

考虑性能及成本的固体火箭发动机多学科设计优化*

叶年辉¹, 胡少青², 李宏岩², 史人赫^{1,3}, 龙腾^{1,3}

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081;

2. 西安近代化学研究所, 陕西 西安 710065;

3. 北京理工大学 飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081)

摘要: 为综合考虑固体火箭发动机燃烧室、药柱、喷管等部件成本与内弹道性能的相互影响, 梳理其耦合关系, 并建立了以总冲最大、成本最小为优化目标的固体火箭发动机多学科设计优化 (MDO) 模型。为降低MDO问题的计算成本, 提出一种基于Kriging代理模型的多目标自适应优化方法 (KRG-MAOM)。优化过程中, 分别对目标与约束构建Kriging模型, 并采用多目标优化算法求解, 在伪Pareto解中综合考虑支配关系与分布特性选取新增样本点, 引导优化快速收敛。算例结果表明, KRG-MAOM算法在全局收敛性与优化效率方面具有显著优势。最后, 采用KRG-MAOM算法求解该MDO问题, 得到可行的Pareto解集方案, 与初始方案相比, 同性能情况下成本节省约3.36%; 同成本情况下性能提升约10.93%, 从而验证了MDO模型合理性与KRG-MAOM算法有效性。

关键词: 多目标优化; 多学科设计优化; 代理模型; 固体火箭发动机; 多学科分析

中图分类号: V436 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2022) 07-201017-10

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.201017

Multidisciplinary Design Optimization for Solid Rocket Motor Considering Performance and Cost

YE Nian-hui¹, HU Shao-qing², LI Hong-yan², SHI Ren-he^{1,3}, LONG Teng^{1,3}

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Xi'an Institute of Modern Chemistry, Xi'an 710065, China;

3. Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle of Ministry of Education, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A solid rocket motor multidisciplinary design and optimization (MDO) model is constructed by considering coupling relationship between cost of combustor, grain, and nozzle and internal ballistic performance to maximize the total impulse and minimize the cost simultaneously. Additionally, a Kriging-based multi-objective adaptive optimization method (KRG-MAOM) is developed to alleviate the computational cost of solid rocket motor MDO problem. In KRG-MAOM, Kriging surrogates are constructed for both objectives and constraints and combined with a multi-objective optimization algorithm to obtain a pseudo Pareto set. The newly-added sample points are then selected from the pseudo Pareto set considering dominance relationship and distribution character-

* 收稿日期: 2020-12-25; 修订日期: 2021-03-02。

基金项目: 国家自然科学基金 (51675047; 52005288); 航空科学基金 (2019ZC072003); 中国博士后科学基金 (2019M660668)。

作者简介: 叶年辉, 博士生, 研究领域为飞行器总体设计与优化。

通讯作者: 龙腾, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域为飞行器总体设计与优化、飞行器协同控制与决策。

引用格式: 叶年辉, 胡少青, 李宏岩, 等. 考虑性能及成本的固体火箭发动机多学科设计优化[J]. 推进技术, 2022, 43(7): 201017. (YE Nian-hui, HU Shao-qing, LI Hong-yan, et al. Multidisciplinary Design Optimization for Solid Rocket Motor Considering Performance and Cost[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(7):201017.)

istics to improve the optimization convergence speed. The results of benchmarks illustrate that KRG-MAOM outperforms the competitive algorithms in terms of global convergence and optimization efficiency. Finally, KRG-MAOM is employed to solve the solid rocket motor MDO problem. The Pareto solutions satisfy all the disciplinary constraints. Compared to the initial solution, the cost can be saved by 3.36% at the same performance; the performance can be improved by 10.93% at the same cost, which demonstrates the reasonability of the constructed MDO model and the practicality of KRG-MAOM.

Key words: Multi-objective optimization; Multidisciplinary design optimization; Surrogate; Solid rocket motor; Multidisciplinary analysis

1 引言

固体火箭发动机因其结构简单、推进剂可长期储存、可靠性强以及操作维护简便等特点,被广泛应用于各类导弹、航天器以及运载火箭中。此外,随着航天运载技术的成熟以及商业需求的激增,以Space X为代表的商业航天企业得到了迅速发展,为提升在商业航天领域的行业竞争力,降低航天运输成本尤为重要^[1]。文献[2]指出,在方案设计阶段已基本确定了航天产品整个寿命周期的主要费用,因此有必要开展综合考虑性能与成本因素的固体火箭发动机设计。

针对运载火箭系统面向成本设计相关领域,国外相关研究起步较早^[3],并开发了较为成熟的航天器全寿命周期预测工具NAFCOM^[4]。此外, Frank等^[5]利用代理模型技术以及试验设计方法,在方案设计阶段快速预测各类化学推进发动机性能、质量以及全寿命周期费用。国内相关领域的研究起步较晚,杨青等^[6-7]根据多种战术固体火箭发动机成本数据建立各部件成本模型,实现了地空导弹火箭发动机按费用优化设计,并探索了利用模糊理论改进传统面向成本设计方法。王鹏程等^[8]根据固液混合发动机系统特点,建立了相应成本模型并以速度增量最大、研制成本最小作为优化目标进行优化求解,最终确定性能与成本的主要影响因素。

考虑到运载火箭系统的性能是由燃烧室、药柱、喷管等多个部件共同决定,且之间存在较强的耦合关系,传统的串行设计模式忽略了系统间的耦合关系,难以适应现代固体火箭发动机研制需求。20世纪80年代, Sobieszczanski等^[9]学者提出了多学科设计优化(Multidisciplinary design optimization, MDO)方法,通过任务分析和系统(或学科)分解,并利用系统中相互作用的协同机制和并行设计思想,进行复杂工程系统多学科协同设计、分析和优化的方法论^[10]。国内外学者已将MDO方法初步应用于航天运输系统

中,并取得了一定研究成果^[11-12]。朱大林等^[13]考虑固体火箭发动机结构、装药以及性能之间的耦合关系,建立MDO模型并基于单学科可行法实现子系统解耦。Matthew等^[14]将MDO技术运用于面向成本的液体火箭发动机设计架构中,并验证该技术提高发动机鲁棒性以及缩减成本的可行性。马树微等^[15]分别采用串行、并行的分级优化方法,对多级固体运载火箭MDO问题进行求解。范健等^[16]建立了某火箭弹综合考虑内外弹道的MDO模型,并以射程最远为设计目标,结合多岛遗传与序列二次规划算法优化求解。法国Bertin公司的Dupont等^[17]针对不同运载任务利用MDO框架实现了运载火箭的多学科设计优化,并成功应用于可复用运载器ROXANE以及空中发射系统ALTAIR研制中。任鹏飞等^[18]利用代理模型技术高效求解了临近空间多级固体动力飞行器发动机/轨迹一体化设计优化问题。

