膜在 x 方向的速度,从而对油膜的能量方程进行求解。对运动方程进行微分即可得到对应流速

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (9)$$

2.1.8 连续方程

由于油膜能量方程(8)中的流速 u_z 会给分析造成一定的困难,因此使用连续性方程对其进行替换

$$\frac{\partial(\rho u_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

2.1.9 固体区域能量方程

求解油膜能量方程还需要已知上下固体接触面热界面条件,固体区域热界面方程为

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{\sqrt{\pi \rho_1 c_1 k_1 u_1}} \int_{-\infty}^x k \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=0} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_{1,0} \\ T_2 &= \frac{1}{\sqrt{\pi \rho_2 c_2 k_2 u_2}} \int_{-\infty}^x k \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=h} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_{2,0} \end{aligned} \quad (11)$$

式中角标 1, 2 分别代表接触区域的上下表面; $\rho, c, k, u_i, T_{i,0}$ 分别代表齿轮材料的密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$), 比热容($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), 导热率($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}$), 两表面沿 x 方向的切向速度(m/s), 初始温度(K)。

固体区域能量方程的热边界条件为

$$\begin{aligned} q_1 &= -k \frac{\partial T_1}{\partial z_1} \bigg|_{z_1=0} = k \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=0} \\ q_2 &= -k \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \bigg|_{z_2=0} = k \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=h} \end{aligned} \quad (12)$$

2.2 方程无量纲化及数值求解过程

在开始数值计算前,需要对上述理论方程进行无量纲化与离散,如表 1 所示。表中 x 为卷吸速度方向的坐标数值(m); z 为油膜厚度方向的坐标数值(m); b 为 Hertz 接触区域宽度(m); $-4.0 < \bar{x} < 2.4$; ε 为材料参数的系数,其与黏压系数 q 有关, $\varepsilon = q \times 5.1 \times 10^{-9} \times [\ln(\eta_0) + 9.67]$ 。

根据润滑油的流动情况分析,入口区可能存在

Table 1 Dimensionless variable

Parameter	Value
x 方向坐标	$\bar{x} = x/b$
z 方向坐标	$\bar{z} = zR/b^2$
无量纲黏度	$\bar{\eta} = \eta/\eta_0$
无量纲密度	$\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
无量纲压力	$\bar{p} = p/p_H$
Hertz 接触压力	$p_H = 2w/(\pi b)$
无量纲膜厚	$H = hR/b^2$
载荷参数	$\bar{w} = w/(E'R^2)$
速度参数	$\bar{u} = \eta_0\mu_0/(E'R)$
材料参数	$\bar{g} = \varepsilon E'$

一个逆流区,对于低速情况,逆流区很小,可以忽略不计,但在高转速或重载的情况下,逆流区的范围将逐渐扩大,并且逆流区逐渐向中心方向移动,此时逆流区对温度计算的影响就成为了不可忽略的因素,因此根据流动的方向选择不同的差分方向,从而克服逆流给温度分析造成的困难,因此给出如下差分格式^[19]

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,k} = (T_{i,k} - T_{i-1,k})/\Delta x \quad u_{i,k} \geq 0$$
$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,k} = (T_{i+1,k} - T_{i,k})/\Delta x \quad u_{i,k} < 0$$

(13)

