# 粘塑性本构模型材料参数识别的降维优化方法 及其应用<sup>\*</sup>

石多奇1, 隋天校1, 范永升1, 董成利2, 郭广平2, 杨晓光1

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院,北京 100191;2. 中国航发北京航空材料研究院,北京 100095)

摘 要:为了建立简单高效的材料参数优化方法,将张量形式的本构方程降低维度,表达为标量形式的本构方程,利用 Matlab 软件完成了标量本构模型与数学优化算法的一体化集成,开发了材料参数优化程序组,获得了 FGH96,K417G,IC10,DD26高温合金不同温度下的材料参数,并利用有限元软件 Abaqus 软件 Material library 模块对材料参数进行存储管理。结果显示:所建立的参数优化方法计算代价 小,优化效率高,操作相对简单,可快速自动地获得粘塑性模型的材料参数;调用计算程序及 Material library 模块中的相关数据,能够较为精确地模拟高温合金的短时拉伸性能与长时蠕变性能,可完成复杂 温度场下涡轮叶片的蠕变分析。

关键词:粘塑性;本构模型;材料参数识别;降维优化方法;推进系统;热端部件;高温合金 中图分类号: V231.91 文献标识码:A 文章编号:1001-4055 (2022) 12-210447-11 DOI: 10.13675/j.enki. tjjs. 210447

# Dimensionality Reduction Optimization Method about Material Parameter Identification of Viscoplastic Constitutive Models and Its Application

SHI Duo-qi<sup>1</sup>, SUI Tian-xiao<sup>1</sup>, FAN Yong-sheng<sup>1</sup>, DONG Cheng-li<sup>2</sup>, GUO Guang-ping<sup>2</sup>, YANG Xiao-guang<sup>1</sup>

(1. School of Power and Energy, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. AECC Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, China)

**Abstract**: The aim of this investigation is to develop a simple and efficient material parameter optimization method. The constitutive tensor equations were rearranging to scalar ones. The integration of the scalar constitutive model and mathematical optimization algorithm was achieved by Matlab software, and the material parameter optimization program was developed. The material parameters of FGH96,K417G,IC10,DD26 at different temperatures were obtained. The Material library module of Abaqus software was used to store and manage these material parameters. The results show that the developed parameter optimization method had the advantages of low calculation cost, high optimization efficiency, and relatively simple implementation. The material parameters of visco-plastic model could be obtained efficiently and automatically by this optimization method. Calling the routines and the material parameters in the Material library module, the short-term tensile properties and the long-term creep

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2021-07-08; 修订日期: 2022-03-07。

基金项目: 国家科技重大专项 (J2019-VI-0008)。

通讯作者:石多奇,博士,教授,研究领域为发动机结构强度和寿命可靠性、高温合金与复合材料力学行为与本构理论等。

引用格式:石多奇,隋天校,范永升,等.粘塑性本构模型材料参数识别的降维优化方法及其应用[J].推进技术,2022,43 (12):210447. (SHI Duo-qi, SUI Tian-xiao, FAN Yong-sheng, et al. Dimensionality Reduction Optimization Method about Material Parameter Identification of Viscoplastic Constitutive Models and Its Application [J]. Journal of Propulsion Technology,2022,43(12):210447.)

properties of these superalloys were simulated accurately. The creep analysis of a turbine blade under complex temperature fields was further completed.

Key words: Viscoplasticity; Constitutive models; Material parameter identification; Dimensionality reduction optimization method; Propulsion system; Hot section; Superalloy

# 1 引 言

进一步增加航空航天舰船推进系统的推重比、 降低其耗油率是发展尖端武器装备与先进运载工具 的基本要求<sup>[1]</sup>。随着涡轮前温度的提高,燃气涡轮发 动机热端部件的服役环境与结构形式愈加复杂,保 障零部件可靠性与耐久性至关重要,准确合理的变 形与应力应变场评估是保证推进系统战备完好性与 任务成功率、减小维修保障费用的重要前提<sup>[2]</sup>。粘塑 性本构模型能够精确模拟高温结构材料的短时/长时 力学响应,其在热端部件结构强度设计与寿命管理 中得到了广泛应用<sup>[3]</sup>。

粘塑性本构模型中含有大量待定的材料参数, 用户需根据试验数据优化材料参数。然而,不同材 料参数对力学行为的影响相互耦合,参数之间具有 很强的非线性关联<sup>[3]</sup>,并且单调拉伸曲线的时间范围 仅有数十秒,而蠕变曲线的时间范围可达数百万秒, 长时/短时力学行为的优化效果难以平衡。粘塑性本 构模型的材料参数优化困难,此过程对用户理论水 平要求较高且需耗费大量时间精力。截至目前,工 业界缺乏简单高效的粘塑性本构模型材料参数优化 方法,这制约着先进本构模型在推进系统热端部件 结构强度设计中的应用,相关研究亟待开展。