目前的研究工作大多采用启发式算法或梯度搜索算法,直接对固体火箭发动机等运载系统的MDO模型进行优化。然而,文献[11, 19]指出,在固体火箭发动机等系统的实际设计中,需要采用高精度分析模型提高设计可信度与设计质量,但是单次高精度分析模型计算高耗时,若直接采用启发式算法或梯度搜索算法,在设计优化过程中需要反复调用分析模型探索设计空间,造成优化成本剧增。因此,有必要进一步引入基于代理模型的近似优化方法,提升固体火箭发动机等复杂飞行器系统设计优化效率。

为有效提升固体火箭发动机效费比并降低设计优化的高昂计算成本,本文开展考虑性能及成本的固体火箭发动机多学科设计优化。以运载火箭发动机为研究对象,建立燃烧室部件模型、药柱部件模型、喷管部件模型、内弹道学科模型以及成本学科模型,并在此基础上建立以总冲最大、质量最小为目标的固体火箭发动机MDO模型。此外,为缓解固体火箭发动机MDO所面临的计算复杂性,结合代理模型

技术与多目标优化算法,提出一种基于Kriging的多目标近似优化方法。最终采用该算法实现MDO问题的高效求解,从而验证本文建立的固体火箭发动机MDO模型的合理性与多目标近似优化方法的有效性。

2 方法

2.1 固体火箭发动机MDO问题描述

为梳理固体火箭发动机的数据耦合关系,本文采用设计结构矩阵建立固体火箭发动机MDO问题的系统级框架,其设计结构矩阵(Design structure matrix, DSM)如图1所示。图中, x_i 和 y_i 分别表示第 i 个模型设计变量与非耦合状态变量, y_{ij} 表示模型 i 与 j 之间的耦合状态变量, p_i 表示第 i 个模型的固定参数,具体参数说明如表1所示。

固体火箭发动机MDO模型主要由燃烧室部件模型、药柱部件模型、喷管部件模型、内弹道学科模型以及成本学科模型组成,同时包含反向耦合状态变量,因此需要采用定点迭代法求解保证各模型间的相容性。

本文同时对固体火箭发动机性能与成本进行优化,提升发动机的总冲同时尽可能降低其研制成本。该优化问题包括2个目标函数、12个设计变量以及8个约束函数,具体优化模型如式(1)所示,各符号定义详见表1。

$$\begin{aligned}
 &\text{find } \mathbf{X} = [D_{\text{comb}}, I_{\text{th}}, R_{\text{front}}, R_{\text{core}}, R_{\text{rear}}, \\
 &\quad L_{\text{fin}}, H_{\text{fin}}, \alpha_{\text{fin}}, R_{\text{throat}}, \varepsilon, \alpha_{\text{noz}}, \beta_{\text{noz}}]^T \\
 &\text{min } [-I_{\text{SRM}}, C_{\text{SRM}}] = f(\mathbf{X}) \\
 &\text{s.t. } \begin{cases} 55 \text{ s} \leq t_{\text{work}} \leq 60 \text{ s}, J \leq 0.60, \\ 250 \text{ kN} \leq \bar{F} \leq 300 \text{ kN}, \\ F_{\text{max}} - \bar{F} \leq 30 \text{ kN}, \bar{p}_{\text{exit}} \geq 20265 \text{ Pa}, \\ 2R_{\text{throat}} \sqrt{\varepsilon} \leq D_{\text{comb}}, \varphi \geq 0.85, \\ \mathbf{X}_{\text{LB}} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\text{UB}} \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

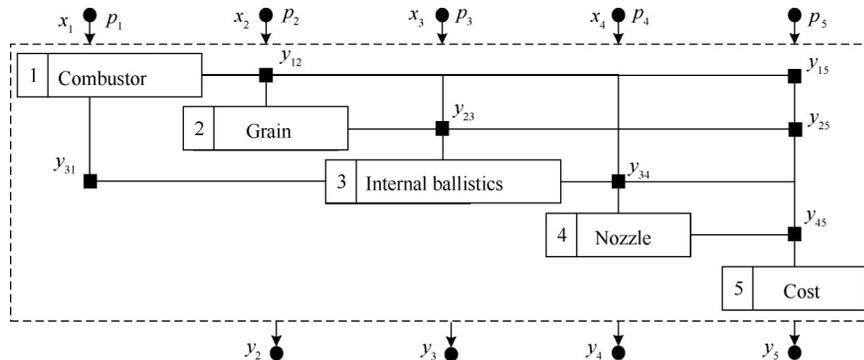


Fig. 1 DSM of solid rocket motor

2.2 固体火箭发动机模型建立

2.2.1 燃烧室部件建模

根据发动机理论总冲 I_{th} 、推进剂密度 ρ_{grain} 以及比冲 $I_{\text{grain}}^{\text{(spec)}}$ 估算药柱体积 $V_{\text{grain}}^{\text{(pre)}}$, 如式(2)所示。

$$V_{\text{grain}}^{\text{(pre)}} = \frac{I_{\text{th}}}{\rho_{\text{grain}} I_{\text{grain}}^{\text{(spec)}}} \quad (2)$$

本文推进剂材料选用丁羟复合固体推进剂HT-PB/AP/A1,推进剂参数取值见表2^[20]。

在初步设计阶段,可按圆筒段装药情况(不考虑前后封头装药)确定燃烧室圆筒段长度,具体如式(3)所示^[20]。

$$L_{c1} = \frac{V_{\text{grain}}^{\text{(pre)}}}{\pi \left(\frac{D_{\text{comb}}}{2} \right)^2 - A_p^{\text{(core)}}} \quad (3)$$