图2为线接触热弹流润滑数值计算的基本过程。

2.3 数值验证

为了将具体实验结果和对应数值结果进行对比分析,给出齿轮油膜数值计算绝对误差 δh 和相对误

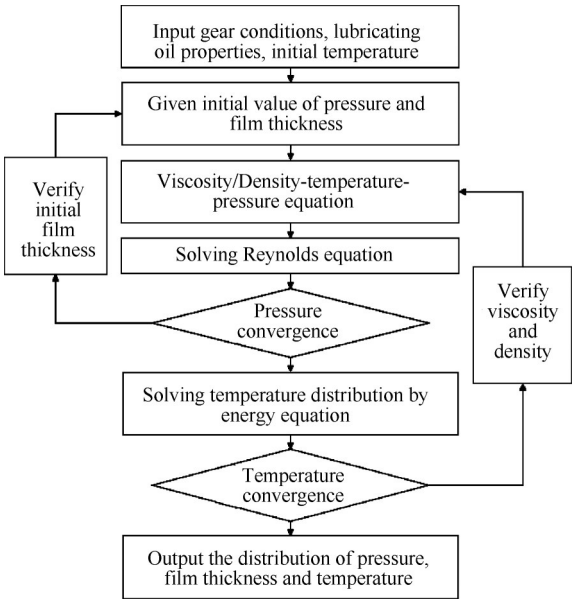


Fig. 2 Process of line contact thermal elastohydrodynamic program

差 err 的定义为

$$\delta h = h - h_{simulation}$$

(14)

$$err = \frac{\delta h}{h_{simulation}}$$

(15)

式中 h 为对比油膜厚度, $h_{simulation}$ 为本文计算的油膜厚度。

现选取文献[20]中通过光干涉法得到的线接触圆柱滚子在接触区域中的油膜厚度分布实验结果,以实验结果作为参考,根据式(15)得到的相对误差来验证本文中热弹流润滑数值计算结果的准确程度。为了避免出现数值计算结果与实验结果偶然吻合的情况,因此选择了文献[20]中多个实验工况来进行验证,如图3所示。同时表2给出了实验中圆柱滚子以及滑油的相关参数。

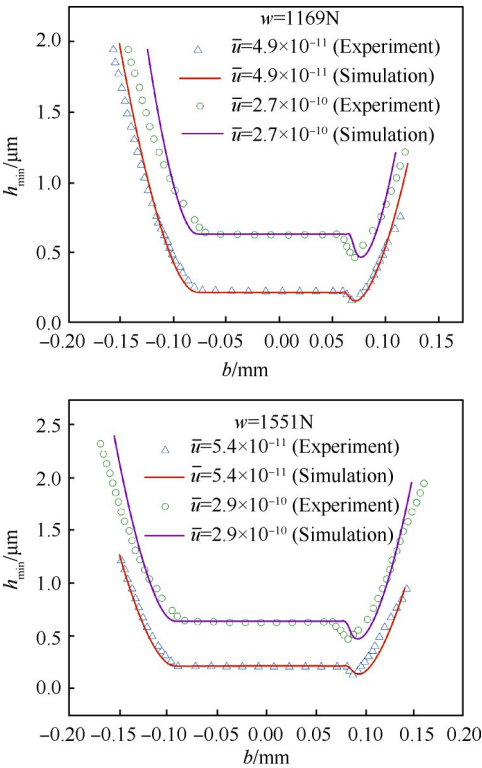


Fig. 3 Experimental and numerical results

Table 2 Experimental parameters of cylindrical roller and lubricating oil^[20]

Parameter	Value
Radius of roller R_x /mm	4.1
Length of roller l /mm	13.7
Comprehensive E' /GPa	1.20
Lubricant viscosity η_0 /(Pa·s)	0.5708

从图3中可以发现不同工况下计算得到的油膜厚度分布与实验结果相吻合,最大绝对误差 $0.059\mu\text{m}$,最大相对误差不超过9%,由于实验采用光干涉法进行

测量,实验本身会有些许误差,且不同数值求解格式也会影响计算值,因此认为本文的计算结果可信。

3 数值求解与经验公式

3.1 工况参数

以航空发动机中某圆柱齿轮为研究对象。该齿轮的相关结构工况参数见表 3,一对啮合齿轮的齿数 z , 齿轮模数 m , 压力角 α , 齿宽 L , 设计点转速(小齿轮) n , 设计点功率 P 。设计点供油温度(140℃)下齿轮材料物性参数和滑油物性参数见表 4 和表 5。假设齿轮正常运转时为全油润滑,能够形成完整油膜,对齿轮进行润滑数值仿真分析。

Table 3 Geometric parameters of spur gears

Parameter	Value
Gear teeth number	43/30
m/mm	2.5
$\alpha/(\text{^\circ})$	25
L/mm	10
$n/(\text{r/min})$	28442
P/kW	192.5

