

# 考虑冲压发动机工作边界的导弹大过载 机动反演控制\*

沙建科<sup>1</sup>, 施雨阳<sup>1</sup>, 王伟<sup>2,3</sup>, 彭雪峰<sup>4</sup>

- (1. 四川航天系统工程研究所, 四川 成都 610100;
2. 西安交通大学 航天航空学院, 陕西 西安 710049;
3. 江南机电设计研究所, 贵州 贵阳 550009;
4. 上海航天机电工程研究所, 上海 201109)

**摘要:** 针对冲压发动机导弹大过载机动控制问题, 设计了基于干扰观测器的反演控制器。根据导弹纵向运动方程建立了过载控制和马赫数控制模型, 将模型存在的不确定性和扰动视为总干扰, 采用扩张状态观测器进行精确估计, 然后设计了过载回路和马赫数回路的反演控制器, 为避免对控制器中的虚控制量多次求导导致“微分膨胀”, 采用反正切跟踪微分器对其进行精确估计, 最后采用Lyapunov方法对控制器的稳定性进行了证明。仿真结果表明, 所设计的控制器能够快速稳定地跟踪指令信号, 且过载通道和马赫数通道之间耦合较小, 充分验证了所设计控制器的有效性。

**关键词:** 导弹; 冲压发动机; 反演控制; 扰动观测器; 大过载机动; 跟踪微分器

中图分类号: TJ765.2 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2022) 05-200499-10

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.200499

## Backstepping Control of Missile High Overload Maneuver with Ramjet Work Boundary Constraint

SHA Jian-ke<sup>1</sup>, SHI Yu-yang<sup>1</sup>, WANG Wei<sup>2,3</sup>, PENG Xue-feng<sup>4</sup>

- (1. Sichuan Institute of Aerospace System Engineering, Chengdu 610100, China;
2. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
3. Jiangnan Design Institute of Machinery and Electricity, Guiyang 550009, China;
4. Shanghai Institute of Electrical and Mechanical Engineering, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** A backstepping controller based on disturbance observer was designed for the ramjet missile high overload maneuver. The overload control model and Mach control model were derived from the longitude motion equations, the uncertainties of control models and the unknown disturbances were regarded as total disturbance and extended as a new state and estimated precisely by extended states observer, then the backstepping control laws of the overload loop and the Mach loop using the total disturbance estimation and compensation were designed. The arctangent-based tracking differentiator was used to estimate the first-order derivatives of virtual control parameters included in the backstepping control laws in order to avoid the ‘differential explosion problem’. Finally the stabilities of control laws were proved based on Lyapunov theory. The simulation results show that the controllers can track the command signals rapidly, meanwhile the coupling between overload loop and

\* 收稿日期: 2020-07-08; 修订日期: 2020-09-21。

基金项目: 军科委技术创新项目 (18JSL0000000510); 火箭军创新项目 (304020201)。

通讯作者: 沙建科, 博士, 研究员, 研究领域为飞行器设计、制导控制。

引用格式: 沙建科, 施雨阳, 王伟, 等. 考虑冲压发动机工作边界的导弹大过载机动反演控制[J]. 推进技术, 2022, 43(5): 200499. (SHA Jian-ke, SHI Yu-yang, WANG Wei, et al. Backstepping Control of Missile High Overload Maneuver with Ramjet Work Boundary Constraint[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(5): 200499.)

Mach loop is very weak, so the effectiveness of the proposed controller is proved for the ramjet missile high overload maneuver.