式中 $A_p^{\text{(core)}}$ = πR_{core}^2 为药柱初始通气面积。

圆筒段壳体壁厚根据最大应力强度理论按式(4)估算,进而得到壳体圆筒段质量,具体如式(5)所示。

$$\delta_{c1} = \frac{k_{c1} p_{\text{max}} D_{\text{comb}}}{2 [\sigma_{\text{comb}}]} \quad (4)$$

$$m_{c1} = \pi D_{\text{comb}} L_{c1} \delta_{c1} \rho_{\text{comb}} \quad (5)$$

式中 p_{max} 为最大工作压强, k_{c1} 为壳体安全系数, $[\sigma_{\text{comb}}]$ 为壳体材料的许用应力。

本文选用D406A作为壳体材料,材料参数见表2^[21]。

燃烧室封头选用椭球封头,其封头壁厚可按式(6)计算得到。

$$\delta_{c2} = \frac{k_{c2} m_{\text{elp}} p_{\text{max}} D_{\text{comb}}}{4 [\sigma_{\text{comb}}]} \quad (6)$$

式中 k_{c2} 为封头安全系数, $m_{\text{elp}}=2$ 为椭球比。此外,根据封头长短半轴关系,进一步得到发动机燃烧室总长 L_{comb} 。

考虑前封头封闭、后封头开孔情况计算前后封头质量,具体如式(7)所示。

Table 1 Parameters of DSM

Symbol	Definition	Description
x_1	Combustor diameter D_{comb} , theoretical total impulse I_{th} , core radius of grain bore R_{core} , and rear radius of grain bore R_{rear}	x_i denotes design variables of model i
x_2	Combustor diameter D_{comb} , front radius of grain bore R_{front} , core radius of grain bore R_{core} , rear radius of grain bore R_{rear} , fin length L_{fin} , fin height H_{fin} , and fin inclination angle α_{fin}	
x_3	Throat radius R_{throat}	
x_4	Rear radius of grain bore R_{rear} , throat radius R_{throat} , nozzle area ratio ε , convergent half angle α_{noz} , and divergent half angle β_{noz}	
p_1	Grain density ρ_{grain} , propellant specific impulse $I_{\text{grain}}^{(\text{spec})}$, combustor material density ρ_{comb} , ellipsoidal ratio m_{elp} , allowable stress $[\sigma_{\text{comb}}]$, safety factor of combustor cylinder k_{c1} , and safety factor of combustor head k_{c2}	p_i denotes fixed parameters of model i
p_2	Fin thickness S_{fin} , number of fins N_{fin} , characteristic length of grain bore $[L_1, L_2, L_3, L_4]$, and grain density ρ_{grain}	
p_3	Combustor temperature T_{comb} , universal gas constant R_0 , gas molar mass M_{mol} , specific heat ratio k , burning rate coefficient a_{burn} , and pressure exponent n_{burn}	
p_4	Reference ablation rate $i_{\text{abl}}^{(\text{ref})}$, reference pressure $p_{\text{comb}}^{(\text{ref})}$, reference throat radius $R_{\text{throat}}^{(\text{ref})}$, and empirical parameters $[A_{\text{cab}}, B_{\text{cab}}, m_{\text{cab}}]$	
p_5	Combustor material coefficient f_c , grain material coefficient f_{p1} , and grain technological coefficient f_{p2}	
y_{12}	Thickness of combustor δ_{c1}	y_{ij} denotes coupling variables from model i to model j
y_{15}	Combustor mass m_{comb}	
y_{23}	Burning area A_{burn} and free volume V_{emp}	
y_{25}	Grain mass m_{grain}	
y_{34}	Pressure in combustor p_{comb} and burning time t_{work}	
y_{31}	Maximum pressure p_{max} , burn rate r , and burning time t_{work}	
y_{45}	Nozzle mass m_{noz}	
y_2	Volumetric loading fraction φ	y_i denotes output of model i
y_3	Working time t_{work}	
y_4	Total impulse I_{SRM} , average nozzle exit pressure \bar{p}_{exit} , nozzle exit diameter D_{exit} , throat-to-port ratio J , average thrust \bar{F} , and maximum thrust F_{max}	
y_5	Cost of solid rocket motor C_{SRM}	

Table 2 Property of propellant and combustor material

Parameter	Value
Grain density $\rho_{\text{grain}}/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1.77×10^3
Propellant specific impulse $I_{\text{grain}}^{(\text{spec})}/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{kg})$	2550
Combustor density $\rho_{\text{comb}}/(\text{kg}/\text{m}^3)$	7.81×10^3
Insulating material density $\rho_{\text{ciso}}/(\text{kg}/\text{m}^3)$	900
Allowable stress $[\sigma_{\text{comb}}]/\text{MPa}$	1348

$$m_{c2} = (A_{c2} - A_p^{(\text{rear})}) \delta_{c2} \rho_{\text{comb}} \quad (7)$$

$$A_p^{(\text{rear})} = \pi R_{\text{rear}}^2 \quad (8)$$

$$A_{c2} = \pi D_{\text{comb}}^2 \left[1 + \frac{\ln \left(\sqrt{m_{\text{elp}}^2 - 1} + m_{\text{elp}} \right)}{m_{\text{elp}} \sqrt{m_{\text{elp}}^2 - 1}} \right] \quad (9)$$

此外,考虑发动机工作时间内,高温燃气与壳体接触,需进行热防护层设计。本文选取三元乙丙橡胶作为绝热材料,材料参数见表 2。绝热层烧蚀速度取为 0.25mm/s,在总体设计阶段,根据前、后封头以及

壳体圆筒段的最大暴露时间确定各段的绝热层厚度 $\delta_{\text{ciso}}^{[20]}$,壳体绝热层的质量可根据式(10)计算得到。

$$m_{c3} = \int_0^{L_{\text{comb}}} \rho_{\text{ciso}} \cdot \pi D(x) \delta_{\text{ciso}}(x) dx \quad (10)$$

结合式(5)、式(7)及式(10),可得壳体质量为

$$m_{\text{comb}} = m_{c1} + m_{c2} + m_{c3}$$

2.2.2 药柱部件建模

药柱部件建模的目的是设计合适的药柱几何形状以提供满足总体设计需求的燃面面积变化规律。本文选用翼柱型药柱作为药型,其特征形体主要包括:药柱外轮廓、回转特征体与翼型特征体,药柱几何特征如图 2 所示。药柱几何特征参数中,内腔特征长度 $L_1 \sim L_4$ 、翼型体厚度 S_{fin} 以及翼型体个数 N_{fin} 为固定参数,具体取值如表 3 所示。翼型体间隔角度 $\beta_{\text{fin}} = 360^\circ / N_{\text{fin}}$,药柱外轮廓半径 $R_{\text{inner}} = D_{\text{comb}} / 2 - \delta_{c1}$ 。