Table 4 Physical properties of gear material at 140℃

Parameter	Value
Material	16Cr3NiWMoVNbE
Roughness $Ra/\mu\text{m}$	0.4
$\lambda/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K})$	30.0
$c_p/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	721
$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	7980
E/GPa	212
Poisson's ratio	0.3

Table 5 Physical properties of 4106# lubricating oil at 140℃

Parameter	Value
$\lambda/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K})$	0.139
$c_p/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	2166
$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	882.3
$\eta/(\text{Pa}\cdot\text{s})$	0.002345

3.2 经验公式及数值对比

摩擦学常用摩擦比厚的概念来描述动力机械的润滑情况,即最小油膜厚度与两接触表面的综合粗糙度的比值,当该数值大于 3 时,一般认为当前处于完全弹流润滑,小于 1 则为边界润滑状态,1~3 则为混合润滑状态。因此在评价齿轮的润滑良好与否时,便需要对齿轮啮合区域出现的最小油膜厚度进行准

确计算。现选取各类机械手册以及文献中常用的最小油膜厚度计算经验公式,研究速度参数、载荷参数、材料参数对最小油膜厚度的影响。同时分析热解与等温解的适用范围与差异性。三种常用求解等温条件下线接触最小油膜厚度公式如下:

格鲁宾(Грубин)无量纲经验公式^[21]

$$H_{\min} = \frac{h_{\min}}{R} = 1.95(\bar{u})^{0.73}(\bar{g})^{0.73}(\bar{w})^{-0.09} \tag{16}$$

道森(Dowson)无量纲经验公式^[18]

$$H_{\min} = \frac{h_{\min}}{R} = 2.65(\bar{u})^{0.7}(\bar{g})^{0.54}(\bar{w})^{-0.13} \tag{17}$$

杨沛然(Yang)无量纲经验公式^[22]

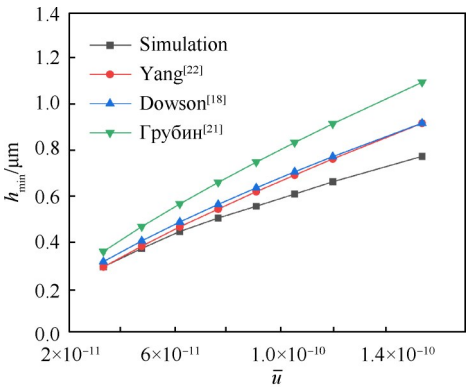
$$H_{\min} = \frac{h_{\min}}{R} = 6.76(\bar{u})^{0.75}(\bar{g})^{0.53}(\bar{w})^{-0.16} \tag{18}$$

式中 $\bar{u}, \bar{g}, \bar{w}$ 均为无量纲参数,分别为速度参数、材料参数、载荷参数。

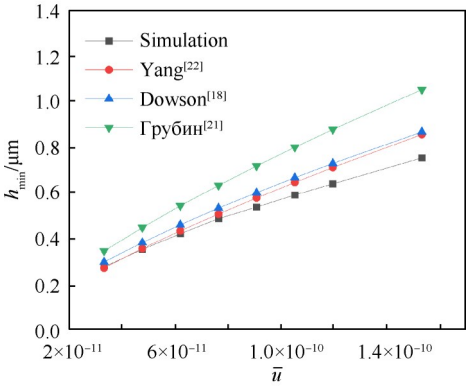
$$\bar{u} = \frac{\eta_0 u_s}{E'R} \quad \bar{g} = \varepsilon E' \quad \bar{w} = \frac{F_N/L}{E'R} \tag{19}$$

式中 R 为啮合点综合曲率半径(m), F_N 为齿轮承受法向力(N)。

固定载荷参数与材料参数,随着速度参数的增大,最小油膜厚度等温解与热解之间的差异以及变化趋势如图 4 所示。



(a) $\bar{w}=1.18\times10^{-4}, \bar{g}=3064$



(b) $\bar{w}=1.68\times10^{-4}, \bar{g}=3064$

Fig. 4 Influence of different velocity parameters on the minimum oil film thickness