**Key words:** Missile; Ramjet; Backstepping control; Disturbance observer; High overload maneuver; Tracking differentiator

## 1 引言

冲压发动机在比冲方面比固体火箭发动机具有明显优势,被视作下一代空空导弹、反舰导弹、反辐射导弹的首选动力装置。采用冲压发动机作为动力装置的导弹,由于进气道的存在使得弹体、推进、姿态之间存在强耦合关系。此外地面试验获得的导弹气动特性和发动机推力特性也与实际情况存在一定的差异,因此冲压发动机导弹控制系统设计具有快时变、强非线性、强耦合、强不确定性、多约束等特点<sup>[1-3]</sup>。采用冲压动力的战术导弹在攻击目标时往往需要做大攻角机动飞行,然而大攻角机动会导致冲压发动机推力急剧减小,推力减小导致导弹速度减小,为满足过载指令需求,速度的减小会导致攻角进一步增加,这种姿态和动力之间的强耦合、强非线性无疑增加了控制系统的设计难度;此外攻角快速变化时进气道前方的流场也会急剧变化,这种瞬态变化导致的气动干扰很难建模并在控制系统模型中得以体现。为此设计能够有效抑制冲压发动机导弹大机动时的强耦合、不确定性影响的鲁棒姿态控制系统就显得尤为必要。

冲压发动机作为一种吸气式发动机,其性能与导弹飞行状态存在强耦合关系,这使得其动力学模型表现出强非线性和强不确定性。吸气式飞行器飞行空域宽、外部环境复杂多变,同时气动和推进系统之间存在强耦合关系,这使得其动力学模型表现出强非线性和强不确定性。这使得吸气式飞行器控制器的设计是一项极具挑战性的工作,为此国内外学者针对吸气式飞行器的姿态控制问题,反馈线性化控制<sup>[4]</sup>、动态逆控制<sup>[5]</sup>、滑模控制<sup>[6-7]</sup>、自适应控制<sup>[8]</sup>、动态面控制<sup>[9]</sup>、预测控制<sup>[10]</sup>、反演控制<sup>[11-17]</sup>等非线性控制方法进行了深入研究,其中反演控制是一种处理不确定性非线性系统的有效方法。文献[12]针对包含参数摄动和外界扰动的高超声速飞行器纵向控制问题,设计了一种基于非线性干扰观测器的终端滑模反演控制器,采用跟踪微分器对系统的不确定项和虚控制量微分进行估计与补偿,实现了存在未知干扰和参数不确定性情况下对飞行器纵向速度和高度的精确稳定跟踪。文献[13]针对具有未知干扰和输入饱和与死区特性的大气层内拦截弹的姿态控

制问题,设计了反演控制器并采用非线性干扰观测器对总干扰进行估计和补偿,取得了较好的效果。文献[14]针对弹性吸气式高超声速飞行器纵向控制问题,提出了一种基于扰动观测器的反演控制方法,同时采用扰动观测器对虚控制量的微分进行估计,避免了“微分爆炸”。文献[15]针对参数摄动情况下的高超声速飞行器纵向控制问题,设计了一种基于非线性干扰观测器的反演鲁棒控制器,实现了对轨迹的精确稳定跟踪。文献[16]提出了一种基于跟踪微分器的鲁棒反演控制方法,利用跟踪微分器对虚控制量的微分进行滤波,并构造了非线性干扰观测器对模型的不确定项进行估计以增强控制器的鲁棒性。

本文针对存在干扰和模型不确定性的冲压发动机导弹纵向平面内的大过载机动控制和马赫数控制问题,基于导弹纵向动力学方程和考虑了冲压发动机安全工作边界的发动机推力模型,采用精确线性化方法建立了导弹过载控制和马赫数控制数学模型,针对模型中的干扰和不确定性采用扩展状态观测器进行精确估计,然后基于反演控制思想设计了控制器,并采用Lyapunov方法对控制器的稳定性进行了证明,最后通过仿真验证所设计控制器的有效性。

## 2 纵向运动动力学模型

### 2.1 纵向运动动力学方程

导弹纵向平面运动数学模型<sup>[18]</sup>为

$$\begin{cases} \dot{M}a = (P \cos \alpha - D - mg \sin \theta)/(mV_a) \\ \dot{\theta} = (P \sin \alpha + L - mg \cos \theta)/(mV) \\ \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_z = M_z/J_z \\ \dot{x} = V \cos \theta \\ \dot{h} = V \sin \theta \\ n_y = (P \sin \alpha + L)/(mg) \end{cases} \quad (1)$$

