

基于显式预测控制的涡扇发动机控制器设计^{*}

冯 川¹, 杜 宪^{1,2}, 杨 斌¹, 张永亮³, 温思歆⁴

- (1. 大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024;
2. 南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 江苏 南京 210016;
3. 北京动力机械研究所, 北京 100074;
4. 大连理工大学 人工智能大连研究院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 模型预测控制因其能够较好地处理涡扇发动机约束问题且实现多变量控制而具有较大的应用潜力。为了解决传统模型预测控制算法在实际应用中存在运算量大、实时性较差的问题, 基于显式模型预测设计了航空发动机多变量控制器。在控制结构上采用多速率双闭环系统, 保证了控制精度; 在计算上通过多参数规划将在线优化问题转化为线性函数计算问题, 大幅度减少了计算量; 在发动机从开环切闭环的过程提出一种增量式切换方法, 实现无扰切换。数值仿真和硬件在环仿真结果表明, 转速和压比稳态误差分别不超过 $\pm 0.25\%$ 和 $\pm 1\%$, 控制器在25ms控制周期内能完成计算, 满足嵌入式系统实时性要求。

关键词: 涡扇发动机; 限制管理; 显式模型预测控制; 无扰切换; 硬件在环试验

中图分类号: V233.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2022) 06-200912-10

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 200912

Design of Turbofan Engine Controller Based on Explicit Predictive Control

FENG Chuan¹, DU Xian^{1,2}, YANG Bin¹, ZHANG Yong-liang³, WEN Si-xin⁴

- (1. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System, College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
3. Beijing Power Machinery Institute, Beijing 100074, China;
4. Artificial Intelligence Institute, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Model predictive control (MPC) has great application potential because it can deal with the constraints of turbofan engine and realize multivariable control. A multivariable controller for aero-engine based on explicit model predictive control is proposed so as to solve the problems of large amount of calculation and poor real-time performance of traditional model predictive control algorithm in practical application. The control accuracy can be guaranteed through the multi-rate double closed-loop system in the control structure. The calculation amount has been dramatically reduced by transforming the online optimization problem into the linear function

^{*} 收稿日期: 2020-11-17; 修订日期: 2021-03-22。

基金项目: 国家自然科学基金 (61903059; 61890924); 航空科学基金 (2019ZB063001)。

作者简介: 冯 川, 硕士生, 研究领域为航空发动机控制。

通讯作者: 杜 宪, 博士, 副教授, 研究领域为航空发动机控制系统设计及应用。

引用格式: 冯 川, 杜 宪, 杨 斌, 等. 基于显式预测控制的涡扇发动机控制器设计[J]. 推进技术, 2022, 43(6): 200912. (FENG Chuan, DU Xian, YANG Bin, et al. Design of Turbofan Engine Controller Based on Explicit Predictive Control[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(6):200912.)

calculation problem with the multi-parametric programming method. In the process of engine switching from open loop to closed loop, an incremental switching method is proposed to realize undisturbed switching. The results of numerical simulation and hardware-in-loop simulation show that the steady-state errors of rotational speed and pressure ratio are less than $\pm 0.25\%$ and $\pm 1\%$, respectively and the controller can complete the calculation during the 25ms control period, which meets the real-time requirements of embedded system.

Key words: Turbofan engine; Limit management; Explicit model predictive control; Bumpless switch; Hardware-in-loop

1 引言

航空发动机是具有强非线性、多变量耦合特点的复杂非线性系统,实际工作过程中还要考虑环境中的噪声和执行机构幅值限制、速率限制等约束的影响。传统航空发动机控制系统基于单变量控制器实现对目标值的跟踪,并通过最大-最小(Max-Min)选择逻辑实现约束管理。但这种约束管理方法并不能保证受限控制器输出在所有情况下都不超限,在过渡态和某些极端环境下依然可能出现部分物理量超限,给航空发动机的安全运行带来隐患^[1]。因此,针对带约束的多变量控制理论具有重大的研究价值。

模型预测控制(MPC)将控制问题简化为二次规划问题,通过反复在线滚动优化,求解带约束情况下的最优控制律,可以很好地解决多变量控制和约束管理问题,MPC在炼油化工等慢动态领域已经有大量的应用。然而,一方面当研究问题规模较大以及系统动态变化较快时,模型预测控制器在线计算量和需要的存储空间比较大,限制了模型预测控制在快速动态领域的应用;另一方面模型预测控制具有反复在线计算的特点,这使得闭环预测控制系统属于非线性系统,很难建立该系统的输入与输出的显式表达式,从而无法分析该闭环系统的稳定性和鲁棒性等。针对模型预测控制的不足,Bemporad等^[2]于2002年首次提出将多参数规划理论引入到线性时不变对象的约束二次优化控制问题中,将系统的状态区域进行凸划分,在离线计算阶段得到对应每个状态分区上的状态反馈最优显式控制律,在线计算阶段通过查表确定当前状态所在的分区,建立了显式模型预测控制系统。国内外研究人员针对显式模型预测在快速动态领域的应用开展了大量的研究,杜建福^[3]基于小型无人直升机,设计了EMPC(显式预测控制)的位置、姿态和速度控制器,并在DSP(数字信号处理器)上进行了全实物仿真验证。Cimini等^[4]基于无刷直流电机设计了EMPC电压控制器,并在DSP

上进行了全实物验证。张聚等^[5]基于三自由度直升机设计了EMPC控制器,并在计算机上做了半实物仿真。在航空发动机领域,杜宪等^[6-8]针对航空发动机的约束管理问题,设计了非线性模型预测控制器实现对发动机输出量的约束管理,并与Max-Min控制逻辑进行了比较。王磊等^[9]基于RVM(关联向量机)回归误差补偿进行了航空发动机分布式控制系统的多步预测研究,但是他们都仅仅进行了数值仿真,未实现硬件在回路验证。沈立锐^[10]对于燃气轮机设计了MPC控制器,并分析了MPC进行硬件在环测试的困难,没能实现硬件在环仿真。

本文针对航空发动机非线性模型,基于显式模型预测理论设计了航空发动机多变量控制器,在计算上将传统模型预测控制的在线优化问题转化为线性的读取映射和函数计算问题,大大地减少了计算量。基于MPC55xx处理器进行硬件在环试验,满足嵌入式系统的实时性,同时验证了显式模型预测控制器的约束管理能力和优异的鲁棒性。