本文采用实体造型方法实现药柱燃面推移仿真与燃面计算,其基本思想是遵循几何燃烧规律,逐渐

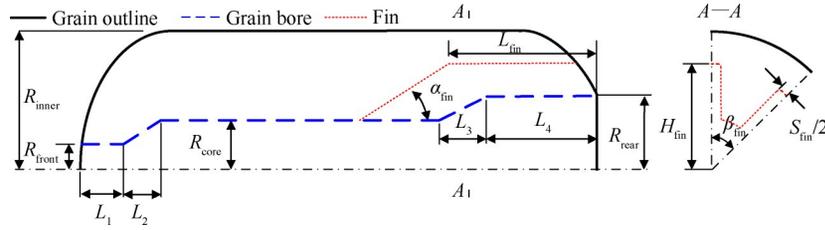


Fig. 2 Geometric characteristic of finocyl grain

Table 3 Values of grain fixed geometric parameters

Parameter	Value
Front length of grain bore L_1/m	0.10
Front cone length of grain bore L_2/m	0.08
Rear cone length of grain bore L_3/m	0.12
Rear length of grain bore L_4/m	0.15
Fin thickness S_{fin}/m	0.10
Number of fins N_{fin}	8

增大药柱燃烧肉厚,同时修改药柱内腔与药柱翼型体的几何形状。将修改后的药柱内腔与药柱翼型体合并为药柱芯模,并与药柱外轮廓围成的实心体进行布尔差运算,进而计算得到药柱燃面、燃烧室自由容积随药柱肉厚推移的变化规律。

2.2.3 内弹道学科建模

本文根据零维计算基本假设^[20],并结合质量守恒原理以及气体状态方程,求得密度及压强随时间变化规律,如式(11),(12)所示^[21]。

$$V_{emp} \frac{d\rho_{gas}}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_{gas}}{\rho_{grain}}\right) \rho_{grain} A_{burn} r - \frac{p_{comb} A_{throat}}{c^*} \quad (11)$$

$$\frac{V_{emp}}{RT_{comb}} \frac{dp_{comb}}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_{gas}}{\rho_{grain}}\right) \rho_{grain} A_{burn} r - \frac{p_{comb} A_{throat}}{c^*} \quad (12)$$

式中 V_{emp} , A_{burn} 分别为燃烧室自由容积与药柱燃面; ρ_{gas} 与 p_{comb} 分别为燃气平均密度以及燃烧室压强; $c^* = \sqrt{RT_{comb}}/\Gamma$ 为特征速度, $R = R_0/M_{mol}$ 为气体常数, T_{comb} 为燃烧室工作温度, Γ 与比热比 k 相关的单值函数,如式(13)所示; r , a_{burn} 与 n_{burn} 分别为燃面燃速、燃速系数以及燃速压力指数,具体关系如式(14)所示。

$$\Gamma = \sqrt{k} (2/k + 1)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (13)$$

$$r = a_{burn} (1.02 \times 10^{-5} p_{comb})^{n_{burn}}/1000 \quad (14)$$

此外,在发动机工作期间,由于喷管喉部烧蚀导致喷管喉部面积增大,进而影响内弹道性能。喉部面积变化规律按式(15)计算得到。

$$A_{throat} = \pi (R_{throat} + r_{abl} t)^2 \quad (15)$$

式中 r_{abl} 为喷管喉部烧蚀率。

根据药柱燃面燃速变化规律以及药柱肉厚推移间距,进一步得到工作时长 t_{work} 。内弹道固定参数具体取值大小如表 4 所示。

Table 4 Values of internal ballistics fixed parameters

Parameter	Value
Combustor temperature T_{comb}/K	3600
Universal gas constant $R_0/(J/(kmol \cdot K))$	8314
Gas molar mass $M_{mol}/(kg/kmol)$	30
Specific heat ratio k	1.40
Burning rate coefficient $a_{burn}/(mm/s(MPa)^{n_{burn}})$	2.70
Pressure exponent n_{burn}	0.35

2.2.4 喷管部件建模

喷管设计主要包括气动型面设计与热防护结构设计两部分。喷管型面参考文献[12,22],具体几何特征如图 3 所示。其中, R_{tr1} 与 R_{tr2} 分别为上游过渡段圆弧半径与下游过渡段圆弧半径,在本文中设为 $R_{tr1} = 1.7R_{throat}$, $R_{tr2} = 1.5R_{throat}$ 。喷管出口半径 R_{exit} 可直接根据喷管喉部半径以及扩张比确定。

喷管中的流动规律可由拟一维定常等熵流动方程组求得,喷管内截面积 A 处马赫数为

$$\left(\frac{A}{A_{throat}}\right)^2 = \frac{1}{Ma^2} \left[\frac{2}{k+1} \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right) \right]^{\frac{k+1}{k-1}} \quad (16)$$

求出马赫数后可进一步得到压强、密度、温度与速度的变化规律。最终解得发动机的推力以及发动机总冲,分别如式(17),(18)所示。

$$F = \dot{m} u_{exit} + A_{exit} (p_{exit} - p_{atmo}) \quad (17)$$

$$I_{SRM} = \int_0^{t_{work}} F dt \quad (18)$$

式中 \dot{m} 为质量流量, p_{exit} 与 p_{atmo} 分别为喷管出口压强以及外界大气压强。

喉衬材料选用碳/碳复合材料,材料密度与烧蚀率如表 5 所示。喉衬的长度根据以下条件确定^[20]: (a)上游长度使收敛比达到 2; (b)下游长度使扩张比达到 1.5。

烧蚀层设计采用已知烧蚀数据估算新型发动机喷管烧蚀率,具体如式(19)所示。

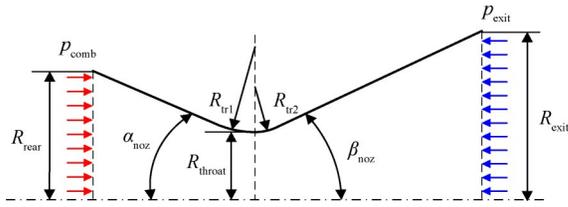


Fig. 3 Geometric characteristic of nozzle profile

$$r_{abl} = r_{abl}^{(ref)} \left(\frac{p_{comb}}{p_{comb}^{(ref)}} \right)^{0.8} \left(\frac{R_{throat}}{R_{throat}^{(ref)}} \right)^{0.2} \quad (19)$$