式中 $m, V, \alpha, \theta, Ma, h, \omega_z, g, V_a$ 分别为导弹质量、速度、攻角、俯仰角速度、马赫数、飞行高度、俯仰角速度、重力加速度和声速; $P, L, D, M_z, J_z$ 分别为发动机推力、升力、阻力、俯仰力矩以及导弹沿着 $z$ 轴的转动惯量。

气动力和气动力矩的具体表达式为

$$\begin{cases} L = (C_L^0 + C_L^\alpha \alpha + C_L^{\delta_z} \delta_z + C_L^{Ma} Ma) q S_0 \\ D = (C_D^0 + C_D^\alpha \alpha + C_D^{\delta_z} \delta_z + C_D^{Ma} Ma) q S_0 \\ M_z = (C_{M_z}^\alpha \alpha + C_{M_z}^{\delta_z} \delta_z + C_{M_z}^{\omega_z} \omega_z L_0 / V) q S_0 L_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $q = 0.5\rho V^2$ ;  $S_0$  和  $L_0$  分别为动压、参考面积、参考长度;  $\delta_z$  为俯仰舵偏角;  $C_L^0, C_L^\alpha, C_L^{\delta_z}, C_L^{Ma}, C_D^0, C_D^\alpha, C_D^{Ma}, C_{M_z}^\alpha, C_{M_z}^{\delta_z}, C_{M_z}^{\omega_z}$  为气动系数。

### 2.2 冲压发动机推力模型

冲压发动机推力是飞行高度、马赫数、攻角、燃油流量的函数,具体可描述为如下形式

$$\begin{cases} P = P(h, Ma, \alpha, a_f) \\ a_f = q_a / (q_f R_0), a_f \in [a_{fmin}, a_{fmax}] \\ q_a = q_a(h, Ma, \alpha) \\ a_{fmin} = a_{fmin}(h, Ma, \alpha) \\ a_{fmax} = a_{fmax}(h, Ma, \alpha) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $a_f, q_a, q_f$  分别为余气系数、空气流量、发动机燃油流量;  $R_0$  为常数;  $a_{fmin}, a_{fmax}$  为冲压发动机在不同工况下余气系数的允许范围。

从图 1, 2 可以看出,在高度、马赫数一定的情况下,小攻角对空气流量和发动机推力影响不显著;而攻角较大时空气流量显著减小,相应的发动机推力也明显减小。由此可见,冲压发动机导弹在进行大过载机动时,发动机推力将表现出明显的非线性特征。

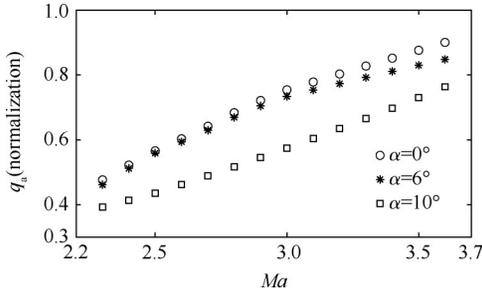


Fig. 1  $q_a$  vs  $Ma$  (at  $h=10\text{km}, Ma=3.0$ )

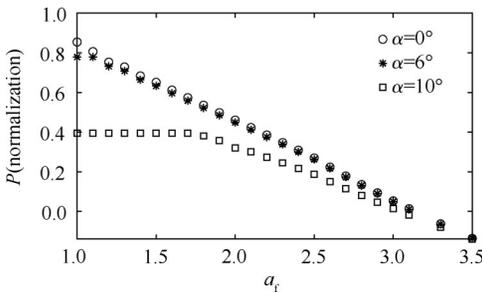


Fig. 2  $P$  vs  $a_f$  (at  $h=10\text{km}, Ma=3.0$ )

发动机推力可通过改变燃油流量来实现,燃油流量调节系统可描述为一个二阶系统,即

$$\ddot{q}_f = -2\xi\omega_n \dot{q}_f - \omega_n^2 q_f + \omega_n^2 q_{fref} \quad (4)$$