2 航空发动机状态变量模型

以小涵道比军用涡扇发动机为例进行设计,在飞行条件一定情况下,设航空发动机的离散化非线性模型为^[11-12]

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{y}_k &= g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ 分别为状态向量、控制向量和输出向量,其中状态向量通常是高低压转子转速、压力参数等,控制量可为主燃油流量、尾喷管面积、风扇和压气机导叶角度等,输出量可以是转速、压力、温度等可测参数以及推力、喘振裕度等不可测的性能输出参数。

当发动机工作在某工况附近时,在平衡点 $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0)$ 处,对式(1)进行线性化,即泰勒展开并忽略高阶项,可得其离散小偏差状态变量模型为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}_k \\ \Delta \mathbf{y}_k &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_0$, $\Delta \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_0$, $\Delta \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{y}_0$; $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{p \times m}$ 为待定系统矩阵。

由于各变量之间相差多个数量级,为了数值计算的稳定性,需要对该状态变量模型进行归一化处理。引入对角元素分别为向量 $\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0$ 的归一化对角方阵 $\mathbf{N}_x, \mathbf{N}_u, \mathbf{N}_y$, 将式(2)变换为

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{A}} \Delta \bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{B}} \Delta \bar{\mathbf{u}}_k \\ \Delta \bar{\mathbf{y}}_k &= \bar{\mathbf{C}} \Delta \bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{D}} \Delta \bar{\mathbf{u}}_k \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\Delta \bar{\mathbf{x}}_k = \mathbf{N}_x^{-1} \Delta \mathbf{x}_k$, $\Delta \bar{\mathbf{y}}_k = \mathbf{N}_y^{-1} \Delta \mathbf{y}_k$, $\Delta \bar{\mathbf{u}}_k = \mathbf{N}_u^{-1} \Delta \mathbf{u}_k$; $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{A} \mathbf{N}_x$, $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{B} \mathbf{N}_u$, $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{N}_y^{-1} \mathbf{C} \mathbf{N}_x$, $\bar{\mathbf{D}} = \mathbf{N}_y^{-1} \mathbf{D} \mathbf{N}_u$ 为归一化系统矩阵。

对发动机的各控制量分别作小阶跃扰动而保持其他控制变量不变,即

$$\mathbf{u}_k^i = \mathbf{u}_0 + \mathbf{N}_u \Delta \bar{\mathbf{u}}_k^i \quad (4)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, m$; $\Delta \bar{\mathbf{u}}_k^i = [\underbrace{0 \cdots 0}_{i-1} \cdots \underbrace{0 \cdots 0}_{m-i}]$, ϵ_i 为第 i 个控制变量的扰动幅度,该值的大小和发动机在当前平衡点的非线性程度有关。

在式(4)所表示的控制变量作用下,发动机将经历 m 个不同的过渡过程,其非线性动态响应序列分别为 $\mathbf{y}_k^1, \mathbf{y}_k^2, \dots, \mathbf{y}_k^m$, 由此可以推出 $\Delta \bar{\mathbf{y}}_k^i = \mathbf{N}_y^{-1} \Delta \mathbf{y}_k^i = \mathbf{N}_y^{-1} (\mathbf{y}_k^i - \mathbf{y}_0)$ 。由于发动机状态变量属于非线性动态响应序列中的一部分,即 $\mathbf{x} \subset \mathbf{y}$, 假设输出量中前 n 个变量与状态变量一一对应,即 $\Delta \bar{\mathbf{x}}_k^i = \Delta \bar{\mathbf{y}}_k^i (1:n)$ 。因此, $\Delta \bar{\mathbf{x}}_k^i, \Delta \bar{\mathbf{y}}_k^i, \Delta \bar{\mathbf{u}}_k^i$ 数据序列都是已知的,再根据拟合法思想,由式(4)可得

$$\begin{pmatrix} \hat{\bar{\mathbf{A}}} \\ \hat{\bar{\mathbf{B}}} \\ \hat{\bar{\mathbf{C}}} \\ \hat{\bar{\mathbf{D}}} \end{pmatrix} = \underset{\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^G \left\| \begin{pmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^i \\ \Delta \bar{\mathbf{y}}_k^i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{D}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \bar{\mathbf{x}}_k^i \\ \Delta \bar{\mathbf{u}}_k^i \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (5)$$

式中 G 为采样点个数。

求解式(5)所示最小二乘问题,反归一化即可得到系统矩阵为

$$\mathbf{A} = \mathbf{N}_x \hat{\bar{\mathbf{A}}} \mathbf{N}_x^{-1}, \mathbf{B} = \mathbf{N}_x \hat{\bar{\mathbf{B}}} \mathbf{N}_u^{-1}, \mathbf{C} = \mathbf{N}_y \hat{\bar{\mathbf{C}}} \mathbf{N}_x^{-1}, \mathbf{D} = \mathbf{N}_y \hat{\bar{\mathbf{D}}} \mathbf{N}_u^{-1}$$

3 多变量控制器

3.1 航空发动机控制方案

针对小涵道比军用涡扇发动机,由文献[13]可知,在规定的工作状态下,高压转子转速 N_H 为常数的调节方案能保持发动机的机械载荷、热负荷状态近似不变,并保证推力一定;涡轮落压比 π_T 作为发动机工作过程参数,与发动机推力和耗油率直接相关,有利于提高控制精度和降低控制装置成本。因此,本文采用如下多变量控制计划: $W_f \rightarrow N_H = \text{const}$, $A_8 \rightarrow \pi_T = \text{const}$, 根据控制计划需求,本文设计的多变量控制系统如图1所示。

航空发动机的参考指令为外部输入的油门杆角度值 (PLA), 当 PLA 小于闭环切换的阈值时,航空发动机由开环控制计划控制,发动机开环启动到慢车状态;当 PLA 达到闭环切换阈值时,发动机由开环控制无扰切换为闭环控制,航空发动机由 EMPC 控制器控制;执行机构小闭环控制器由于存在幅值饱和问题,采用积分分离型 PI 控制器^[14], 主要包括主燃油流量 W_f 、尾喷口喉道面积 A_8 、风扇导叶角度 A_1 和压气机导叶角度 A_2 的控制环节;发动机模型接受执行机构计算得到的燃油 W_f 和 A_8 , 反馈高压转子转速和压气机压力到闭环控制器中;执行机构内环控制器和执行机构模型执行周期 5ms, 显式模型预测控制外环控制器和发动机模型执行周期 25ms, 实现多速率双闭环控制。