式中 $r_{abl}^{(ref)}$, $p_{comb}^{(ref)}$ 及 $R_{throat}^{(ref)}$ 分别为测量发动机烧蚀率、压强以及喉部半径,具体取值如表5所示。烧蚀层厚度可根据式(20)计算得到。

$$\delta_{abl} = r_{abl} t \quad (20)$$

Table 5 Values of nozzle fixed parameters

Parameter	Value	
C/C composites density/(kg/m ³)	14.5 × 10 ³	
C/C composites rate/(mm/s)	0.15	
Reference ablation rate $r_{abl}^{(ref)}$ /(mm/s)	0.30	
Reference pressure $p_{comb}^{(ref)}$ /Pa	6.0 × 10 ⁶	
Reference throat radius $R_{throat}^{(ref)}$ /m	0.10	
Empirical parameters	A_{cab}	0.91
	B_{cab}	7.5 × 10 ⁵
	m_{cab}	0.68

在计算碳化层厚度时,首先需要通过巴兹公式计算燃气在喷管中的对流换热系数^[23],即

$$a_c = \frac{0.026}{D_{throat}^{0.2}} \left(\frac{\mu^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \right)_0 \left(\frac{p_0 g}{c^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_{throat}}{R'} \right)^{0.1} \left(\frac{A_{throat}}{A} \right)^{0.9} \sigma \quad (21)$$

$$\sigma = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right]^{-0.12} \left[\frac{1}{2} \times \frac{T_w}{T_0} \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right) + \frac{1}{2} \right]^{-0.68} \quad (22)$$

式中 D_{throat} 为喷管喉径, T_0 为燃气在喷管进口处总温, T_w 为壁面温度, Pr 为普朗数, c_p 为定压热容, $R' = (R_{r1} + R_{r2})/2$ 为喉部曲率半径, μ 为燃气粘性系数。

热流密度 q 可按式(23)计算得到^[21]。

$$q = a_c (T_r - T_w) \quad (23)$$

$$T_r = T_0 - 0.1 \frac{u^2}{2c_p} \quad (24)$$

根据热流密度与工作时间可得碳化层厚度^[21]

$$\delta_{cab} = A_{cab} t^{m_{cab}} e^{-\frac{B_{cab}}{q}} \quad (25)$$

式中 A_{cab} , B_{cab} , m_{cab} 为经验参数,具体取值如表5所示。

根据碳化层厚度与烧蚀层厚度,求得热防护层总厚度为 $\delta_{therm} = 1.2(\delta_{cab} + \delta_{abl})$,材料选用碳布/酚醛。此外,在总体设计阶段需设计喷管支撑结构(收敛段与过渡段),厚度可按式(26)计算得到,材料选用D406A钢。

$$\delta_{nozs} = \frac{2p_{max} R_{rear}}{(2[\sigma_{comb}] + p_{max}) \cos \alpha_{noz}} \quad (26)$$

2.2.5 成本学科建模

构建成本模型是实现固体火箭发动机面向成本设计的基础,本文主要考虑燃烧室成本 C_{comb} 、药柱成本 C_{grain} 以及喷管成本 C_{noz} 对总成本的影响 C_{SRM} ,即

$$C_{SRM} = C_{comb} + C_{grain} + C_{noz} \quad (27)$$

燃烧室壳体成本主要取决于壳体质量与材料工艺特性,根据文献[6]建立如式(28)所示的壳体成本模型。

$$C_{comb} = 1.23 f_c m_{comb}^{0.474} \quad (28)$$

考虑到壳体材料选用D406A,因此 $f_c = 1.34$ 。药柱成本主要取决于装药质量、推进剂种类与工艺复杂,具体如式(29)所示。

$$C_{grain} = f_{p1} f_{p2} m_{grain}^{0.59} \quad (29)$$

式中 f_{p1} 为推进剂种类影响系数,对于丁羟基燃料 $f_{p1} = 1$; f_{p2} 为装药工艺复杂系数,对于单一燃料推进剂,工艺要求较低,故 $f_{p2} = 0.5$ 。

低空喷管的制造成本主要取决于喷管质量^[6],具体如式(30)所示。

$$C_{noz} = 1.05 m_{noz}^{0.702} \quad (30)$$

2.3 基于Kriging的多目标自适应优化策略

传统的启发式算法通常需要调用成千上万次的分析模型完成种群的进化,因此无法直接求解涉及高耗时分析模型的固体火箭发动机MDO问题。为缓解固体火箭发动机MDO所面临的计算复杂性难题,本文提出了一种基于Kriging代理模型的多目标自适应优化方法(Kriging-based multi-objective adaptive optimization method, KRG-MAOM),算法流程如图4所示,具体计算步骤如下。

(1)确定设计变量、设计空间、目标函数、约束函数以及算法参数。算法参数主要包括新增样本点数 N_{add} 、初始样本点数 N_{ini} 、最大模型调用次数 N_{fe}^{max} 等。

(2)采用基于Maximin的拉丁超方试验设计方法,在初始设计空间内生成 N_{ini} 个初始样本点,以最小距离最大化作为空间均匀性评价指标,具体如式(31)所示。

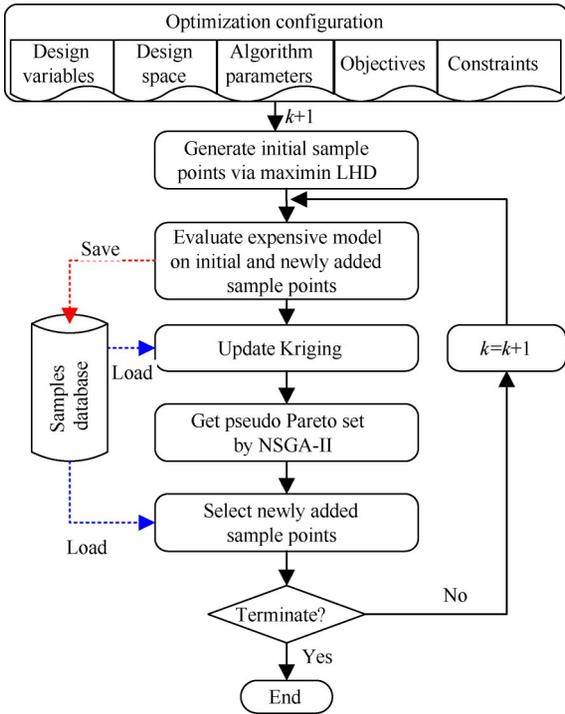


Fig. 4 Flowchart of KRG-MAOM

$$d_{\min} = \min_{1 \leq i, j \leq N_p} d_{ij}$$

$$d_{ij} = d(x_i, x_j) = \left(\sum_{k=1}^{N_p} |x_i^{(k)} - x_j^{(k)}| \right) \quad (31)$$