式中  $\xi$  和  $\omega_n$  分别为二阶系统的阻尼和频率,分别取  $\xi = 0.4, \omega_n = 100, q_{fref}$  为发动机供油流量调节器指令信号。

### 2.3 纵向控制模型

式(1)~(4)给出了导弹纵向运动数学模型,下面给出纵向控制模型。定义状态变量  $X = [n_y, \omega_z, Ma, p_1, p_2]^T$ , 控制量  $U = [\delta_z, q_{fref}]^T$ , 输出  $Y = [n_y, Ma]^T$ , 其中  $p_1 = P, p_2 = \dot{p}_1$ 。控制系统设计目标为设计适当的过载和马赫数控制律,使得系统在存在参数不确定性和外部扰动情况下,仍然能够渐进稳定地跟踪参考输入  $Y_{ref} = [n_{yref}, Ma_{ref}]^T$ 。

为了开展控制器设计,采用精确线性化方法对导弹纵向平面内动力学方程进行线性化。对状态变量  $X$  求导可得

$$\begin{cases} \dot{n}_y = [\dot{P} \sin \alpha + P \cos \alpha \dot{\alpha} + (C_L^\alpha \dot{\alpha} + C_L^{\delta_z} \dot{\delta}_z + C_L^{Ma} \dot{Ma}) q S_0] / (mg) - (P \sin \alpha + L) q_f / (m^2 g) \\ \dot{\omega}_z = [(m_z^\alpha \alpha + m_z^{\omega_z} \omega_z L_0 / V) + m_z^{\delta_z} \delta_z] q S_0 L_0 / J_z \\ \dot{Ma} = (P \cos \alpha - D - mg \sin \theta) / (m V_a) \\ \dot{p}_1 = P^h \dot{h} + P^{Ma} \dot{Ma} + P^\alpha \dot{\alpha} + P^{a_f} \dot{a}_f \\ \dot{p}_2 = (P^h \dot{h} + P^{Ma} \dot{Ma} + P^\alpha \dot{\alpha})' + P^{a_f} \ddot{a}_f \end{cases} \quad (5)$$

根据式(3)中第2式可得

$$\begin{cases} \dot{a}_f = \dot{q}_a / (R_0 q_f) - q_a \dot{q}_f / (R_0 q_f^2) \\ \ddot{a}_f = (\dot{q}_a / (R_0 q_f))' - \dot{q}_f (q_a / (R_0 q_f^2))' - (q_a / (R_0 q_f^2)) \ddot{q}_f \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5),可得

$$\begin{cases} \dot{n}_y = f_1 + g_1 \omega_z \\ \dot{\omega}_z = f_2 + g_2 \delta_z \\ \dot{Ma} = f_3 + g_3 p_1 \\ \dot{p}_1 = p_2 \\ \dot{p}_2 = f_4 + g_4 q_{fref} \end{cases} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} g_1 &= (P^\alpha \sin \alpha + P \cos \alpha + C_L^\alpha q S_0) / (mg) \\ g_2 &= m_z^{\delta_z} q S_0 L_0 / J_z \\ g_3 &= \cos \alpha / (m V_a) \\ g_4 &= P^{a_f} (-q_a / R_0 / q_f^2) (\omega_n^2 q_{fref}) \\ f_1 &= [P^h \dot{h} + P^{Ma} \dot{Ma} + P^\alpha (\dot{q}_a / (R_0 q_f)) - q_a \dot{q}_f / (R_0 q_f^2)] \sin \alpha + C_L^{\delta_z} q S_{ref} \dot{\delta}_z / (mg) - g_1 (n_y - g \cos \theta) g / V - (P \sin \alpha + L) q_f / (m^2 g) \\ f_2 &= (m_z^\alpha \alpha + m_z^{\omega_z} \omega_z L_0 / V) q S_0 L_0 / J_z \\ f_3 &= -(D + mg \sin \theta) / (m V_a) \\ f_4 &= (P^h \dot{h} + P^{Ma} \dot{Ma} + P^\alpha \dot{\alpha})' + P^{a_f} (\dot{q}_a / (R_0 q_f))' - \dot{q}_f (q_a / (R_0 q_f^2))' - q_a / (R_0 q_f^2) (-2\xi\omega_n \dot{q}_f - \omega_n^2 q_f) \end{aligned} \quad (8)$$