3.2 无扰切换控制

本文提出的多变量控制器在起动阶段采用开环控制,慢车状态和中间状态为主燃油-转速和尾喷管面积-压比闭环多变量控制,因此需要解决开环到闭环的切换问题。对开环和闭环组合控制器,一种方案是在起动过程中让两个控制器同时运行,这样闭环控制器会认为起动过程中的转速和压比稳态误差由闭环引起,控制器会持续增加燃油和尾喷管面积输出,导致执行机构饱和,切换瞬间控制值输出变化

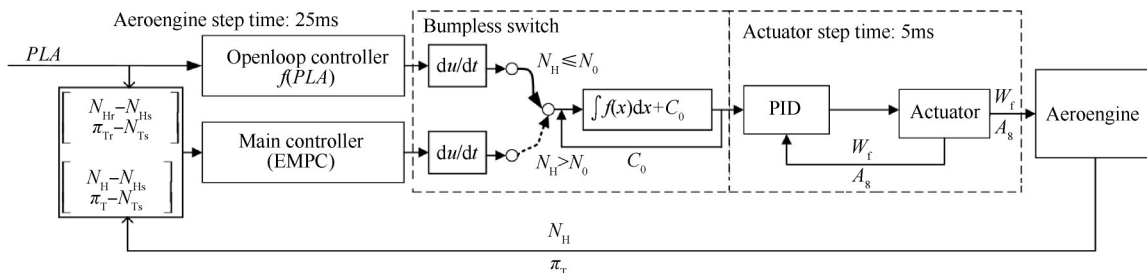


Fig. 1 Close-loop engine system designed by EMPC method

较大,容易引起发动机超温、超转和喘振等。另一种方案是起动完成后再触发闭环控制器运行,由于闭环控制器在切换瞬间输出初始值为0,而刚切换时发动机实际上处于稳态运行阶段,偏差较小,导致切换时刻闭环控制器计算输出值在一段时间内都比较小,很可能切换失败。

针对上述问题,本文提出一种增量式闭环控制器无扰切换方案,如图1中 Bumpless switch 环节所示,将闭环控制器的参考信号 $[N_H, \pi_{tr}]$ 与发动机模型端反馈的信号 $[N_H, \pi_T]$ 均减去切换点的模型输出值 $[N_{Hs}, \pi_{Ts}]$,当 $N_H \leq$ 切换阈值 N_0 时,系统采用开环控制,当 $N_H > N_0$ 时,系统采用闭环控制。转速切换值 N_0 由发动机主机研究所给定,该转速切换值表示的是发动机从停车状态到达慢车平衡状态对应的转速,即发动机的自持转速,此时航空发动机已经起动完成,即将进入慢车状态。将开环控制器输出和闭环控制器输出同时进行微分,不妨分别将微分后的信号记为信号A和信号B,切换完成后的信号记为信号C,设切换时信号C的值为 C^* ,达到切换条件时发动机控制器由开环切到闭环,在切换点初值 C^* 的基础上对信号C积分,得到发动机控制器输出信号。该切换方法不会受切换阈值和切换信号的影响,最终控制器的输出在切换点的数据不会产生跳变,实现无扰切换。

3.3 硬件在环仿真系统

硬件在环仿真试验^[15]是航空发动机的FADEC(全权限数字式发动机控制)系统开发试验流程中必不可少的一部分,通过试验可以对控制律(发动机稳态、加减速控制算法以及加减速计划的控制效果)和故障诊断等算法进行高效、全面的验证,并为后续的半物理试验^[16]做准备。HIL(硬件在环路)仿真平台

是FADEC系统设计体系中的关键环节之一,能够提高FADEC系统开发效率及其可靠性,并有效降低研发风险。

本文验证用的硬件在环仿真系统结构如图2所示,系统由EEC控制器、负载模拟装置、执行机构模型仿真机、发动机模型仿真机、主控计算机组成。经过数值仿真验证设计好的显式模型预测控制器通过Simulink^[17]生成代码在MPC55xx处理器中执行,MPC55xx处理器的实时操作系统中创建了25ms中断函数和5ms中断函数,在这两个函数中分别调用发动机控制器和执行机构控制器子程序;负载模拟装置对来自测控计算机的信号进行调理,产生满足控制器要求的LVDT/RVDT信号,同时模拟高速电磁阀的负载特性,并与EEC控制器构成满足要求的负载回路;执行机构和发动机模型仿真机装载RTX嵌入式实时操作系统,实时运行数学模型,保证闭环控制系统的实时性;主控计算机实现各部分任务调度,可在主控计算机中设定油门杆角度 PLA 、高度 H 、马赫数 Ma 等指令,模拟航空发动机的环境参数。同时,主控计算机接收并存储来自于各仿真机的仿真数据。

3.4 显式模型预测控制

考虑线性时不变系统^[2,18-24]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{Cx}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

满足状态和控制输入的约束条件:

$$\mathbf{Ex}(t) + \mathbf{Lu}(t) \leq \mathbf{M} \quad (t > 0) \quad (7)$$

式(6)中 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统 n 维状态变量; $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为 m 维操作变量; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^p$ 为 p 维操作输出; $\mathbf{E}, \mathbf{L}$ 和 $\mathbf{M}$ 分别是控制输入、状态和输出的约束,由实际问题确

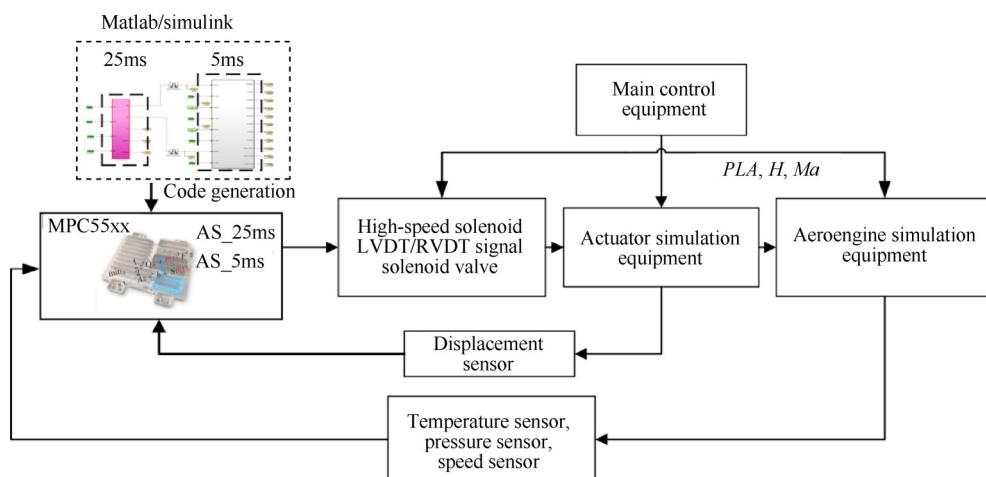


Fig. 2 Hardware in-the-loop simulation structure

定其取值。

定义二次性能目标函数:

$$J(U_N, \mathbf{x}(0)) = \|\mathbf{P}\mathbf{x}_N\|_2 + \sum_{k=0}^{N-1} (\|\mathbf{Q}\mathbf{x}_k\|_2 + \|\mathbf{R}\mathbf{u}_k\|_2) \quad (8)$$