本构模型的材料参数优化方法可大致分为2类。 第1类属于试错优化法,用户需根据自身经验反复调 整材料参数,对试验数据进行拟合,直至计算/试验结 果间的误差满足要求。日本名古屋大学 Ohno 等<sup>[4]</sup>发 现部分材料参数对单调拉伸性能影响有限,而对棘 轮等循环变形影响显著,故先根据拉伸曲线优化得 到全部材料参数,之后调整对拉伸曲线影响有限的 材料参数,直至循环变形的模拟精度达到要求;西南 交通大学康国政等[5-7]利用此方法[4]得到 304 不锈钢 在室温和700℃下的粘塑性材料参数,单调拉伸与棘 轮变形的仿真精度较高:华东理工大学轩福贞等[8]同 样利用该方法<sup>[4]</sup>成功模拟了P92钢在650℃下的循环 软化及疲劳-蠕变交互作用;英国布里斯托大学Li 等<sup>[9-10]</sup>利用降维简化的粘塑性模型得到 SRR99 单晶 合金的材料参数,[001]/[111]取向拉伸曲线的仿真 与试验结果吻合;南京航空航天大学宋迎东等[11-12]推

导了 Bodner-Partom 模型的材料参数估计公式,精确 预测了不同应变率条件下的单调拉伸曲线。

第2类材料参数优化方法集成了数学优化算法 与本构模型,进而提高了优化效率。北航石多奇 等<sup>[3,13-15]</sup>根据材料参数的作用将其进行分组,开发了 Levenberg-Marquadt(L-M)非线性优化算法,得到了 GH4169与DZ125等多种高温合金的粘塑性参数,准 确地模拟了其单调拉伸、循环硬化/软化及蠕变特性; 清华大学曹文宇等<sup>[16]</sup>利用L-M参数优化方法<sup>[13]</sup>获得 了Haynes230合金不同温度下的粘塑性模型材料参 数,循环变形及应力松弛的仿真结果精度较高;石多 奇等<sup>[17-18]</sup>与王荣桥等<sup>[19]</sup>将遗传算法用于优化本构模 型的待定参数,结果良好;文献[20-21]基于杂交遗 传算法与梯度优化算法开发了本构模型参数识别软 件,成功模拟了Haynes230合金不同温度下的循环变 形特性。

第1类方法操作简单,但要求用户具有较高的知 识经验水平,需人工反复调整参数进行迭代计算,过 程较为繁琐,优化效率相对较低;第2类方法借助优 化算法,自动开展迭代计算,但计算量大,操作复杂 度相对较高。因此,建立简单高效的材料参数优化 方法仍具有一定的工程与学术意义。

本文针对粘塑性本构模型的材料参数识别优化 问题,将三维空间中张量形式的本构方程组降维表 达为一维空间中标量形式的本构方程,利用Matlab软 件将其编写为计算程序,结合数学优化算法实现了 材料参数的自动迭代优化。开发了粘塑性本构模型 的材料参数优化模块,利用此模块得到了FGH96, K417G,IC10,DD26等高温合金的材料参数,成功模 拟了多种材料的短时拉伸特性与长时蠕变特性,并 进一步利用商业通用有限元软件Abaqus的Material library模块实现了材料参数的存储管理,工程技术人 员可直接调用相关材料参数开展有限元计算分析。

# 2 方 法

#### 2.1 本构模型理论框架及数值实现

近 30 年来,国内众多材料研究所积累了大量高 温合金的力学性能数据,编写了多部材料数据手册, 提供了丰富的短时单调拉伸曲线与长时蠕变曲线, 文中粘塑性模型主要用于模拟高温结构材料的拉伸 性能与蠕变性能。

变形高温合金、粉末高温合金及等轴晶铸造高温 合金可近似为各向同性材料,具有2个弹性常数;定向 凝固柱晶高温合金可近似为横观各向同性材料,具有 5个弹性常数;单晶高温合金可近似为立方对称性材 料,具有3个弹性常数;本文针对定向凝固柱晶高温合 金,介绍横观各向同性粘塑性理论的基本框架。

根据横观各向同性材料的力学属性,假设材料 沿着笛卡尔坐标系中的Z轴方向凝固,则在X轴与Y 轴组成的平面内,材料表现为各向同性,故有如下关 系式成立:*E*<sub>11</sub>=*E*<sub>22</sub>,*G*<sub>23</sub>=*G*<sub>31</sub>, *μ*<sub>12</sub>=*μ*<sub>21</sub>, *μ*<sub>23</sub>=*μ*<sub>13</sub>和*G*<sub>12</sub>=*E*<sub>11</sub>/ (2(1+ $\mu_{12}$ ))。式中*E*表示弹性模量;*G*表示剪切模量;  $\mu$ 表示泊松比;下标1,2,3分别对应*X*轴、*Y*轴与*Z*轴; 定向凝固柱晶高温合金5个独立的弹性常数为分别 为 $E_{11},E_{33},\mu_{12},\mu_{23}$ 和 $G_{23}$ 。

总应变张量可按下式分解,即

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{t} = \boldsymbol{\varepsilon}^{e} + \boldsymbol{\varepsilon}^{in} \tag{1}$$

式中 $\varepsilon$ '表示总应变张量, $\varepsilon$ '表示弹性应变张量, $\varepsilon$ <sup>in</sup>表示非弹性应变张量。

应力应变关系可表达为[22]

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}:\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} \tag{2}$$

式中**σ**为应力张量,":"表示双点积运算,**D**为对称的 弹性矩阵。

式中 $N=1-\mu_{12}\mu_{21}-\mu_{23}\mu_{32}-\mu_{31}\mu_{13}-\mu_{12}\mu_{23}\mu_{31}-\mu_{21}\mu_{13}\mu_{32}$ 。 粘塑性流动方程可写为<sup>[23]</sup>