考虑式(7)中的模型不确定性,可以表示为

$$\begin{cases} \dot{n}_y = \tilde{f}_1 + g_1 \omega_z \\ \dot{\omega}_z = \tilde{f}_2 + g_2 \delta_z \\ \dot{M}a = \tilde{f}_3 + g_3 p_1 \\ \dot{p}_1 = p_2 \\ \dot{p}_2 = \tilde{f}_4 + g_4 q_{yref} \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\tilde{f}_i$ 为包含建模误差和未知扰动的总扰动和,具体表达式为

$$\begin{cases} \tilde{f}_1 = f_1 + \Delta f_1 + \Delta g_1 \omega_z + d_1 \\ \tilde{f}_2 = f_2 + \Delta f_2 + \Delta g_2 \delta_z + d_2 \\ \tilde{f}_3 = f_3 + \Delta f_3 + \Delta g_3 P + d_3 \\ \tilde{f}_4 = f_4 + \Delta f_4 + \Delta g_4 q_{yref} + d_4 \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\Delta f_i, \Delta g_i$ 为建模误差, $d_i$ 为未知扰动。

### 3 控制器设计

#### 3.1 扩张状态观测器(Extended states observer,ESO)

由于实际控制模型式(9)中包含建模误差、未知外界干扰等不确定性影响,在控制系统设计时,可通过建立扩张状态观测器对系统总扰动进行精确估计。

考虑如下,受未知扰动非线性不确定性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \xi_1(x_1, t) + \eta u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\xi_1(\cdot)$ 为包含建模误差、未知干扰等在内的总扰动和。

假设1:式(11)中系统总干扰 $\xi_1(\cdot)$ 及其导数 $w_1$ 有界,且存在正常数 $M$ 使得, $|w_1| \leq M$ 成立。

将系统总干扰 $\xi_1(\cdot)$ 记为扩张状态 $x_2$ ,则式(10)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \eta u \\ \dot{x}_2 = w_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (12)$$

针对式(12)设计如下扩张状态观测器,有

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = z_1 - x_1 \\ \dot{\tilde{z}}_2 = z_2 - x_2 \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 \text{fal}(\tilde{z}_1, a_1, \delta_1) + \eta u \\ \dot{z}_2 = -\beta_2 \text{fal}(\tilde{z}_2, a_2, \delta_2) \end{cases} \quad (13)$$

根据文献[19],当干扰 $\xi_1(\cdot)$ 及其导数 $w_1$ 有界时,选取适当参数 $\beta_i, a_i, \delta_i (i = 1, 2)$ 可使的观测误差 $\tilde{z}_i, \tilde{z}_2$

趋近于零,即 $z_2$ 可以准确估计系统总干扰 $x_2$ 。

#### 3.2 过载回路控制器设计

针对过载通道数学模型,有

$$\begin{cases} \dot{n}_y = \tilde{f}_1 + g_1 \omega_z \\ \dot{\omega}_z = \tilde{f}_2 + g_2 \delta_z \end{cases} \quad (14)$$

定义 $\omega_{zref}$ 为俯仰角速度参考输入,过载和俯仰角速度跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = n_{yref} - n_y \\ e_2 = \omega_{zref} - \omega_z \end{cases} \quad (15)$$

对式(15)求导,可得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{n}_{yref} - \tilde{f}_1 - g_1 \omega_z \\ \dot{e}_2 = \dot{\omega}_{zref} - \tilde{f}_2 - g_2 \delta_z \end{cases} \quad (16)$$