图4中速度参数的变化主要由齿轮转速的上升引起,齿轮转速从7000r/min逐渐上升至32000r/min。此次计算中最大转速情况下齿轮线速度达180m/s,属于极高速齿轮范围,同时承受着较高的载荷。从图4中可以看出当载荷参数 $\bar{w}$ 与材料参数 $\bar{g}$ 保持不变时,随着速度参数 $\bar{u}$ 的增大,最小油膜厚度会逐渐增大,增长逐渐变缓,符合弹流理论一般规律。

对比各个经验公式的等温解与弹流热解,可以看出Грубин公式的计算结果一直最大,这是由于Грубин公式计算的是接触区进口的油膜厚度,数值上更加接近平均油膜厚度,并不是最小油膜厚度。Dowson公式与Yang公式的计算结果均远小于Грубин公式的计算结果,同时可以看出这两个公式的计算结果十分接近,但整体上Dowson公式的计算结果略大。这是由于Dowson公式选择了Barus黏压关系,该关系式在高压条件下会将黏性计算得偏大,而公式Yang则选择了Roelands黏压关系,该关系式在压力接近1GPa时黏度与实验都吻合良好,当黏度估计较大时便会出现最小膜厚增大的现象。从图4中也可观察到这一现象,图4(a)的载荷小于图4(b),也可以看到随着载荷参数的增大,Dowson公式与Yang公式的计算差距有所增加,也反映了不同黏度关系对最小油膜厚度的影响。而本文在计算收敛的情况下得到的热解在绝大多数工况范围均为最小值,这是由于考虑了在齿轮啮合过程中,由于齿面相对滑动、受到载荷出现摩擦生热,使得滑油温度有了显著上升,而温度的上升主要会使得滑油实际黏度低于初始黏度,减小了相对滑动带来的剪切效应,也就降低了实际速度参数,因此总是有着最小的数值结果。同时随着转速的增大,摩擦产生的生热会进一步加剧,便可以看到随着速度参数 $\bar{u}$ 的逐渐增大,热解与等温解之间的相对误差也在逐渐增大。

表6与表7分别展示了图4(a)与图4(b)中不同工况下,各经验公式求得的最小膜厚等温解与考虑热效应求得的热解之间的相对误差。

从表中可以发现图4(a)中速度参数最小时(工况1, $\bar{u}=3.4\times10^{-11}$)Yang等温解与热解有着最小的相对误差,在工况5时($\bar{u}=9\times10^{-11}$)相对误差超过了10%,而速度参数最大时(工况8, $\bar{u}=15.3\times10^{-11}$),则有着最大相对误差。图4(b)中速度参数最小时(工况2, $\bar{u}=4.8\times10^{-11}$)Yang等温解与热解有着最小的相对误差,在工况6时($\bar{u}=11\times10^{-11}$)相对误差接近10%,而 $\bar{u}$ 达到最大时(工况8, $\bar{u}=15.3\times10^{-11}$),则有着最大相对误差,而Грубин公式与Dowson公式的计算结果与热解有

Table 6 Relative error between isothermal and thermal solution in Fig. 4(a) (%)

Condition	Yang	Dowson	Грубин
1	-0.3	7.5	22.4
2	2.7	8.8	25.5
3	4.5	9.2	26.6
4	7.7	11.7	30.5
5	11.3	14.4	34.4
6	13.5	15.8	36.6
7	15.0	16.5	37.9
8	18.5	18.7	41.6

Table 7 Relative error between isothermal and thermal solution in Fig. 4(b) (%)

Condition	Yang	Dowson	Грубин
1	-1.8	7.5	24.7
2	1.1	8.5	27.0
3	3.1	9.2	28.8
4	4.1	9.4	29.6
5	7.4	11.7	33.3
6	9.3	12.8	35.2
7	11.1	13.9	37.1
8	13.6	15.1	39.6