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\rm in} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \frac{M_{ijkl} (\sigma'_{kl} - X'_{kl})}{J_2 (\sigma - X)} \tag{4}$$

式中 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in}$ 为非弹性应变率,若<>内的变量x>0,则<x>=x,否则< $x>=0,K与n为材料参数,\sigma'_{id}$ 表示应力偏张量分量,X表示背应力张量, $J_2$ 表示张量的第二不变量,f为屈服函数。

$$J_{2}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{X}) = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\boldsymbol{\sigma}_{ij}' - \boldsymbol{X}_{ij}'\right) M_{ijkl} \left(\boldsymbol{\sigma}_{kl}' - \boldsymbol{X}_{kl}'\right)} \quad (5)$$

式中M<sub>ikl</sub>为对称的各向异性矩阵。

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & \frac{M_{33}}{2} - M_{11} & -\frac{M_{33}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ M_{11} & -\frac{M_{33}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & 2M_{11} - \frac{M_{33}}{2} & 0 & 0 \\ & & & M_{66} & 0 \\ & & & & M_{66} \end{bmatrix}$$
(6)

屈服函数f可写为

$$f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{X}) - \boldsymbol{R} - \boldsymbol{k}_0 \tag{7}$$

式中R为各向同性硬化标量,k<sub>0</sub>为初始屈服强度。

背应力 X 与各向同性硬化标量 R 分别反映了材料的运动硬化与各向同性硬化,其演化方程可表

达为[3,24-25]

$$\dot{X}_{ij} = c\dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}} - aX_{ij}\dot{p} - \beta J_2(\boldsymbol{X})^r X_{ij}$$
(8)

$$\dot{R} = b(W - R)\dot{p} \tag{9}$$

式中*c*,*a*,*β*,*r*均为温度相关的材料参数;*b*,W同样为 材料参数;*p*为等效非弹性应变率。

$$\dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \tag{10}$$

Chaboche<sup>[26]</sup>将背应力分解为3项,用于模拟材料 在不同塑性变形阶段的循环非线性变形特性,利用 多项背应力模拟拉伸与蠕变变形特性有所冗余,因 此可对模型进行减缩,仅保留1项背应力。

经典粘塑性模型仅能模拟蠕变第1,2阶段,可将 "蠕变损伤"与粘塑性模型耦合<sup>[27]</sup>,进而模拟蠕变第3 阶段,根据 Rabotnov 损伤法则<sup>[24]</sup>,蠕变损伤 d 的演化 方程为

$$\dot{d} = \left(\frac{J_2(\boldsymbol{\sigma})}{K_d}\right)^{n_d} \frac{1}{\left(1-d\right)^{k_d}} \tag{11}$$

式中K<sub>a</sub>, n<sub>a</sub>, k<sub>a</sub>为温度相关的材料损伤参数。

方程(11)形式简单易于理解。然而,方程的形 式决定了很小的应力即可导致损伤演化,虽然材料 此时并不发生蠕变变形,但会产生蠕变损伤。并且 部分材料在特定工况下并不表现出蠕变第3阶段,这 种情况下将式(11)引入本构模型会产生额外的计算 代价,因此将损伤演化方程修正为

$$\dot{d} = d_0 \left( \frac{f}{K_d} \right)^{n_d} \frac{1}{(1-d)^{k_d}}$$
(12)

式中*d*<sub>0</sub>为材料损伤参数,当材料不表现明显的蠕变第 3阶段时,可将*d*<sub>0</sub>设置为0。〈〉的使用保证了蠕变变 形与蠕变损伤是同步的。

粘塑性本构模型的详细理论框架及推导可参考 相关文献<sup>[3,7-8,24]</sup>,蠕变损伤与粘塑性本构模型的耦合 过程可参考文献[3],在此不进行过多描述。

利用商业通用有限元软件 Abaqus 的用户材料子 程序开发功能,将上述横观各向同性粘塑性本构模 型开发为计算程序。程序采用显式积分方案,无需 迭代,编程简单,收敛性强;程序自带材料参数对温 度线性插值模块,可计算复杂温度场下叶片/轮盘等 工程结构的力学响应;程序设置了误差控制模块,若 计算误差较大,则减小增量步长,重新开始计算,保 证了计算精度,程序的整体结构如图1所示。



Fig. 1 Schematic of the procedural framework

### 2.2 本构模型的降维表达

用于提取优化材料参数的试验数据大多为标准 试验件的应力应变测试结果。试验室条件下,标准 试验件的宏观拉伸、疲劳与蠕变试验大多为单轴加 载,通常仅记录轴向载荷与变形,可近似为一维空间 下的试验。 张量形式的粘塑性本构方程常用于模拟三维空间中材料或结构的力学特性,可通过商用有限元软件求解,获得复杂求解域中的力学响应,适用于叶片/轮盘等工程结构的应力应变分析。

将张量形式的本构方程用于求解试验室条件下 试样的力学响应有所冗余,优化过程需迭代调整材 料参数,反复求解粘塑性微分方程,直至模拟结果的 精度合格,需额外耗费更多的计算代价,因此有必要 对粘塑性本构方程进行降维表达,从而减小计算量、 提高优化效率。

假设标准棒状试样标距段的应力为σ,针对定向 凝固柱晶高温合金纵(L)向与横(T)向加载情况,三 维空间中的应力张量可分别表达为(笛卡尔坐标系 中Z轴方向为L方向):

$$\boldsymbol{\sigma}_{\rm L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma}_{\rm T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(13)