考虑约束线性时不变离散系统的有限时间最优控制问题:

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x}(0)) &= \min_{U_N} J(U_N, \mathbf{x}(0)) \\ \text{s.t. } \mathbf{E}\mathbf{x}_k + \mathbf{L}\mathbf{u}_k &\leq \mathbf{M} \quad (k=0, \dots, N-1) \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (k \geq 0) \\ \mathbf{x}_0 &= \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{x}_N &\in \chi_f \end{aligned} \quad (9)$$

式中 N 表示有限控制时域的长度, 且 $U_N = [\mathbf{u}'_0, \dots, \mathbf{u}'_{N-1}]'$ 表示决策向量。

$\mathbf{x}_N \in \chi_f$ 为终端状态约束条件, 保证了闭环系统的稳定性和可行性, $\chi_f \subseteq \mathbf{R}^n$ 为系统状态的终端约束边界, 通常为多面体区域。矩阵 $\mathbf{P} \geq 0, \mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{R} \geq 0$ 为对称矩阵, 文献[2, 20-23]说明矩阵 $\mathbf{P}$ 和增益 $\mathbf{K}$ 通过在假定 $k \geq N$ 约束不起作用时由代数黎卡提方程求得, 在此直接引用结果:

$$\mathbf{K} = -(\mathbf{R} + \mathbf{B}'\mathbf{P}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P}\mathbf{A}$$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})' \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}) + \mathbf{K}' \mathbf{R} \mathbf{K} + \mathbf{Q}$$

由式(6)可得式(10), 式中 $k=1, \dots, N$ 。式(10)表明任意时刻的状态 $\mathbf{x}_k$ 均可通过初始状态 $\mathbf{x}_0$ 和控制向量 $\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{k-1}$ 的线性组合来表示。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}^k \mathbf{x}_0 + \sum_{j=0}^{k-1} \mathbf{A}^j \mathbf{B} \mathbf{u}_{k-1-j} \quad (10)$$

联合式(8), (9), (10)可得

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x}(0)) &= \min_{U_N} \left(\frac{1}{2} \mathbf{U}_N' \mathbf{H} \mathbf{U}_N + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{x}'(0) \mathbf{F} \mathbf{U}_N + \frac{1}{2} \mathbf{x}'(0) \mathbf{Y} \mathbf{x}(0) \right) \\ \text{s.t. } \mathbf{T} \mathbf{U}_N &\leq \mathbf{W} + \mathbf{E} \mathbf{x}(0) \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{H}, \mathbf{F}, \mathbf{T}, \mathbf{W}, \mathbf{Y}$ 是中间计算的矩阵。

定义:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U}_N + \mathbf{H}^{-1} \mathbf{F}' \mathbf{x}(0) \quad (12)$$

式(11)可简化为

$$\begin{aligned} J_Z^*(\mathbf{x}(0)) &= \min_Z \frac{1}{2} \mathbf{Z}' \mathbf{H} \mathbf{Z} \\ \text{s.t. } \mathbf{T} \mathbf{Z} &\leq \mathbf{W} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}(0) \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{S} = \mathbf{E} + \mathbf{T} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{F}'$ 。

对式(1)或式(13)的优化问题, 其最优决策向量 $U_N^*(\mathbf{x}(0))$ 由 $\mathbf{x}(0)$ 决定, 即向量 $U_N^*(\mathbf{x}(0))$ 会随着 $\mathbf{x}(0)$ 的值改变而随之改变。在模型预测控制中, 在

$\mathbf{x}(0)$ 的值发生改变时, 一般需要重新求解式(13), 得到当前时刻的最优决策向量。这使得模型预测控制的应用范围局限于问题规模较小或者被控对象动态变化较慢的情况。

文献[2]将问题式(13)看作多参数二次规划问题, 并提出了一种求解多参数二次规划问题的方法, 这里直接引用文献的主要结论:

结论(1): 考虑多参数二次规划问题式(13), 且 $\mathbf{H} > 0$, 则可行域 χ_0 是凸的多面体域, $\chi_0 \subseteq \mathbf{R}^n$ 为满足式(9)中约束条件的所有 $\mathbf{x}(0)$ 的集合。最优解 $Z_N^*(\mathbf{x}(0))$ 是 $\mathbf{x}(0)$ 的分段线性连续函数, 由式(12)可得:

$$U_N^*(\mathbf{x}(0)) = Z_N^*(\mathbf{x}(0)) - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{F}' \mathbf{x}(0)$$

因此 $U_N^*(\mathbf{x}(0))$ 也是 $\mathbf{x}(0)$ 的分段线性连续函数, 即

$$\begin{aligned} U_N^*(\mathbf{x}(0)) &= \mathbf{F}_0^i \mathbf{x}(0) + \mathbf{G}_0^i \\ \text{s.t. } \mathbf{x}(0) &\in CR_0^i \\ CR_0^i &= \{ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | \mathbf{H}_0^i \mathbf{x} \leq \mathbf{K}_0^i \} \\ \bigcup_i CR_0^i &= \chi_0, CR_0^i \cap CR_0^j = \emptyset \\ (i \neq j, i &= 1, \dots, N_0^i) \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{F}_0^i$ 和 $\mathbf{G}_0^i$ 为对应系数, N_0^i 是系统状态分区的个数, CR_0^i 为多面体集。

结论(2): 考虑多参数二次规划问题式(13), 且 $\mathbf{H} > 0$, 则 $J_Z^*(\mathbf{x}(0))$ 是 $\mathbf{x}(0)$ 的分段二次连续函数, 由式(1)和式(13)可得:

$$J^*(\mathbf{x}(0)) = \frac{1}{2} \mathbf{x}'(0) (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{F}') \mathbf{x}(0) + J_Z^*(\mathbf{x}(0))$$