随机生成 50 组拉丁超方采样方案, 并选取其中空间均匀性最优的方案作为初始样本点。计算初始样本点的相应的真实目标函数与约束函数值, 并初始化样本点数据库。

(3) 计算初始样本点或新增样本点的目标函数与约束函数值, 并存入样本点数据库中。

(4) 利用样本点数据库中的所有样本点信息分别对目标函数与约束函数构造 Kriging 代理模型, Kriging 代理模型构造方法及基本介绍详见文献[19]。

(5) 利用当前样本数据库中所有的样本点作为 NSGA-II 多目标优化方法的初始种群并进行优化, 得到优化后的伪 Pareto 解集 $X_{opt}^{(k)}$ 。根据该解集规模确定第 k 次迭代的新增样本点数, 具体如式(32)所示。

$$N_{add}^{(k)} = \min(N_{add}, |X_{opt}^{(k)}|) \quad (32)$$

(6) 基于拥挤度排序从优化得到的伪 Pareto 解集 $X_{opt}^{(k)}$ 中选取新增样本点, 具体如下:

(6.1) 合并当前样本点数据库中的 Pareto 解集 $X_{DB}^{(k)}$ 以及优化得到的得到合并后的解集 $X_{All}^{(k)} = X_{DB}^{(k)} \cup X_{opt}^{(k)}$ 。根据非支配关系, 从 $X_{All}^{(k)}$ 中获得合并后的 Pareto 解集 $X_{AllPareto}^{(k)}$ 。

(6.2) 计算合并后的 Pareto 解集 $X_{AllPareto}^{(k)}$ 在目标空

间内的拥挤度。拥挤度的定义为某个体与处于同一 Pareto 等级前沿上相邻两个个体在归一化的目标空间中的局部距离^[24]。对于 Pareto 边界的个体, 其拥挤度为 $+\infty$; 对于其他个体, 其拥挤度 $d_{crowd}^{(i)}$ 可按式(33)计算的得到。

$$d_{crowd}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \frac{|f_j^{(i-1)} - f_j^{(i+1)}|}{f_j^{\max} - f_j^{\min}} \quad (33)$$

$$i = 1, 2, \dots, |X_{AllPareto}^{(k)}|$$

式中 m 为目标函数个数, f_j^{\max} 与 f_j^{\min} 分别为 Pareto 前沿中第 j 个目标函数的最大值与最小值, $f_j^{(i-1)}$ 与 $f_j^{(i+1)}$ 为根据 f_j 大小排序后与个体 i 相邻两个个体的第 j 个目标函数值。

(6.3) 根据计算得到的拥挤度 $d_{crowd}^{(i)}$, 选取拥挤度最大且属于伪 Pareto 解集 $X_{opt}^{(k)}$ 的 N_{add} 个解作为新增样本点。

(7) 判断是否满足终止条件。若当前模型调用次数未达到最大模型调用次数, 即 $N_{fe} < N_{fe}^{\max}$, 则令 $k = k + 1$, 返回步骤 3; 否则优化结束, 并输出样本点数据库中的可行 Pareto 解集。

为验证 KRG-MAOM 算法求解多目标优化问题的优化性能, 本文选取了一组标准测试算例^[24]并与第二代非支配排序遗传算法 (Nondominated sorting genetic algorithm II, NSGA-II)^[25]以及 Pareto 高效全局优化算法 (Pareto efficient global optimization, ParEGO)^[26]进行对比。ParEGO 与 NSGA-II 的最大模型调用次数 N_{fe}^{\max} 取值见表 6, 其他算法参数为默认设置。KRG-MAOM 的新增样本点数 N_{add} 、初始样本点数 N_{ini} 以及最大模型调用次数 N_{fe}^{\max} 取值见表 6。标准测试算例的问题维度均设为 $n_v = 8$ 。本文选取逆世代距离 (Inverted generational distance, IGD) 作为算法优化性能评价指标^[24], 具体定义如式(34)所示。

$$IGD(X^*, X) = \frac{\sum_{x \in X} d(x, X^*)}{|X^*|} \quad (34)$$

式中 X^* 为测试算例的理论 Pareto 前沿, X 为优化得到的 Pareto 前沿, $d(x, X)$ 表示 x 与 X 中个体之间的最小欧氏距离, $|X^*|$ 为 X^* 中个体的数目。IGD 值能够同时度量 Pareto 前沿的分布性与收敛性, 该值越小说明优化得到的 Pareto 前沿越接近真实的 Pareto 前沿且分布更加均匀, 即算法优化性能越好。各算法的优化结果对比如表 7 所示。

根据优化结果可知, 与 NSGA-II 算法相比, KRG-MAOM 算法优化所需的计算资源降低了 90%

Table 6 Parameters configuration of each algorithm

Algorithm	Parameter	Value
KRG-MAOM	N_{fe}^{max}	200
	N_{ini}	80
	N_{add}	10
NSGA-II	N_{fe}^{max}	2000
ParEGO	N_{fe}^{max}	200

以上,并且能够获得收敛性与分布性更优的 Pareto 解集。与 ParEGO 算法相比,在相同的计算资源条件下,KRG-MAOM 优化得到的 Pareto 解集的分布性与收敛性提升了 45% 以上,说明 KRG-MAOM 算法具有更强的全局收敛性。

3 结果与讨论

本节运用 KRG-MAOM 算法求解固体火箭发动机 MDO 问题。为兼顾计算成本与收敛性,KRG-MAOM 算法的最大模型调用次数 N_{fe}^{max} 设为 300 次,其余参数同上节。通过优化求解得到固体火箭发动机性能与成本的 Pareto 前沿(共计 79 个非劣解)如图 5 所示。

为进一步比较 Pareto 解集与初始方案的差异,优化前后目标函数、约束条件以及设计变量对比如表 8~10 所示,其中,A 为成本不高于初始方案时,性能最优的设计方案;B 为性能不劣于初始方案时,成本最低的设计方案。优化前后压强/推力变化如图 6 所示。

根据优化结果可知,通过 KRG-MAOM 算法求解得到的 Pareto 解集均满足约束条件。方案 A 的理论总冲与原方案相比提升了 12.56%,保证了更大的装药量,同时喷管成本下降约 16.71%,最终实现在不增加成本的前提下,总冲提升 10.93%。方案 B 中,喷管