2.2.1 L方向加载

试验室条件下L方向加载时,可将张量形式的粘 塑性方程降维表达为标量形式的方程。

应力应变关系为

$$\sigma = E_{33}\varepsilon_{e} = E_{33}(\varepsilon_{t} - \varepsilon_{in})$$
(14)

式中 $\varepsilon_{e}, \varepsilon_{t}, \varepsilon_{in}$ 分别表示加载方向的弹性应变、总应变及非弹性应变。

一维空间中的屈服函数表达为

$$f = \sqrt{1.5M_{33}} \left| \sigma - 1.5X \right| - k_0 - R \tag{15}$$

一维空间中的流动方程表达为

$$\dot{\varepsilon}_{\rm in} = \sqrt{1.5M_{33}} \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \operatorname{sign}(\sigma - 1.5X) \qquad (16)$$

等效非弹性应变率的表达式与式(10)相同,背 应力的演化方程可表达为

$$\dot{X} = c\dot{\varepsilon}_{\rm in} - aX\dot{p} - \beta \left| 1.5X \right|^r X \tag{17}$$

各向同性硬化标量与蠕变损伤的演化方程分别 与式(9)与式(12)相同,损伤与粘塑性模型的耦合过 程可参考文献[3]。

2.2.2 T方向加载

试验室条件下T方向加载时,可将张量形式的粘 塑性方程降维表达为标量形式的方程。

应力应变关系为

$$\sigma = E_{11}\varepsilon_{e} = E_{11}(\varepsilon_{t} - \varepsilon_{in})$$
(18)

一维空间中的屈服函数表达为

$$f = \sqrt{1.5(f_1 + f_2) - k_0 - R}$$
(19)

其中

210447-4

$$f_1 = M_{11} \left( \sigma - 2X + \frac{M_{33}}{2M_{11}} X \right)^2$$
(20)

$$f_2 = M_{33} \left( \sigma - X - \frac{M_{33}}{2M_{11}} X \right) \left( X - \frac{M_{33}}{M_{11}} X \right)$$
(21)

一维空间中的流动方程表达为

$$\dot{\varepsilon}_{\rm in} = 1.5 \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \frac{M_{11}\sigma + \left(M_{33} - 2M_{11} - \frac{M_{33}^2}{2M_{11}}\right)X}{\sqrt{1.5(f_1 + f_2)}} (22)$$

等效非弹性应变率、各向同性硬化标量及蠕变 损伤的演化方程与L方向加载情况下的方程相同。

背应力的演化方程可表达为

$$\dot{X} = c\dot{\varepsilon}_{\rm in} - aX\dot{p} - \beta \left| J_2(X) \right|' X$$
(23)

$$J_{2}(X) = \frac{\sqrt{3\left(4M_{11}^{2} + M_{33}^{2} - 2M_{11}M_{33}\right)}}{2M_{11}} |X| \quad (24)$$

2.2.3 标量方程与张量方程求解结果对比

标量形式的粘塑性本构方程更简单,利用 Matlab 等数学软件即可进行求解,无需借助有限元软件,极 大降低了计算量,也可充分利用数学软件丰富的优 化算法,实现本构模型材料参数的自动迭代,降低该 过程对用户知识经验水平的要求,提高优化效率。

标量与张量形式的模型均可模拟材料在试验室 条件下的力学响应,在参数相同的前提下,两种模型 的计算结果理论上应该是完全相同的,利用 Abaqus 与 Matlab 软件分别求解,得到定向凝固合金 IC10的 力学特性,Abaqus 软件用于求解张量形式的微分方 程,其有限元模型如图 2 所示,模型仅包含一个单元, 用于模拟标准试样标距段的力学响应,其中轴方向 为合金的凝固方向。边界条件设置为:约束 XOY平 面 Z 轴方向的位移,约束 XOZ 平面 Y 轴方向的位移, 约束 YOZ 平面 X 轴方向的位移。L 方向加载时,对 ABZC 平面施加载荷,T 方向加载时,对 ABYD 平面施 加载荷。



Fig. 2 Illustration of the finite element model

Matlab 用于求解标量方程,利用 Ode15s 模块求 解前述标量微分方程。针对单调拉伸工况,其边界 条件设置为 d $e_i$ =1×10<sup>-3</sup>s<sup>-1</sup>;针对长时蠕变工况,其边界 条件设置为 d $e_i$ =d $e_i$ ,d $\sigma$ =0。

张量与标量型微分方程的求解结果见图 3。结 果显示,在材料参数相同的前提下,标量与张量形式 的方程求解结果无可见差别,说明本构方程降维表 达正确,标量形式方程优化得到的参数可直接代入 有限元软件开展计算分析;并且利用某温度下的一 组材料参数,粘塑性模型可同时模拟短时拉伸与长 时蠕变特性。



Fig. 3 Comparison between the results obtained by solving scalar equations and tensor equations