着更大误差。

结合表6与表7,图4(a)与图4(b)中的相对误差可以发现,随着载荷参数的上升,等温解与热解的相对误差在逐渐减小。原本考虑热效应会使滑油黏度降低,导致热解膜厚始终为最小值,但图4中出现了热解与等温解非常接近甚至交叉的现象。这是由于计算等温条件下最小油膜厚度的经验公式仅由速度参数($\bar{u}$)、载荷参数($\bar{w}$)与材料参数($\bar{g}$)组成,其中二次压力峰主要影响着最小油膜厚度,而 $\bar{u}$ 又主要影响着二次压力峰。因此, $\bar{w}$ 的增大会抑制二次压力峰,并对最小膜厚产生正面的影响,削弱了 $\bar{u}$ 对最小膜厚的影响。从式(16)~(18)中可以发现, $\bar{w}$ 与膜厚呈负指数关系,因此可以发现各等温经验公式在忽略热效应时,将 $\bar{w}$ 的影响估计过大,从而出现了热解与等温解逐渐接近的现象。同时由于速度参数的减小,热效应也不再显著,因此热解与Yang公式的等温解之间相对误差也会有所降低,图4便对等温经验公式的适用范围有了一定限制。

固定速度参数与材料参数,随着载荷参数的增大,最小油膜厚度等温解与热解之间的差异以及变化趋势如图5所示。图5中载荷参数的变化主要由齿轮功率的上升引起,为了维持速度参数不变,图5(a)齿轮功率从55kW逐渐上升至350kW,图5(b)齿

轮功率从 110kW 逐渐上升至 700kW。从图 5 中可以看出,当速度参数 $\bar{u}$ 与材料参数 $\bar{g}$ 保持不变时,随着载荷参数的增加,最小油膜厚度下降,这是因为接触区外间隙形状急剧扩张引起油膜的突然收缩,也就出现了油膜颈缩现象从而产生了二次压力峰,导致了油膜厚度的最小点是在齿轮啮出时出现,而载荷的增大会使由动压形成的二次峰先增后减。以图 5 (a)为例,经计算此时 $\bar{w}$ 最小时二次峰压力为 0.85GPa, $\bar{w}$ 最大时二次峰压力为 1.83GPa,虽然二次峰在高载荷情况下会被抑制,但相比于低载荷时依然压力较大,因此啮合出口位置的最小油膜厚度有所下降,从式(16)~(18)中也可以看到,最小油膜厚度与载荷参数呈负指数的关系,因此高载荷会导致最小油膜厚度减小,符合弹流理论的一般规律。对比各个经验公式的等温解与弹流热解,可以看出 Грубин 公式的计算结果依然为最大值。Dowson 公式与 Yang 公式的计算结果均远小于 Грубин 公式的计算结果,同时可以看出这两个公式的计算结果较为接近,但整体上 Dowson 公式的计算结果略大。弹流热解则与 Yang 公式的计算结果较为接近,且在大多数工况范围内为最小值。

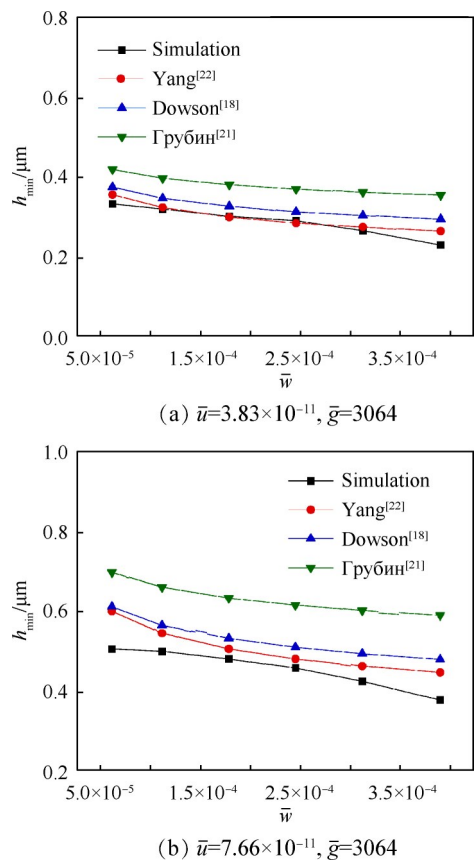


Fig. 5 Influence of different loading parameters on the minimum oil film thickness