针对式(16)中的总干扰 $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2$ ,分别建立ESO观测器对其进行估计,并定义总干扰 $\tilde{f}_1$ 和 $\tilde{f}_2$ 的估计值为 $z_1$ 和 $z_2$ ,估计误差为 $e_1 = z_1 - \tilde{f}_1, e_2 = z_2 - \tilde{f}_2$ 。基于反演设计思想,可取虚控制量 $\omega_{zref}$ 和实际控制量 $\delta_z$ 分别为

$$\begin{cases} \omega_{zref} = g_1^{-1}(\dot{n}_{yref} - z_1 + k_1 e_1) \\ \delta_z = g_2^{-1}(\dot{\omega}_{zref} - z_2 + k_2 e_2) \end{cases} \quad (17)$$

为避免对上式中过载参考指令 $n_{yref}$ 和虚控制量 $\omega_{zref}$ 求导,采用下述反正切跟踪微分器(Arctangent-based tracking differentiator, ATD)可以对一阶微分进行精确估计<sup>[20]</sup>。

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = R^2[-l_1|\tilde{x}_1 - x_1|^b - \arctan(\tilde{x}_1 - x_1) - l_2|\tilde{x}_2/R|^b \arctan(\tilde{x}_2/R)] \end{cases} \quad (18)$$

式中 $l_1, l_2, R, b$ 为大于零待设计参数; $x_1$ 为待估计参数; $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$ 为 $x_1$ 及其微分的估计值。

定义 $\tilde{n}_{yref}$ 和 $\tilde{\omega}_{zref}$ 的估计值为 $\tilde{n}_{yref}, \tilde{\omega}_{zref}$ ,估计误差分别为 $\phi_1 = \dot{n}_{yref} - \tilde{n}_{yref}, \phi_2 = \dot{\omega}_{zref} - \tilde{\omega}_{zref}$ 。从而最终的控制律为

$$\begin{cases} \omega_{zref} = g_1^{-1}(\tilde{n}_{yref} - z_1 + k_1 e_1) \\ \delta_z = g_2^{-1}(\tilde{\omega}_{zref} - z_2 + k_2 e_2) \end{cases} \quad (19)$$

下面证明控制器的稳定性,选取Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (20)$$

对其求导,并将式(15)、(19)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = \\ & e_1 (\dot{n}_{yref} - \tilde{f}_1 - g_1 \omega_z) + \\ & e_2 (\dot{\omega}_{zref} - \tilde{f}_2 - g_2 \delta_z) = \\ & e_1 [\dot{n}_{yref} - \tilde{f}_1 - (\tilde{n}_{yref} - z_1 + k_1 e_1) + g_1 e_2] + \\ & e_2 [\dot{\omega}_{zref} - \tilde{f}_2 - (\tilde{\omega}_{zref} - z_2 + k_2 e_2)] = \\ & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + g_1 e_1 e_2 + \\ & e_1 (\varepsilon_1 + \phi_1) + e_2 (\varepsilon_2 + \phi_2) \leq \\ & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + g_1 |e_1| |e_2| + \\ & |e_1| |\varepsilon_1| + |e_1| |\phi_1| + |e_2| |\varepsilon_2| + |e_2| |\phi_2| \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{cases} e_3 = Ma_{ref} - Ma \\ e_4 = p_{1ref} - p_1 \\ e_5 = p_{2ref} - p_2 \end{cases} \quad (26)$$

对上式求导可得

$$\begin{cases} \dot{e}_3 = \dot{M}a_{ref} - (\tilde{f}_3 + g_3 p_1) \\ \dot{e}_4 = \dot{p}_{1ref} - p_2 \\ \dot{e}_5 = \dot{p}_{2ref} - (\tilde{f}_4 + g_4 q_{yref}) \end{cases} \quad (27)$$