因此 $J^*(\mathbf{x}(0))$ 也是 $\mathbf{x}(0)$ 的分段二次连续函数, 即

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x}(0)) &= \mathbf{x}'(0) \mathbf{Q}_0^i \mathbf{x}(0) + \mathbf{L}_0^i \mathbf{x}(0) + \mathbf{C}_0^i \\ \mathbf{x}(0) &\in CR_0^i \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $\mathbf{Q}_0^i, \mathbf{L}_0^i$ 和 $\mathbf{C}_0^i$ 为对应系数。

根据模型预测控制算法的滑动时域控制策略, 每一时刻实际作用到被控对象上的控制信号为优化问题(11)的最优决策向量 $U_N^*(\mathbf{x}(0))$ 中的 $\mathbf{u}_0^*$, 根据结论(1), $\mathbf{u}_0^*$ 也为 $\mathbf{x}_0$ 的分段线性连续函数:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_0^* &= \mathbf{f}_0^i \mathbf{x}(0) + \mathbf{g}_0^i \\ \mathbf{x}(0) &\in CR_0^i, i = 1, \dots, N_0^i \end{aligned} \quad (16)$$

因而模型预测控制系统每一时刻作用到系统的控制信号为分段线性状态反馈信号, 由于系统为时不变的, 因而

$$\mathbf{f}_0^i = \mathbf{f}_t^i = \mathbf{f}^i, \mathbf{g}_0^i = \mathbf{g}_t^i = \mathbf{g}^i$$

$$N_0^i = N_t^i = N^i, CR_0^i = CR_t^i = CR^i \quad (t \geq 0)$$

因而,闭环预测控制系统可以转化为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= (\mathbf{A} + \mathbf{B}f^i)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}g^i \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

当 $\mathbf{x}(t) \in CR^i, \bigcup_i CR_0^i = \chi_0 \quad (i = 1, \dots, N^r), t \geq 0$ 时,式(17)表示闭环预测控制系统PWA模型的状态空间形式。

当系统方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned}$$

对应闭环预测控制系统的PWA模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= (\mathbf{A} + \mathbf{B}f^i)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}g^i \\ \mathbf{y}(t) &= (\mathbf{C} + \mathbf{D}f^i)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}g^i \end{aligned}$$

显式模型预测控制算法包括离线计算和在线计算部分,离线计算应用多参数规划方法对系统的状态区域进行凸划分,并得到每个状态区上的状态反馈最优控制律,在线计算时只需确定当前时刻系统状态所处的分区并线性计算得到当前时刻的最优控制量。

4 数值仿真与硬件在环仿真

4.1 航空发动机预测模型

显式模型预测控制基于预测模型进行控制,因此需要获取航空发动机的状态空间模型。针对小涵道比军用涡扇发动机,取 $\mathbf{u} = [W_f, A_8]^T, \mathbf{x} = [N_L, N_H]^T, \mathbf{y} = [N_H, \pi_T]^T$,其中 $W_f, A_8, N_L, N_H, \pi_T$ 分别为主燃油流量、尾喷口面积、风扇转速、压气机转速、涡轮落压比。

根据本文的线性拟合法在稳态点建立航空发动机的状态变量模型,其中扰动幅度 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 5\%$,优化算法 Trust-region-reflective,采样周期 25ms,初值为 0,主要调用 Matlab 自带的 Lsqcurvefit 函数。在地面慢车工作状态,即高度 $H=0\text{km}$ 、马赫数 $Ma=0$ 、压气机转速 $N_H = 86N_{H, \text{design}}$ 时,求解得到如下归一化系统矩阵:

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0.8245 & 0.1085 \\ -0.0062 & 0.9550 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0.0195 & 0.0150 \\ -0.0101 & 0.0014 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7.5899 & -7.2201 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

为了验证辨识得到的发动机非线性模型效果,在地面慢车工作状态,分别在不同时刻给定燃油 W_f 和 A_8 的阶跃输入,将线性模型和非线性模型的转速响应、压比响应进行对比,效果如图 3 和图 4 所示。高压转子转速平均拟合精度为 99.98%,曲线拟合程度很高,涡轮落压比平均拟合精度为 98.84%,曲线拟合程度略低,这是因为压比等于涡轮出口与进口压力之比,使压比输出表现出较强的非线性。综合来看,辨识模型可以用来作为显式模型预测控制器的预测模型。

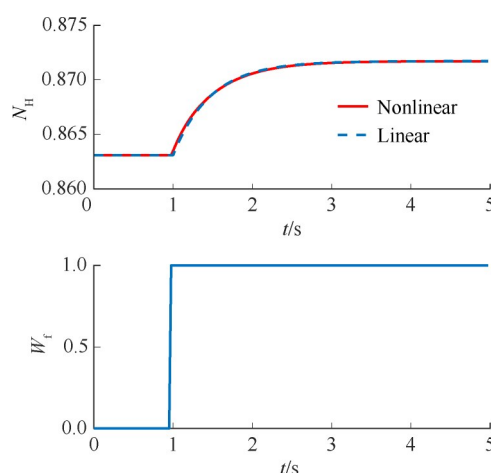


Fig. 3 Response curve of nonlinear and linear identification model for W_f step

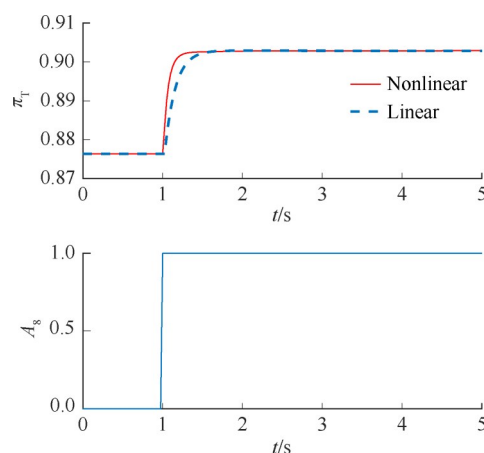


Fig. 4 Response curve of nonlinear and linear identification model for A_8 step

4.2 无扰切换

根据 3.2 节介绍的无扰切换控制算法,设计无扰切换控制器并进行数值仿真,如图 5 所示为不同切换方法对应转速的曲线,虚线为直接切换,实线为无扰切换。由仿真结果可知,无扰切换控制器能够保证