表 8 与表 9 分别展示了图 5(a)与图 5(b)中不同工况下,各经验公式求得的最小膜厚等温解与考虑热效应求得的热解之间的相对误差。

Table 8 Relative error between isothermal and thermal solution in Fig. 5(a) (%)

Condition	Yang	Dowson	Грубин
1	6.9	12.6	25.8
2	1.3	8.4	24.1
3	-0.7	8.3	26.2
4	-2.1	7.6	27.1
5	3.4	14.3	36.1
6	15.2	28.3	54.3

Table 9 Relative error between isothermal and thermal solution in Fig. 5(b) (%)

Condition	Yang	Dowson	Грубин
1	18.6	20.8	37.8
2	9.0	13.0	32.1
3	5.2	10.6	31.7
4	5.0	11.4	34.4
5	9.0	16.3	41.7
6	18.3	27.1	56.2

图 5(a)中工况 3($\bar{w}=1.79 \times 10^{-4}$) Yang 等温解与热解有着最小的相对误差,而载荷参数达到最大时(工况 6, $\bar{w}=3.91 \times 10^{-4}$),则有着最大的相对误差。图 5 (b)中工况 4($\bar{w}=2.46 \times 10^{-4}$) Yang 等温解与热解有着最小的相对误差,工况 2($\bar{w}=1.12 \times 10^{-4}$)与工况 5($\bar{w}=3.13 \times 10^{-4}$)均有着接近 10% 的相对误差,而载荷参数最大或是最小时(工况 1, $\bar{w}=6.1 \times 10^{-5}$;工况 6, $\bar{w}=3.91 \times 10^{-4}$)均有着 18% 的最大相对误差。而其他等温解最小油膜厚度计算经验公式则与热解有着更大误差。

结合表 8 与表 9 对比图 5(a)与图 5(b),在低载荷与高载荷工况出现较大误差的原因是由于载荷过小时,即使速度较低,速度参数的影响相对变大,可以看到当速度参数增大时,在载荷最小的工况点也出现了热解与等温解之间相对误差增大的情况,而载荷参数较大时则会因为压力的上升摩擦逐渐加剧使得热效应不可忽略,便出现了载荷参数较大时的高相对误差。载荷参数较小时,抑制效果不明显使得油膜剪切增强,热效应增强,而载荷参数较大时,油膜自身的摩擦被强化也会使热效应增强,反而是在载荷参数适中的工况范围内,由于热效应下载荷参数更强的抑制作用以及等温解将载荷参数的影响高估,从而出现了热解与等温解接近的情况,从而导致

了等温解与热解也出现了不同的变化趋势,等温解为下凹而热解为上凸。而图 5(b)的最小油膜厚度在对应工况均高于图 5(a)中的结果,这是由于较高的卷吸速度会使得最小油膜厚度上升,从式(17)~(19)中也可以看到油膜厚度与速度参数呈正指数的关系。同时也可以看出当速度参数增大时由于剪切效应的增强,导致热效应的影响更加显著,使得图 5(b)的相对误差高于图 5(a)。因此图 5 便对经验公式的适用范围做出了限制。

固定 $\bar{u}=7.66\times10^{-11}$ 与 $\bar{w}=1.18\times10^{-4}$ 时,随着材料参数的增大,最小油膜厚度等温解与热解之间的差异以及变化趋势如图 6 所示。由于综合弹性模量的变化会使得无量纲参数 $\bar{u}$ 与 $\bar{w}$ 发生变化,因此也需要改变转速与载荷来维持 $\bar{u}$ 与 $\bar{w}$ 的固定。由式(2)与表 5 可得 140℃时综合弹性模量为 233GPa,令该综合弹性模量为 $1.0E'$,图中随着横坐标逐渐增大,各个数据点对应的弹性模量分别为 $0.3E'$, $0.65E'$, $1.0E'$, $1.3E'$, $1.5E'$ 。