扩张比与扩张半角均收敛至设计边界,使喷管成本减少 20.15%,同时为确保不降低发动机性能,其理论总冲与初始方案相比变化不大(相对误差仅为 6.04%),最终实现在不降低性能的前提下,成本减少约 3.36%。

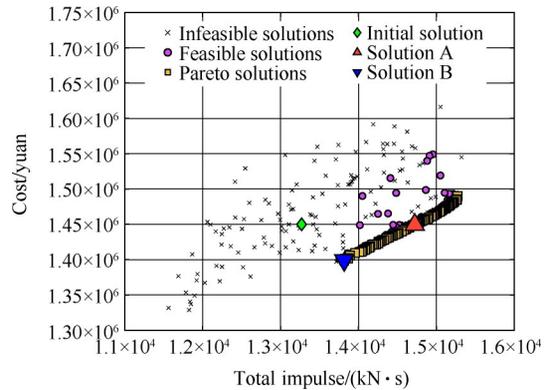


Fig. 5 Pareto front set of solid rocket motor

为获得满足设计条件的推力曲线,方案 A,B 与初始方案相比,通过修改药柱内腔后段半径与翼型体倾角,限制药柱燃面推移过程中燃面面积的变化幅度。此外,优化后药柱内腔中段半径与初始方案相比有所减小,增大了药柱装填分数。方案 A 的燃烧室半径和理论总冲与方案 B 的相比分别提高了 2.05% 与 6.16%,因此方案 A 具有更多的装药量,进而增大了方案 A 的总冲与成本。

由图 6 可知,对于初始方案,发动机在正常工作期间(点火后 0.5s 至结束工作前 3s)的压强以及推力变化幅度极大。对于方案 A 与 B,发动机工作期间具有较为平坦的压强-时间、推力-时间曲线,并且推力-时间曲线均满足约束条件需求。方案 A 与方案 B 的工作时间均收敛至约束下界,其中方案 A 在 20 ~

Table 7 Optimization results of KRG-MAOM,NSGA-II,and ParEGO (IGD value)

Benchmarks	KRG-MAOM($N_{fe}^{max} = 200$)			NSGA-II($N_{fe}^{max} = 2000$)			ParEGO($N_{fe}^{max} = 200$)		
	Best	Mean	Std	Best	Mean	Std	Best	Mean	Std
ZDT1	0.0163	0.0273	0.0074	0.6041	0.8483	0.1803	0.0513	0.0945	0.0316
ZDT2	0.0072	0.0087	0.0009	0.9027	1.3994	0.2771	0.0440	0.0864	0.0483
ZDT3	0.1132	0.2300	0.0963	0.4793	0.7625	0.1451	0.2071	0.3818	0.1385
LZ08-F1	0.0350	0.0471	0.0075	0.0409	0.0613	0.0107	0.0692	0.0966	0.0125

Table 8 Comparison of the initial and optimized objectives

Objective		Initial solution	Optimized solution A	Optimized solution B
Total impulse	$I_{SRM}/(N \cdot s)$	1.3270×10^7	1.4721×10^7	1.3816×10^7
Total cost	C_{SRM}	1.4478×10^6	1.4494×10^6	1.3992×10^6
	$(C_{comb}/C_{grain}/C_{noz})/yuan$	$(0.2370/0.8713/0.3394) \times 10^6$	$(0.2386/0.9280/0.2827) \times 10^6$	$(0.2326/0.8954/0.2710) \times 10^6$

Table 9 Comparison of the initial and optimized constraints

Constraint		Range	Initial solution	Optimized solution A	Optimized solution B
Working time	t_{work}/s	[55, 60]	55.3829	55.0494	55.0473
Throat to port ratio	J	≤ 0.65	0.3265	0.5153	0.4790
Average thrust	\bar{F}/kN	[250, 300]	231.9548	266.3080	251.0771
Thrust curve deviation	$(F_{\text{max}} - \bar{F})/kN$	≤ 30	43.7709	17.4908	15.4933
Nozzle exit pressure	\bar{p}_{exit}/Pa	≥ 20265	12897.3838	20483.3058	20507.6602
Nozzle exit diameter	D_{exit}/m	$\leq D_{\text{comb}}$	0.9600(≤ 1.30)	0.8953(≤ 1.32)	0.8631(≤ 1.30)
Volumetric loading fraction	φ	≥ 0.85	0.9398	0.9305	0.9362

Table 10 Comparison of the initial and optimized design variables

Design variable		Range	Initial solution	Optimized solution A	Optimized solution B
Combustor diameter	D_{comb}/m	[0.12, 0.14]	1.30	1.3212	1.2946
Theoretical total impulse	$I_{\text{th}}/(N \cdot s)$	[1.2×10^7 , 1.6×10^7]	1.4×10^7	1.5759×10^7	1.4845×10^7
Front radius of grain bore	R_{front}/m	[0.04, 0.08]	0.06	0.0405	0.0403
Core radius of grain bore	R_{core}/m	[0.10, 0.16]	0.13	0.1469	0.1321
Rear radius of grain bore	R_{rear}/m	[0.18, 0.24]	0.21	0.1801	0.1801
Fin height	H_{fin}/m	[0.35, 0.55]	0.40	0.5499	0.5407
Fin length	L_{fin}/m	[0.20, 0.60]	0.40	0.2001	0.2001
Fin inclination angle	$\alpha_{\text{fin}}/(\circ)$	[30, 60]	45	30.0033	30.0000
Throat radius	R_{throat}/m	[0.10, 0.14]	0.12	0.1296	0.1246
Nozzle area ratio	ε	[12, 20]	16	12.0001	12.0000
Convergent half angle	$\alpha_{\text{noz}}/(\circ)$	[45, 55]	50	51.7207	52.7908
Divergent half angle	$\beta_{\text{noz}}/(\circ)$	[12, 17]	15	17.0000	16.9998