控制器连续无扰动的切换,而直接切换产生了很大的波动,无扰切换控制算法的控制效果非常好。

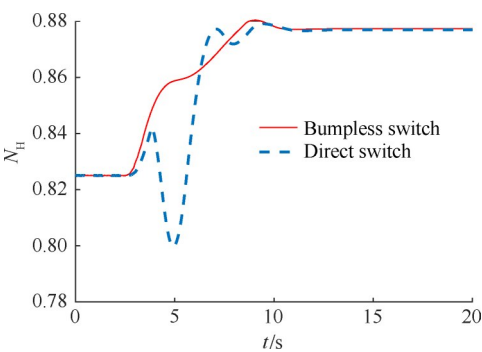


Fig. 5 Response curve of direct switch and bumpless switch

4.3 EMPC 离线计算

针对本文的多变量控制系统,采样周期为 25ms,实际主燃油和尾喷管喉道面积执行机构范围为 $[0, 0.42]^T \leq u \leq [1\ 1]^T$,这里设置执行机构约束为 $[0, 0.47]^T \leq u_1 \leq [0.85\ 0.85]^T$,以验证 EMPC 的约束性能,高压转子转速和压比的约束为 $[0, 0]^T \leq x \leq [1.05\ 1.05]^T$,状态约束 $0 \leq x \leq 1.05$,预测时域为 3,控制时域为 1,离线求解得到 145 个分区和每个分区对应的 H_i, K_i, F_i, G_i ,由于一张图片无法完整显示 145 个

分区,给出如图 6 所示的二维分区示意图,简单说明分区情况,图中每个分区的边界由 $H_i x \leq K_i$ 定义。由图 6 可知,在每个周期采集到或观测到状态量 x_1 和 x_2 以后,由 $H_i x \leq K_i$ 可算出当前状态所在的分区,然后由分区计算当前控制量。

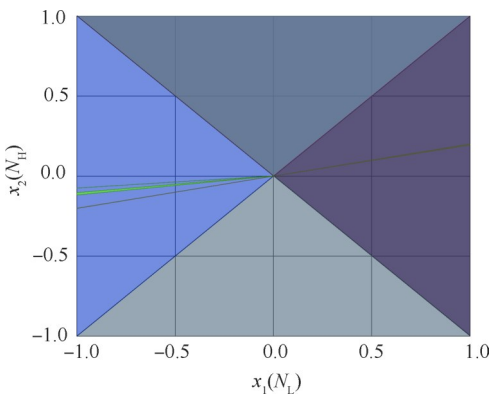


Fig. 6 2-D plot of explicit MPC polyhedral partition

4.4 数值仿真

本文选择 $H=0\text{km}$, $Ma=0$ 和 $H=10\text{km}$, $Ma=1.5$ 两个包线点,仿真结果如图 7,8 所示,图中实线为目标值,虚线为发动机模型被控输出值,表 1 是 N_{Hr} 和 π_{Tr}