针对式(27)中的总干扰 $\tilde{f}_3, \tilde{f}_4$ 分别建立 ESO 观测器对其进行估计,定义总干扰 $\tilde{f}_3, \tilde{f}_4$ 的估计值 $z_3, z_4$ ,估计误差为 $\varepsilon_3 = z_3 - \tilde{f}_3, \varepsilon_4 = z_4 - \tilde{f}_4$ 。取虚控制量 $p_1, p_2$ 和实际控制量 $q_{yref}$ 分别为

$$\begin{cases} p_{1ref} = g_3^{-1} (\dot{M}a_{ref} - z_3 + k_3 e_3) \\ p_{2ref} = \dot{p}_{1ref} + k_4 e_4 \\ q_{yref} = g_4^{-1} (\dot{p}_{2ref} - z_4 + k_5 e_5) \end{cases} \quad (28)$$

同样的,对上式中 $\dot{M}a_{ref}, \dot{p}_{1ref}, \dot{p}_{2ref}$ 应用跟踪微分器式(18)进行估计。定义 $\dot{M}a_{ref}, \dot{p}_{1ref}, \dot{p}_{2ref}$ 的估计值为 $\tilde{M}a_{ref}, \tilde{p}_{1ref}, \tilde{p}_{2ref}$ ,估计误差为

$$\begin{aligned} \phi_3 &= \tilde{M}a_{ref} - \dot{M}a_{ref} \\ \phi_4 &= \tilde{p}_{1ref} - \dot{p}_{1ref} \\ \phi_5 &= \tilde{p}_{2ref} - \dot{p}_{2ref} \end{aligned} \quad (29)$$

从而最终的控制律为

$$\begin{cases} p_{1ref} = g_3^{-1} (\tilde{M}a_{ref} - z_3 + k_3 e_3) \\ p_{2ref} = \tilde{p}_{1ref} + k_4 e_4 \\ q_{yref} = g_4^{-1} (\tilde{p}_{2ref} - z_4 + k_5 e_5) \end{cases} \quad (30)$$

为了证明控制器的稳定性,选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} e_3^2 + \frac{1}{2} e_4^2 + \frac{1}{2} e_5^2 \quad (31)$$

对其求导,并将式(27),(28)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + e_5 \dot{e}_5 = \\ & e_3 (\dot{M}a_{ref} - \tilde{f}_3 - g_3 p_1) + e_4 (\dot{p}_{1ref} - p_2) + \\ & e_5 (\dot{p}_{2ref} - \tilde{f}_4 - g_4 q_{yref}) = \\ & e_3 [\dot{M}a_{ref} - \tilde{f}_3 - (\tilde{M}a_{ref} - z_3 + k_3 e_3) + g_3 e_4] + \\ & e_4 [\dot{p}_{1ref} - (\tilde{p}_{1ref} + k_4 e_4) + e_5] + \\ & e_5 [\dot{p}_{2ref} - \tilde{f}_4 - (\tilde{p}_{2ref} - z_4 + k_5 e_5)] = \\ & e_3 (\phi_3 + \varepsilon_3 - k_3 e_3 + g_3 e_4) + \\ & e_4 (\phi_4 - k_4 e_4 + e_5) + e_5 (\phi_5 + \varepsilon_4 - k_5 e_5) = \\ & -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 - k_5 e_5^2 + g_3 e_3 e_4 + e_4 e_5 + \\ & e_3 (\phi_3 + \varepsilon_3) + e_4 \phi_4 + e_5 (\phi_5 + \varepsilon_4) \end{aligned} \quad (32)$$