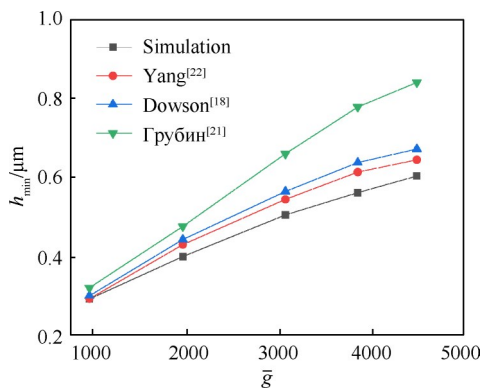


Fig. 6 Influence of different material parameters on the minimum oil film thickness

可以看到随着材料参数的逐渐增大,最小油膜厚度均有所上升,除了 Грубин 公式以外,其余等温解经验公式与热解的计算结果有着相同的趋势。表 10 展示了图 6 中不同工况下,各经验公式求得的最小膜厚等温解与考虑热效应求得的热解之间的相对误差。

由于降低材料参数,即主要降低了综合弹性杨氏模量,在材料参数的最小值点(此时齿轮功率为 80kW, 6400r/min,线速度约为 36m/s)出现了热解与 Yang 公式、Dowson 公式的相对误差均小于 3%的情况,此时相对滑动小、载荷小、摩擦生热也较小即低速、轻载的情况下等温解与热解无明显差异。以 Yang 与 Dowson 等温解与热解的相对误差为例可以发

Table 10 Relative error between isothermal and thermal solution in Fig. 6 (%)

Condition	Yang	Dowson	Грубин
1	0.2	2.8	8.8
2	7.0	9.7	16.0
3	7.2	10.5	23.4
4	8.5	11.9	27.8
5	6.4	10.1	28.1

现,除了工况 1 在其他工况点上材料参数的改变对相对误差的影响较小,相对误差的最大变化量约为 2%,并无明显增大或减小的迹象,拥有过低的材料参数的材料也很少应用在齿轮等高速重载的机构之上,并且常用材料的材料参数也都比较接近,因此可以认为材料参数对求解线接触齿轮啮合区域最小油膜厚度时采用等温解还是热解并无明显影响。

4 结 论

通过本文研究,得到以下结论:

(1)随着速度参数的增大,最小油膜厚度会增加并且与经验公式有着相同的趋势;随着载荷参数的增大(齿轮功率的增大),虽然经验公式等温解与热解计算的最小油膜厚度均会下降,但是等温解的下降趋势呈现下凹趋势,而热解呈现上凸趋势;随着材料参数的增大(齿轮综合弹性模量的增大),最小油膜厚度会增大并且与经验公式有着相同的趋势;速度参数对最小油膜厚度的影响远大于载荷参数的影响。

(2)速度参数越大,弹流润滑的热解与等温解的相对误差越大;载荷参数过小或过大热解与等温解之间的相对误差都会越大;当材料参数较小时热解与等温解之间的相对误差较小,随着材料参数的上升相对误差会稳定在 10% 以内;速度参数与材料参数对最小油膜厚度的影响大于载荷参数的影响,而一般材料参数变化范围较小,因此,合理调整齿轮工作时的速度参数与载荷参数可以获得较为良好的润滑效果。

(3)当速度参数较大时、载荷参数过大或过小时均会出现等温解与热解的相对误差较大的情况,此时便需要考虑弹流润滑中温度变化的影响,不可用等温解代替热解。以相对误差 10% 为界限,给出了不可忽略热效应的速度参数与载荷参数的变化区间:(1)速度参数($\bar{u}$)大于 1×10^{-10} ; (2)载荷参数($\bar{w}$)小于 5×10^{-5} 且速度参数($\bar{u}$)大于 5×10^{-11} ; (3)载荷参数($\bar{w}$)大于 3×10^{-4} 。

(4)对每个经验公式在较广的参数范围内进行计算并与线接触弹流热解进行对照后发现,杨沛然(Yang)回归出的等温经验公式都比以往的经验公式拥有更好的计算精度,在较大工况参数范围内均可以使用该公式对最小油膜厚度进行计算或是对需要考虑弹流润滑热效应的工况进行有效的预测。