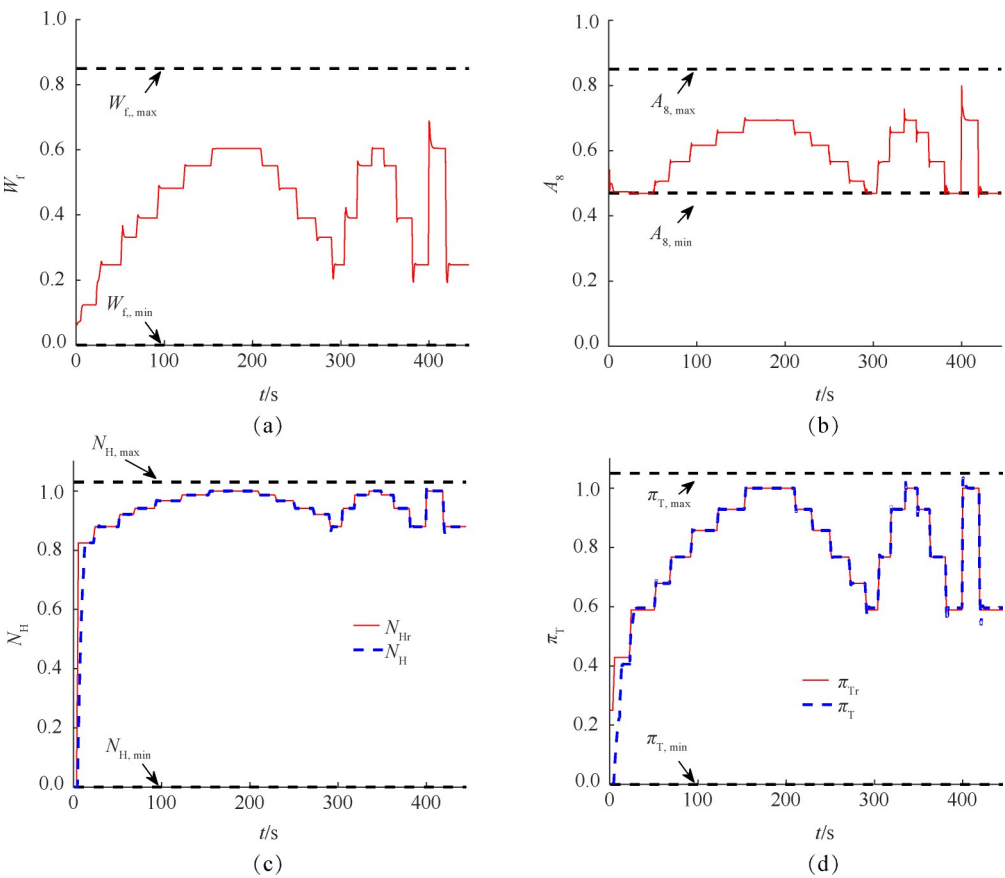


Fig. 7 Response curve when $H=0\text{km}$, $Ma=0$

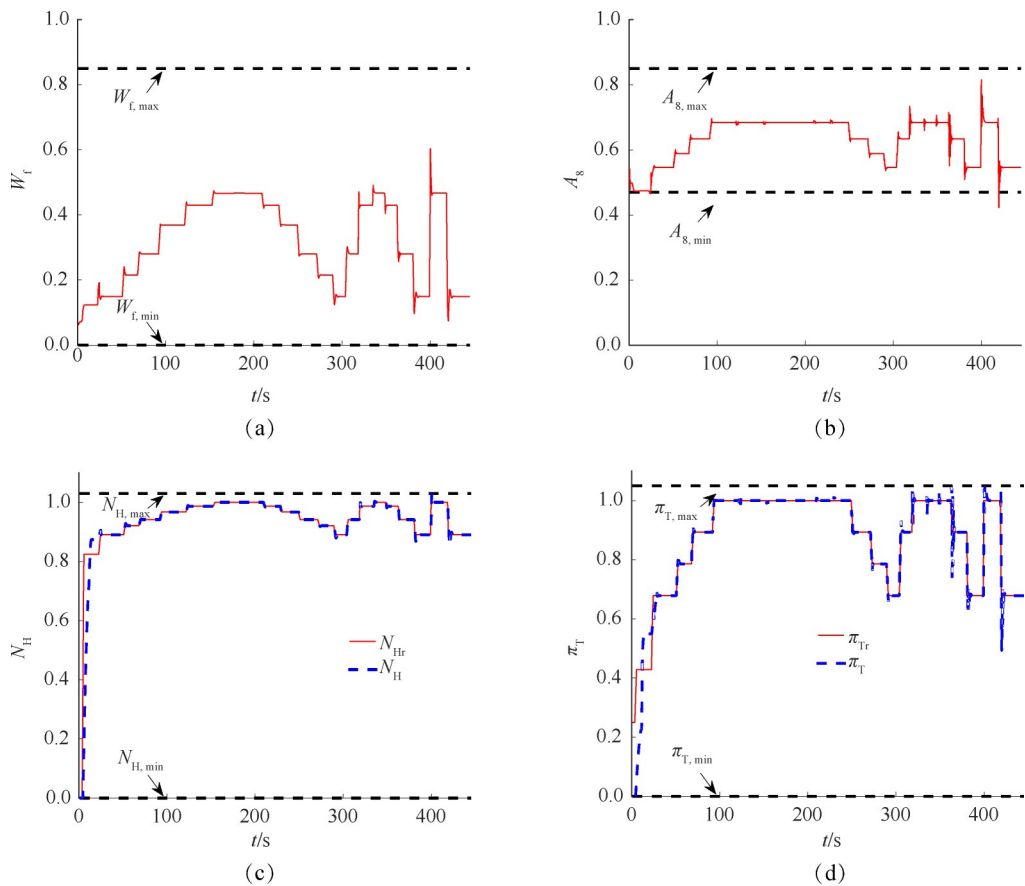


Fig. 8 Response curve when $H=10\text{km}$, $Ma=1.5$

的归一化值,参量下标 r 代表参考值,对应数值仿真和硬件在环中的给定值。由图可知,航空发动机可实现从起动到慢车、中间等状态的稳态和过渡态控制,同时满足执行机构和输出约束。高压转子转速超调不超过 $\pm 0.25\%$,稳态误差不超过 $\pm 0.1\%$,落压比稳态控制精度不超过 $\pm 0.1\%$ 。在图 7,8 的(c)和(d)中,转速和压比在起动阶段出现执行机构饱和现象,这是因为高度马赫数发生变化时,发动机模型非线性变强,但是整体上 EMPC 表现了优异的鲁棒性。

Table 1 PLA and main target value

$PLA/(^{\circ})$	N_{Hr}	π_{Tr}
0	0	0
25	0.8244	0.43
35	0.8900	0.64
40	0.9209	0.71
45	0.9413	0.79
50	0.9669	0.86
55	0.98649	0.93
60	0.9998	1.00
65	1.0000	1.00

说明本文设计的显式模型预测控制器在航空发动机上的应用效果很好,达到预期目标。

4.5 硬件在环仿真

实际环境中存在的延时、噪声等干扰会对航空发动机控制系统产生较大的影响,硬件在环仿真是验证控制系统鲁棒性的重要环节。首先完成 EMPC 控制器的数值仿真,利用 RTW 的自动代码生成技术,生成嵌入式处理器可用的 C/C++ 代码,并导入到嵌入式处理器 Codewarrior 工程中,经过编译得到 60kB 的二进制 Bin 文件,小于 MPC55xx 处理器 512kB 的内存限制。

按照图 2 所示的架构搭建硬件在环仿真系统,在 $H=0\text{km}$, $Ma=0$ 状态点进行试验,由于仿真系统噪声容易导致控制系统触碰执行机构饱和限制,将执行机构约束设置为 $[0, 0.42]^T \leq u \leq [0.85, 0.85]^T$,经过反复调试得到如图 9 所示的仿真曲线。可以看出,航空发动机在满足执行机构约束情况下,很好地完成了稳态和过渡态控制,转速稳态误差不超过 $\pm 0.25\%$,压比稳态误差不超过 $\pm 1\%$,EMPC 程序内存不超过 60kB,控制器在 25ms 控制周期内能完成计算,显式预测控制器满足嵌入式系统实时性要求。