# 2.3 材料参数优化方法

利用 Matlab 软件将上述标量形式的微分方程编 写为计算程序,并结合数学优化算法,开发了粘塑性 模型的材料参数优化程序组。

材料参数优化程序组的优化目标为"仿真拉伸/ 蠕变曲线与试验拉伸/蠕变曲线之间的加权相对误差 最小",其目标函数可表达为

$$-\min\left(\sum_{i=1}^{n_{e}} W_{i}^{e} \frac{\left|\boldsymbol{\varepsilon}_{c,i}^{exp} - \boldsymbol{\varepsilon}_{c,i}^{sim}\right|}{\boldsymbol{\varepsilon}_{c,i}^{exp}} + \sum_{i=1}^{n_{e}} W_{i}^{t} \frac{\left|\boldsymbol{\sigma}_{i,i}^{exp} - \boldsymbol{\sigma}_{i,i}^{sim}\right|}{\boldsymbol{\sigma}_{i,i}^{exp}}\right) (25)$$

式中 $W_i^{\circ}$ 表示蠕变曲线相对误差的权重,默认为1,对 于重要的数据点可增大其权重; $n_e$ 表示蠕变曲线数据 点的数量; $\varepsilon_{ci}^{exp}$ 表示第i个数据的非弹性应变试验值;  $\varepsilon_{ci}^{sim}$ 表示相同时间处的非弹性应变模拟值; $W_i^{\circ}$ 表示拉 伸曲线相对误差的权重; $n_i$ 表示单调曲线数据点的数 量; $\varepsilon_{ci}^{exp}$ 表示第i个数据点的拉伸应力试验值; $\varepsilon_{ci}^{sim}$ 表示 相同应变处的应力模拟值。

若仅存在长时蠕变或短时拉伸数据,则加权误差仅计算蠕变或拉伸部分。针对定向凝固柱晶合金 IC10,参与计算加权相对误差的试验数据包括:L方 向蠕变曲线 3~4条、L方向单调拉伸曲线1条、T方向 单调拉伸曲线1条。

优化变量为粘塑性本构模型的部分材料参数。 5个弹性常数不参与优化过程,弹性常数 $E_{11}$ 与 $E_{33}$ 可分别通过T方向与L方向单调拉伸曲线线性段确定, 其它弹性常数( $\mu_{12}$ , $\mu_{23}$ 和 $G_{23}$ )不影响L/T方向的单轴 力学行为,可参照文献[28]确定。各向异性矩阵中 的 $M_{33}$ 与 $M_{66}$ 不参与优化过程, $M_{11}$ 与 $M_{33}$ 的比值反映了 定向凝固柱晶合金L方向与T方向力学性能的差异, 可将 $M_{33}$ 设置为1,通过 $M_{11}$ 控制各向异性,可降低优 化变量的数量, $M_{66}$ 并不影响L/T方向的单轴力学行 为,可将其设置为1。

室温下通常不考虑高温合金的蠕变行为,此种 情况下仅与蠕变相关的材料参数不参与优化,背应 力演化方程中的第三项为热恢复项,用于描述长时 蠕变现象,可将材料参数β设置为0,r设置为1;损伤 演化方程主要用于模拟蠕变加速阶段,当不考虑蠕 变现象或蠕变加速阶段不明显时,可将材料参数d₀设 置为0,K₄设置为1×10<sup>4</sup>,k₄设置为1,n₄设置为1。这样 可降低计算代价,减小优化变量的数目。

根据经验可大致估计材料参数的合理取值范 围,将其作为材料参数优化过程中的约束,优化变量 及其约束范围如表1所示。

可供选择的数学优化算法有全局算法与局部梯 度算法两类。遗传算法常用于材料参数识别,属于 全局优化算法,优化效果对参数初值不敏感,然而需 同时求解数十/百组材料参数下的微分方程,并反复 迭代,计算量较大,优化效率较低;局部梯度优化算 法计算代价小,优化效率较高,每次的迭代过程中仅 需求一组材料参数下的微分方程,然而其对材料参 数的初值有一定要求,不过根据方程中各内变量的 物理意义可大致估计出参数的合理初值范围。因此,选取局部梯度算法开展参数识别。

 Table 1
 Optimization variables and the constraint ranges

Equation	Material	Lower	Upper
	parameter	bound	bound
Plastic flow	K/MPa	50	5×10 <sup>3</sup>
	n	2	30
	$k_0/MPa$	5	800
Kinematic hardening	с	10	1×10 <sup>4</sup>
	a	10	$1 \times 10^{4}$
	β	0	1×10 <sup>-3</sup>
	r	0	2
Isotropic hardening	b	10	$1 \times 10^{4}$
	W	10	$1 \times 10^{4}$
Damage	$d_0$	0	1×10 <sup>-3</sup>
	$K_d$	500	1×10 <sup>5</sup>
	$n_d$	0.5	10
	$k_d$	0.5	10
Anisotropic matrix	$M_{11}$	0.5	2

粘塑性本构模型材料参数优化程序组共分为三 个模块:主程序模块、优化程序模块与求解程序模 块,如图4所示。



Fig. 4 Framework of material parameter optimization procedure

主程序模块的主要功能是设置求解方式,确定 迭代停止的条件,给出材料参数(优化变量)初值,并 设置其取值范围(约束条件);优化程序模块的主要 功能是计算仿真/试验曲线间的误差(优化目标),并 根据误差情况迭代调整材料参数,使误差最小化,此 模块利用信赖域优化策略,借助 Matlab 软件 Lsqcurvefit优化工具箱完成开发;求解程序模块的主要功能 是接收优化程序模块确定的材料参数,并进而求解 标量微分方程,得到材料的力学性能曲线,此模块借 助Matlab软件Ode15s微分方程求解器完成开发。