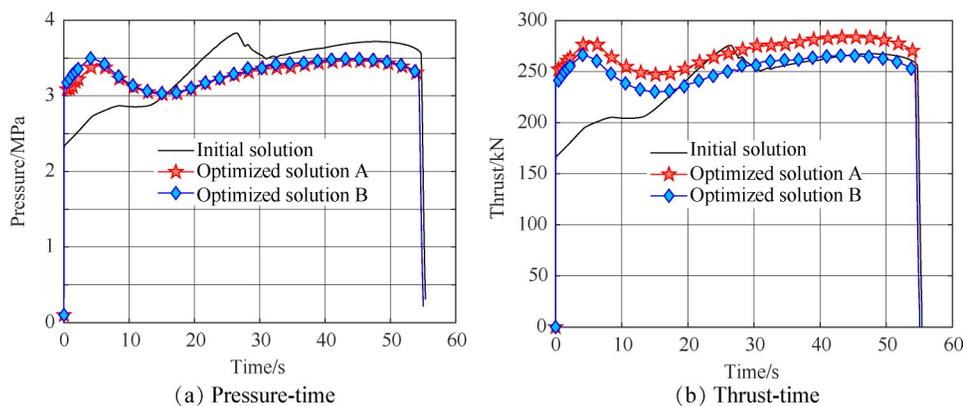


Fig. 6 Comparison of pressure-time and thrust-time curves

60s 的推力与优化方案 B 相比提升了 10% 以上,从而获得更大的发动机总冲。上述结果验证了固体火箭发动机 MDO 模型的合理性以及 KRG-MAOM 算法的工程适用性。此外,在保证成本不高于初始方案的前提下,可选择方案 A 作为性能最优的设计方案;在保证性能不劣于初始方案的前提下,可选择方案 B 作为成本最低的设计方案。

4 结 论

通过本文研究,得到如下结论:

(1) 本文提出的基于 Kriging 代理模型的多目标自适应优化方法 KRG-MAOM,与国际同类型算法相比,在全局收敛性与优化效率方面具有显著优势。

(2) 采用 KRG-MAOM 算法对固体火箭发动机优化模型进行优化求解,获得了一组满足约束条件的 Pareto 解集,相比于初始方案发动机,在同性能情况下成本节省约 3.36%;在同成本情况下性能提升约 10.93%。

(3) 固体火箭发动机多目标优化结果说明了本文建立的固体火箭发动机模型合理性,同时验证了

KRG-MAOM算法的工程适用性。

致谢:感谢国家自然科学基金、航空科学基金和中国博士后科学基金的资助。

参考文献

- [1] Portz R. Launch Vehicle Design Features for Minimum Cost[C]. *Fort Lauderdale: 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 2004.
- [2] 王振国. 飞行器多学科设计优化理论与应用研究[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [3] Meisl C J. Life-Cycle-Cost Considerations for Launch Vehicle Liquid Propellant Rocket Engine[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1988, 4(2): 118-126.
- [4] McAfee J, Culver G, Naderi M. NASA Air Force Cost Model(NAFCOM): Capabilities and Results[R]. *SAIC M11-1278*.
- [5] Frank C, Pinon O, Tyl C, et al. New Design Framework for Performance, Weight, and Life-Cycle Cost Estimation of Rocket Engines[C]. *Krakow: 6th European Conference for Aerospace Sciences*, 2015.
- [6] 杨青, 汪亮. 战术固体火箭发动机按费用优化设计[J]. *固体火箭技术*, 1999, 22(1): 32-36.
- [7] 杨青. 固体火箭发动机面向成本优化设计[D]. 西安: 西北工业大学, 2003.
- [8] 王鹏程, 朱浩, 蔡国飙. 面向成本的固液火箭发动机方案设计优化[J]. *固体火箭技术*, 2017, 40(5): 537-544.
- [9] Sobieszczanski-sobieski J, Haftka R T. Multidisciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Developments[J]. *Structural Optimization*, 1997, 14(1): 1-23.
- [10] 史人赫. 全电推进卫星平台多学科设计与近似优化策略研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2019.
- [11] Mahjub A, Mazlan N M, Abdullah M Z, et al. Design Optimization of Solid Rocket Propulsion: A Survey of Recent Advancements[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2020, 57(1): 3-11.
- [12] 方杰, 童晓艳, 毛晓芳, 等. 某型发动机喷管的多学科设计优化[J]. *推进技术*, 2004, 25(6): 557-560. (FANG Jie, TONG Xiao-yan, MAO Xiao-fang, et al. A MDO Approach for Engine Nozzle Design[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(6): 557-560.)
- [13] 朱大林, 唐胜景, 郭杰, 等. 基于单学科可行法的固体火箭发动机参数优化设计[J]. *兵工学报*, 2012, 33(8): 897-901.
- [14] Matthew L, Heidi L D, James H. Design-to-Cost and Robust Liquid Rocket Engine Design Using PMDA/PMDO and MBSE[C]. *San Diego: AIAA SPACE 2014 Conference and Exposition*, 2014.
- [15] 马树微, 李静琳, 陈曦, 等. 多级固体运载火箭分级多学科设计优化[J]. *北京航空航天大学学报*, 2016, 42(3): 542-550.
- [16] 范健, 杨春, 佟明曦, 等. 基于内外弹道联合仿真的固体火箭发动机优化设计[J]. *弹箭与制导学报*, 2018, 38(2): 56-60.
- [17] Dupont C, Tromba A, Missonnier S. New Strategy to Preliminary Design Space Launch Vehicle Based on a Dedicated MDO Platform[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 158: 103-110.
- [18] 任鹏飞, 王洪波, 周国峰, 等. 临近空间固体动力飞行器发动机与轨迹一体化设计优化[J]. *推进技术*: 2021, 42(9): 1936-1947. (REN Peng-fei, WANG Hong-bo, ZHOU Guo-feng, et al. Integrated Design Optimization for Motor and Trajectory of near Space Solid Rocket Motor Powered Vehicle[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(9): 1936-1947.)
- [19] 龙腾, 刘建, WANG G G, 等. 基于计算试验设计与代理模型的飞行器近似优化策略探讨[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(14): 79-105.
- [20] 鲍福廷, 侯晓. 固体火箭发动机设计[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2016.
- [21] 杨月诚, 宁超. 火箭发动机理论基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2016.
- [22] Zeping W, Donghui W, Weihua Z, et al. Solid-Rocket-Motor Performance-Matching Design Framework[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, 54(3): 698-707.
- [23] Bartz D R. A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients[J]. *Journal of Jet Propulsion*, 1957, 27(1): 49-53.
- [24] Abraham A, Jain L, Goldberg R. Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications[M]. *London: Springer*, 2005.
- [25] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [26] Knowles J. ParEGO: A Hybrid Algorithm with On-Line Landscape Approximation for Expensive Multiobjective Optimization Problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(1): 50-66.

(编辑:朱立影)