致谢:感谢国家科技重大专项的资助。

参考文献

- [1] Zhang Y G, Wang W Z, Liang H, et al. Layered Oil Slip Model for Investigation of Film Thickness Behaviours at High Speed Conditions [J]. *Tribology International*, 2019, 131: 137-147.
- [2] Tsuba N A H, Cavalca K L. Finite Line Contact Stiffness under Elasto-Hydrodynamic Lubrication Considering Linear and Nonlinear Force Models [J]. *Tribology International*, 2020, 146: 106219.
- [3] 路遵友, 吕延军, 李莎, 等. 考虑热弹性变形和表面粗糙度的圆柱滚子轴承热弹流润滑分析[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(13): 159-169.
- [4] Almqvist T, Almqvist A, Larsson R. A Comparison Between Computational Fluid Dynamic and Reynolds Approaches for Simulating Transient EHL Line Contacts [J]. *Tribology International*, 2004, 37: 61-69.
- [5] Shahriar K, Ortigosa E M, Hidalgo A R, et al. Isoviscous Elastohydrodynamic Lubrication of Inelastic Non-Newtonian Fluids [J]. *Tribology International*, 2019, 140: 105707.
- [6] Fryza J, Sperka P, Kaneta M, et al. Effects of Lubricant Rheology and Impact Speed on EHL Film Thickness at Pure Squeeze Action [J]. *Tribology International*, 2017, 106: 1-9.
- [7] Marx N, Guegan J, Spikes H A. Elastohydrodynamic-Film Thickness of Soft EHL Contacts Using Optical Interferometry [J]. *Tribology International*, 2016, 99: 267-277.
- [8] Liu H L, Liu H J, Zhu C C, et al. Effects of Lubrication on Gear Performance: A Review [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 145: 103701.
- [9] Meziane B, Vergne P, Devaux N, et al. Film Thickness Build-Up in Zero Entrainment Velocity Wide Point Contacts [J]. *Tribology International*, 2020, 141: 105897.
- [10] 李宝良, 毕琳, 陶雪娟. 基于摩擦影响的渐开线直齿圆柱齿轮温度场分析[J]. *机械传动*, 2015, 39(4): 102-105.
- [11] 顾俊杰. 基于非牛顿流体的圆柱齿轮副热弹流润滑研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
- [12] Wang Z Z, Pu W, He T, et al. Numerical Simulation of Transient Mixed Elasto-Hydrodynamic Lubrication for Spiral Bevel Gears [J]. *Tribology International*, 2019, 139: 67-77.
- [13] Anuradha P, Kumar P. New Film Thickness Formula for Shear Thinning Fluids in Thin Film Elastohydrodynamic Lubrication Line Contacts [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2011, 225(4): 173-179.
- [14] Bair S. High Pressure Rheology for Quantitative Elastohydrodynamics [M]. *Netherlands: Elsevier*, 2007.
- [15] Guerra E, Otero J E, Sánchez López A, et al. Film Thickness Predictions for Line Contact Using a New Reynolds Carreau Equation [J]. *Tribology International*, 2015, 82: 133-141.
- [16] 温诗铸. 弹性流体动力润滑 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [17] Roelands C. Correlation Aspects of Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubrication Oils [D]. *Delft: Delft University of Technology*, 1966.
- [18] Dowson D, Higginson G R. Elastohydrodynamic Lubrication [M]. *Oxford: Pergamon Press*, 1977.
- [19] 陆凤霞. 面向航空传动的多尺度参数下轴承及齿轮润滑特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [20] Wymer D G. Elastohydrodynamic Lubrication of a Rolling Line Contact [D]. *London: University of London*, 1972.
- [21] Грубин А Н, Vinogradova I E. Investigation of the Contact of Machine Components [M]. *Russian: Central Scientific Research Institute for Technology and Mechanical Engineering*, 1949.
- [22] 杨沛然, 温诗铸. 线接触弹流问题一种新的解算方法及更准确的油膜厚度公式 [R]. 北京: 清华大学科学报告, 1988.

(编辑:朱立影)