用户需准备参与优化的试验数据,根据试验数 据给定材料参数的合理初值,确定迭代过程的停止 条件,即可在 Matlab软件平台上运行此优化程序组, 程序组可根据仿真/试验曲线间的误差,自动迭代调 整材料参数取值,直至误差满足要求或达到规定的 停止条件,若迭代停止后仿真曲线的精度仍不满足 要求,可调整材料参数初值,重新开展优化。绝大多 数情况下,数次初值迭代后可获得较为理想的材料 参数值。

此优化程序组使用标量本构方程开展优化,减 小了计算代价,利用了数学软件的成熟优化算法,提 高了优化效率,基本实现了材料参数优化过程的自 动化与快速化。

### 3 结果与讨论

### 3.1 材料参数优化结果

利用上述材料参数优化程序组,获得了IC10合 金的材料参数,部分参数如表2所示。

	P		
Temperature/°C	20	900	1100
$E_{11}/\mathrm{MPa}$	162938	113386	61231
$E_{33}/\mathrm{MPa}$	120993	82954	48515
$\mu_{12}$	0.301	0.347	0.370
$\mu_{_{23}}$	0.324	0.369	0.413
$G_{23}/\mathrm{MPa}$	131000	99500	76900
K/MPa	518.88	1248.30	455.11
n	15.00	9.31	6.77
$k_0/MPa$	552.31	94.89	25.50
с	4904.70	5647.23	333.83
a	483.50	36.52	14.65
β	0	$1.08 \times 10^{-4}$	$7.80 \times 10^{-6}$
r	1	0.78	1.40
b	521.33	225.04	135.70
W	115.33	55.19	12.30
$d_{_0}$	0	0	$4.7 \times 10^{-4}$
$K_d$	$1 \times 10^{4}$	$1 \times 10^{4}$	1994.4
$n_d$	1	1	2.02
$k_d$	1	1	1
$M_{11}$	1.41	0.85	0.79
M <sub>33</sub>	1	1	1
$M_{66}$	1	1	1

 Table 2
 Material parameters of IC10<sup>[28]</sup>

文中IC10是涡轮导向叶片用定向凝固高温合金,利用前述材料参数计算了IC10合金<sup>[28]</sup>短时拉伸与长时蠕变力学响应,部分仿真曲线与试验曲线对比如图5所示。



experimental results of transversely isotropic superalloys

为模拟变形高温合金、粉末高温合金、等轴晶铸造高温合金及单晶高温合金的力学响应,在横观各向同性粘塑性模型的基础上,对其进行适当简化与修正,分别开发了各向同性粘塑性模型及立方对称性粘塑性模型,模型的详细推导过程可参考文献[3]。进而编写了相应的材料参数优化程序组,得到了FGH96<sup>[28]</sup>,K417G<sup>[29]</sup>,DD26<sup>[30]</sup>等高温合金的材料参数。

FGH96为涡轮盘用粉末高温合金,750℃下其没 有表现出明显的蠕变第1,2阶段,表现出显著的蠕变 第3阶段,蠕变速率随时间增长而不断增加;K417G 为涡轮叶片用等轴晶铸造高温合金,950℃下蠕变变 形表现出明显的蠕变第1,2阶段特征,蠕变速率随时 间增加而减慢(蠕变第一阶段),最终保持稳定(蠕变 第二阶段);DD26为涡轮叶片用单晶高温合金,900℃ 下其蠕变曲线表现出明显的加速特征。部分仿真曲 线与试验曲线对比如图6所示。

由图 5 与图 6 的计算结果可得:IC10, FGH96, K417G 的单调拉伸曲线模拟精度良好,与试验结 果<sup>[28-29]</sup>基本吻合,其蠕变曲线的模拟精度有一定的偏 差。蠕变曲线的分散性较大,结构设计准则<sup>[31]</sup>规定: 由于冶金因素、试样因素、试验方法及试样测量因素 等的影响,蠕变试验结果分散性是很大的,与标准规 范相比,蠕变断裂时间可延长或缩短2~5倍,蠕变速 率可加快或减慢2~5倍。因此,无须过分追求蠕变曲 线的模拟精度,针对IC10等高温合金蠕变变形的模 拟结果是合理的,能够反映材料的蠕变特性,满足结 构强度设计的需求。

优化程序组能够快速、自动地从试验数据中提取 识别粘塑性本构模型的材料参数,得到的材料参数可 直接带入有限元软件开展计算分析,仿真结果能够较 为精确地反映热端部件结构材料的高温力学特性。



Fig. 6 Comparison between the simulation and the experimental results of FGH96, K417G and DD26

# 3.2 涡轮叶片蠕变计算

利用粘塑性本构模型的材料参数优化模块得到 了 K417G 等高温合金的材料参数,将粘塑性模型材 料参数以及热膨胀系数、密度性能数据输入商业通 用有限元软件 Abaqus 软件的 Material library 模块中, 进行存储管理。

美国航空航天局(NASA)<sup>[32]</sup>认为定向凝固与单晶 高温合金的热物理性能可视为各向同性,故文中的高 温合金热膨胀系数按各向同性处理,K417G合金的热 膨胀系数<sup>[29]</sup>如表3所示,其密度<sup>[29]</sup>为7.85×10<sup>3</sup>kg/m<sup>3</sup>。

 Table 3 Thermal expansion coefficient (α) of K417G<sup>[29]</sup> at different temperatures