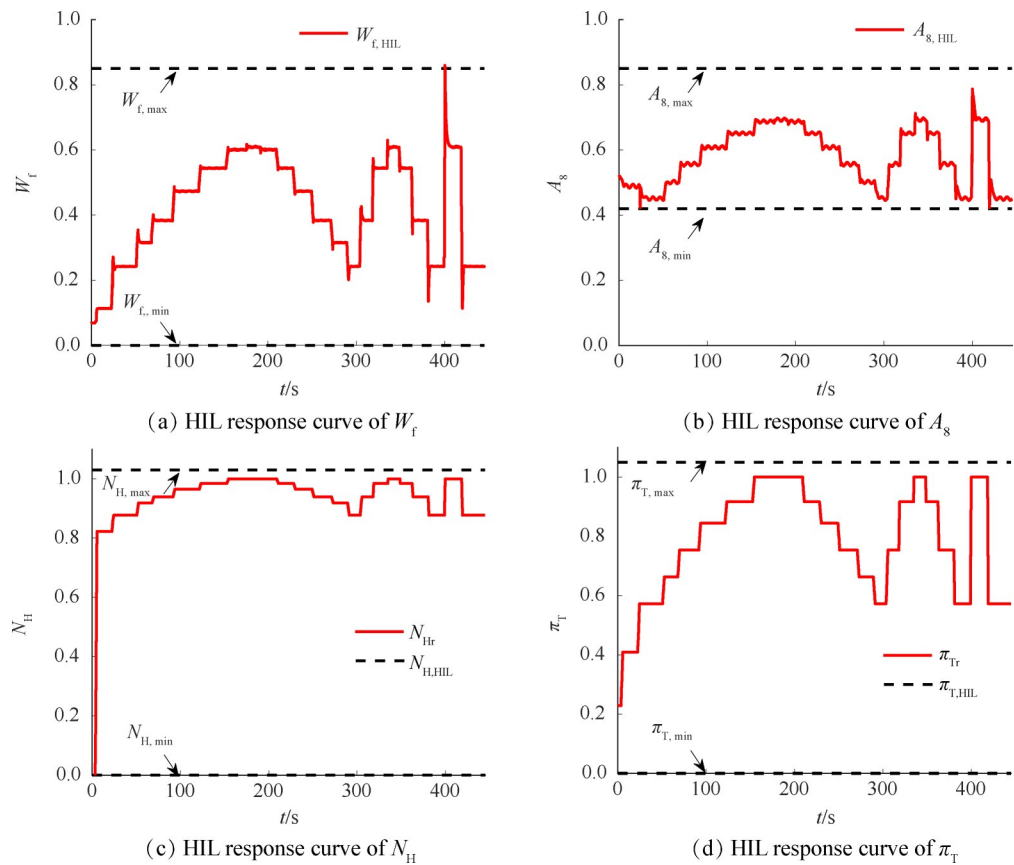


Fig. 9 HIL response curve when $H=0\text{km}$, $Ma=0$

5 结 论

本文针对涡扇发动机,采用一种基于多参数规划的显式模型预测控制设计策略,通过数值仿真和硬件在环仿真,得到如下结论:

(1)设计的多变量控制器在较好的完成起动、无扰切换和稳态、过渡态控制过程基础上,还具备优良的输入输出限制管理能力,EMPC通过离线计算控制器分区和线性控制律,大幅节省了计算量,数值仿真的转速稳态误差不超过 $\pm 0.25\%$,压比稳态误差不超过 $\pm 1\%$ 。

(2)设计的发动机控制算法通过Simulink的自动生成嵌入式C代码并下载到MPC55xx控制器中,控制器程序满足处理器内存要求和硬件在环仿真实时性要求,解决了传统模型预测控制无法运用到实时性要求较高的场合的问题。

致 谢:感谢国家自然科学基金和航空科学基金的资助。感谢孙希明教授、吴玉虎教授、谢寿生教授对论文提供的帮助。

参考文献

[1] May R D, Garg S. Reducing Conservatism in Aircraft En-

gine Response Using Conditionally Active Min-Max Limit Regulators[R]. NASA TM-2012-217814.

[2] Bemporad A, Morari M, Dua V, et al. The Explicit Linear Quadratic Regulator for Constrained Systems[J]. *Automatica*, 2002, 38(1): 3-20.

[3] 杜建福. 基于预测控制的小型无人直升机自主飞行研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2008.

[4] Cimini G, Bernardini D, Levijoki S, et al. Embedded Model Predictive Control with Certified Real-Time Optimization for Synchronous Motors[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2021, 29(2): 893-900.

[5] Zhang J, Cheng X, Zhu J. Control of a Laboratory 3-DOF Helicopter: Explicit Model Predictive Approach[J]. *International Journal of Control Automation & Systems*, 2016, 14(2): 389-399.

[6] 杜 宪, 郭迎清, 陈小磊. 基于非线性模型预测控制方法的航空发动机约束管理[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(7): 1766-1771.

[7] 杜 宪, 郭迎清, 孙 浩, 等. 基于滑模控制的航空发动机多变量约束管理[J]. *航空学报*, 2016, 37(12): 3657-3667.

[8] 杜 宪, 郭迎清. 民用涡扇发动机预测控制器设计[J]. *航空发动机*, 2013, 39(3): 27-30.

[9] 王 磊, 谢寿生, 苗卓广, 等. 基于RVM回归误差补偿的航空发动机分布式控制系统多步预测控制[J].

- 航空动力学报, 2013, 28(6): 1420-1428.
- [10] 沈立锐. 燃气轮机建模与基于 MPC 的转速负荷控制 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
- [11] 陆军, 郭迎清, 陈小磊. 线性拟合法建立航空发动机状态变量模型[J]. 航空动力学报, 2011, 26(5): 1172-1177.
- [12] 冯正平, 孙健国, 黄金泉, 等. 一种建立航空发动机状态变量模型的新方法[J]. 航空动力学报, 1998, 13(4): 435-438.
- [13] 孙健国. 航空燃气涡轮发动机控制[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2014.
- [14] 曹法立, 付远明, 吴江涛. 基于多级积分分离 PID 算法的温度控制系统[J]. 控制工程, 2017, 24(6): 1107-1112.
- [15] Salehi A, Montazeri-Gh M. Hardware-in-the-Loop Simulation of Fuel Control Actuator of a Turboshift Gas Turbine Engine[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 2019, 233(3): 969-977.
- [16] Liu Y, Zhang X, Zhang T. The Design and Semi-Physical Simulation Test of Fault-Tolerant Controller for Aero Engine [J]. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, 2017, 34(4): 377-385.
- [17] Choe J M, Arnedo L, Lee Y, et al. Model-Based Design and DSP Code Generation Using Simulink for Power Electronics Applications[C]. *Busan: 2019 10th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia*, 2019.
- [18] Mayne D Q. Model Predictive Control: Recent Developments and Future Promise [J]. *Automatica*, 2014, 50(12): 2967-2986.
- [19] Maddalena E T, Galvão R K H, Afonso R J M. Robust Region Elimination for Piecewise Affine Control Laws[J]. *Automatica*, 2019, 99: 333-337.
- [20] Tondel P, Johansen T A, Bemporad A. An Algorithm for Multi-Parametric Quadratic Programming and Explicit MPC Solutions [J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 489-497.
- [21] Kleinman D. Stabilizing a Discrete, Constant, Linear System with Application to Iterative Methods for Solving the Riccati Equation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(3): 252-254.
- [22] Sznajder M, Damborg M J. Suboptimal Control of Linear Systems with State and Control Inequality Constraints [C]. *Los Angeles: 26th IEEE Conference on Decision and Control*, 1987.
- [23] Chmielewski D, Manousiouthakis V. On Constrained Infinite-Time Linear Quadratic Optimal Control [J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 29(3): 121-129.
- [24] Zhang Ju, Fan Xinggang, Wang Wanliang. Multi Parameter Programming Approach for State Feedback Optimal Control of Constrained Linear System [C]. *Dalian: 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2006.

(编辑:朱立影)