Temperature/°C	100	200	300
$\alpha/^{\circ}C^{-1}$	$1.071 \times 10^{-5}$	1.189×10 <sup>-5</sup>	1.292×10 <sup>-5</sup>
Temperature/°C	400	500	600
$\alpha/^{\circ}C^{-1}$	1.351×10 <sup>-5</sup>	1.403×10 <sup>-5</sup>	1.424×10 <sup>-5</sup>
Temperature/°C	700	800	900
$\alpha/^{\circ}C^{-1}$	1.451×10 <sup>-5</sup>	$1.477 \times 10^{-5}$	1.516×10 <sup>-5</sup>

Abaqus软件中的 Material library 模块包含前述 高温合金在不同温度下的粘塑性模型材料参数(表 2)、热膨胀系数(表3)与密度,涵盖了静强度分析所 必需的基本力学性能数据,调用相关材料参数可模 拟高温结构材料的短时拉伸与长时蠕变性能。

涡轮叶/盘等热端部件处于复杂的温度场中,高 温合金的测试数据是有限的,仅能获得有限组温度 下的材料参数。为计算复杂温度场下工程结构的局 部应力应变,在粘塑性计算程序中设置了材料参数 对温度的线性插值模块,这种插值方式简单实用,较 适合工程应用。对于热端部件结构中超过最高温度 的区域,赋予其最高温度的材料参数,对于结构中低 于最低温度的区域,赋予其最低温度的材料参数,材 料参数只内插不外推。由此,用户可直接调用 Material library 模块相关材料参数,利用粘塑性计算程序 开展热端部件的有限元计算分析。

调用 Material library 模块中 K417G 合金的参数, 利用各向同性粘塑性程序,在 Abaqus 软件平台下进 行了涡轮叶片的蠕变分析。

通过 Ansys CFD 流固热耦合计算得到叶片表面 温度场,利用插值程序将流体域温度场赋予叶片表 面的网格节点,进而利用 Abaqus 软件开展稳态传热 计算,得到整个叶片的温度场。叶片网格与最大状 态温度场如图7所示。

涡轮叶片的边界条件与载荷设置为:约束某对



Fig. 7 Temperature field and equivalent inelastic strain distribution of turbine blade

榫齿接触面的法向位移,约束榫头端面某些点的法 向位移,并约束叶冠接触面某些点的法向位移,将叶 片离心载荷等效为叶盘接触面上的均布压应力,施 加于榫齿接触面上;初始状态的转速为0r/min,处于 20℃均温温度场中,最大状态的转速为100%转速,最 大状态温度场如图7所示,叶片由初始状态加载到最 大状态,并在最大状态保载100h。

涡轮叶片在最大状态下服役100h后的等效非弹性应变分布如图7所示,叶身蠕变最严重区域为叶身/缘板过渡处,此处应力较高,可达到600MPa,但温度较低,约为700℃。

叶片蠕变前后叶身等效 Mises 应力分布如图 8 所示,蠕变前叶身最大应力约为 610MPa,蠕变后最大应 力约为 510MPa,涡轮叶片叶身发生了较为显著的应 力再分布现象。文中的粘塑性本构计算程序及高温 合金材料参数能够用于推进系统热端部件的应力应 变分析及强度设计。





## 4 结 论

本文针对粘塑性模型的材料参数优化方法进行 了研究,将本构方程进行了降维表达,开发了材料参 数优化程序组,得到了多种高温合金的粘塑性模型 材料参数,可以得到以下结论:

(1)针对单轴加载条件下标准试样的力学特性 模拟问题,张量形式与标量形式本构方程的求解结 果无可见差别,粘塑性模型的降维表达过程正确, "本构方程降维"极大地减小了计算代价,提高了优 化效率。

(2)所开发的材料参数优化程序组实现了标量 本构方程与数学优化算法的集成,能够较为快速自 动地获得材料参数,具有一定的工程应用价值,得到 了FGH96,K417G,IC10,DD26高温合金不同温度下 的材料参数,利用这些材料参数可较为准确地模拟 高温合金的短时拉伸与长时蠕变等复杂力学特性。

(3)利用 Abaqus 有限元软件 Material library 模块 实现了高温合金材料参数的存储管理,涵盖了粘塑 性材料参数及密度、热膨胀系数等基本力学性能数 据,结合所开发的粘塑性本构计算程序,用户可直接 调用相关材料参数,针对复杂温度场下服役的工程 结构开展非弹性计算及分析。

致 谢:感谢国家科技重大专项的资助。

#### 参考文献

- [1] 廉筱纯,吴 虎. 航空发动机原理[M]. 西安:西北工 业大学出版社, 2005.
- [2]《航空涡喷、涡扇发动机结构设计准则(研究报告)》编委会.航空涡喷、涡扇发动机结构设计准则(研究报告)第一册总论[M].北京:中国航空工业总公司发动机系统工程局,1997.
- [3] 杨晓光,石多奇.粘塑性本构理论及其应用[M].北 京:国防工业出版社,2013.
- [4] Abdel-Karim M, Ohno N. Kinematic Hardening Model Suitable for Ratcheting with Steady-State [J]. International Journal of Plasticity, 2000, 16: 225-240.
- [5] Kang Guozheng, Gao Qing, Yang Xianjie. A Visco-Plastic Constitutive Model Incorporated with Cyclic Hardening for Uniaxial/Multiaxial Ratcheting of SS304 Stainless Steel at Room Temperature [J]. Mechanics of Materials, 2002, 34: 521-531.
- [6] Kang Guozheng, Kan Qianhua. Constitutive Modeling for Uniaxial Time-Dependent Ratcheting of SS304 Stainless Steel[J]. Mechanics of Materials, 2007, 39: 488-499.
- [7] 康国政, 阚前华. 工程材料的棘轮行为和棘轮-疲劳

交互作用[M]. 成都:西南交通大学出版社, 2014.

- [8] 轩福贞,赵 鹏.高温构件循环黏塑性行为及本构理 论[M].北京:科学出版社,2021.
- [9] Han Songlin, Li Shuxin, Smith D J. Comparison of Phenomenological and Crystallographic Models for Single Crystal Nickel Base Superalloys. I. Analytical Identification
   [J]. Mechanics of Materials, 2001, 33: 251-266.
- [10] Han Songlin, Li Shuxin, Smith D J. Comparison of Phenomenological and Crystallographic Models for Single Crystal Nickel Base Superalloys. II. Numerical Simulations[J]. Mechanics of Materials, 2001, 33: 267-282.
- [11] 宋迎东,王 舸,高德平.一种弹-粘塑性本构模型材 料常数的估计方法[J].固体力学学报,2000,21(2): 152-156.
- [12] 胡绪腾, 宋迎东. Bodner-Partom本构模型材料参数估 计新方法[J]. 机械科学与技术, 2009, 28(2): 196-199.
- [13] 石多奇. 镍基超合金粘塑性本构理论与高温多轴疲劳 寿命预测[D]. 北京:北京航空航天大学, 2004.
- [14] Shi Duoqi, Dong Chengli, Yang Xiaoguang. Constitutive Modeling and Failure Mechanisms of Anisotropic Tensile and Creep Behaviors of Nickel-Base Directionally Solidified Superalloy [J]. Materials and Design, 2013, 45: 663-673.
- [15] 胡晓安,石多奇,杨晓光,等.TMF本构和寿命模型: 从光棒到涡轮叶片[J].航空学报,2019,40(3).
- [16] Cao Wenyu, Yang Junjie, Zhang Hualiang. Unified Constitutive Modeling of Haynes 230 Including Cyclic Hardening/Softening and Dynamic Strain Aging under Isothermal Low-Cycle Fatigue and Fatigue-Creep Loads[J]. International Journal of Plasticity, 2021, 138(10).
- [17] Han Shiwei, Yang Xiaoguang, Shi Duoqi. A Reduced-Order Method for Parameter Identification of a Crystal Plasticity Model Considering Crystal Symmetry [J]. Science China Technological Sciences, 2019, 62(3): 373-387.
- [18] 周天朋,杨晓光,石多奇.DZ125合金高温循环变形特性及本构建模[J].强度与环境,2013,40(1): 17-22.
- [19] 王荣桥,张 斌,胡殿印.Ni₃Al基单晶高温合金蠕变本构模型[J].航空动力学报,2018,33(3):657-662.
- [20] Barrett P R. Unified Constitutive Modeling for High Temperature Fatigue-Creep and Creep Responses of Haynes
  230 [D]. Raleigh: North Carolina State University,
  2015.
- [21] Ahmed R, Barrett P R, Hassan T. Unified Viscoplasticity Modeling for Isothermal Low-Cycle Fatigue and Fatigue-Creep Stress-Strain Responses of Haynes 230[J].

International Journal of Solids and Structures, 2016, 88/ 89: 131-145.

- [22] 周天朋.定向凝固涡轮叶片先进应力应变分析方法及 低循环疲劳寿命研究[D].北京:北京航空航天大学, 2007.
- [23] Hu Xiaoan, Zhang Qiang, Yang Xiaoguang, et al. Viscoplastic Analysis Method of an Aeroengine Turbine Blade Subjected to Transient Thermo-Mechanical Loading [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 152: 247-256.
- [24] Lemaitre J, Chaboche J L. Mechanics of Solid Materials
   [M]. London: Cambridge University Press, 2000.
- [25] Chaboche J L. A Review of Some Plasticity and Viscoplasticity Constitutive Theories [J]. International Journal of Plasticity, 2008, 24: 1642-1693.
- [26] Chaboche J L. Constitutive Equations for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity[J]. International Journal of Plasticity, 1989, 5: 247-302.

- [27] 石多奇,杨晓光.时间硬化蠕变本构方程耦合损伤的 应用研究[J]. 航空动力学报,2004,19(1):12-16.
- [28] 《某型航空发动机设计用材料力学性能手册》编委会. 某型航空发动机设计用材料力学性能手册(上)[M]. 北京:航空工业出版社,2019.
- [29] 《航空发动机设计用材料数据手册》编委会. 航空发动 机设计用材料数据手册(第三册)[M]. 北京:航空工 业出版社, 2008.
- [30] 中国金属学会高温材料分会.中国高温合金手册(下卷)[M].北京:中国质检出版社,中国标准出版社,2012.
- [31]《航空涡喷、涡扇发动机结构设计准则(研究报告)》编委会.航空涡喷、涡扇发动机结构设计准则(研究报告)第三册叶片[M].北京:中国航空工业总公司发动机系统工程局,1997.
- [32] Swanson G A, Linask L, Nissley D M, et al. Life Prediction and Constitutive Models for Engine Hot Section Anisotropic Materials Program [R]. NASA-CR-179594, 1986.

(编辑:朱立影)