利用 Young 不等式,可以进一步得到

利用 Young 不等式,可以进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \frac{g_1}{2} (e_1^2 + e_2^2) + \frac{1}{2} (e_1^2 + \varepsilon_1^2) + \\ & \frac{1}{2} (e_1^2 + \phi_1^2) + \frac{1}{2} (e_2^2 + \varepsilon_2^2) + \frac{1}{2} (e_2^2 + \phi_2^2) \leq \\ & -(k_1 - \frac{g_1}{2} - 1) e_1^2 - (k_2 - \frac{g_1}{2} - 1) e_2^2 + \\ & \frac{1}{2} (\varepsilon_1^2 + \phi_1^2 + \varepsilon_2^2 + \phi_2^2) \leq -\tilde{\kappa} V_1 + 2d_{1max}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\tilde{\kappa} = \min \{ k_1 - \frac{g_1}{2} - 1, k_2 - \frac{g_1}{2} - 1 \}$ , $d_{1max}$ 为 ESO 估计误差 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 和微分跟踪器估计误差 $\phi_1, \phi_2$ 的上界,记为 $d_{1max} = \max \{ |\varepsilon_1|, |\phi_1|, |\varepsilon_2|, |\phi_2| \}$ 。求解上式可得到

$$\begin{aligned} V_1(t) &\leq V_1(0) e^{-\tilde{\kappa} t} + 2d_{1max}^2 \int_0^t e^{-(t-\tau)} d\tau \leq \\ V_1(0) e^{-\tilde{\kappa} t} &+ 2d_{1max}^2 (1 - e^{-t}) \leq \\ V_1(0) e^{-\tilde{\kappa} t} &+ 2d_{1max}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

根据式(20)可得 $V_i \geq 0.5e_i^2 (i = 1, 2)$ ,由此进一步可以得到

$$|e_i| \leq \sqrt{2V_i}, \lim_{t \rightarrow \infty} |e_i| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{2V_i} \leq \sqrt{2} d_{1max} \quad (24)$$

由上式可以看出,由于 $V_1(0)$ 和 $d_{1max}$ 有界,因此过载跟踪误差 $e_1$ 和角速度跟踪误差 $e_2$ 也是最终一致有界的<sup>[21]</sup>,系统稳定性得证。此外,通过选择适当的参数,可使得 $e_1, e_2$ 满足期望的精度要求。

### 3.3 马赫数回路控制器设计

针对马赫数回路数学模型

$$\begin{cases} \dot{M}a = \tilde{f}_3 + g_3 p_1 \\ \dot{p}_1 = p_2 \\ \dot{p}_2 = \tilde{f}_4 + g_4 q_{yref} \end{cases} \quad (25)$$

定义 $p_1, p_2$ 的参考输入分别为 $p_{1ref}, p_{2ref}$ ,从而 $Ma, p_1, p_2$ 的跟踪误差为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 - k_5 e_5^2 + \frac{g_3}{2} (e_3^2 + e_4^2) + \\ & \frac{1}{2} (e_4^2 + e_5^2) + \frac{1}{2} (e_3^2 + \phi_3^2) + \frac{1}{2} (e_3^2 + \varepsilon_3^2) + \\ & \frac{1}{2} (e_4^2 + \phi_4^2) + \frac{1}{2} (e_5^2 + \phi_5^2) + \frac{1}{2} (e_5^2 + \varepsilon_4^2) = \quad (33) \\ & -(k_3 - \frac{g_3}{2} - 1)e_3^2 - (k_4 - \frac{g_3}{2} - 1)e_4^2 - \\ & (k_5 - 1)e_5^2 + 0.5(\phi_3^2 + \varepsilon_3^2 + \phi_4^2 + \varepsilon_4^2 + \phi_5^2) \leq \\ & \bar{h}_2 V_2 + 2.5d_{2\max}^2 \end{aligned}$$

其中  $\bar{h}_2 = \min \{k_1 - \frac{g_1}{2} - 1, k_2 - \frac{g_1}{2} - 1, k_5 - 1\}$ ,  $d_{2\max}$  为 ESO 估计误差  $\varepsilon_3, \varepsilon_4$  和微分跟踪器估计误差  $\phi_3, \phi_4, \phi_5$  的上界, 记  $d_{2\max} = \max \{|\varepsilon_3|, |\phi_3|, |\varepsilon_4|, |\phi_4|, |\phi_5|\}$ 。求解上式可得到

$$\begin{aligned} V_2(t) \leq & V_2(0)e^{-\bar{h}_2 t} + 2.5d_{2\max}^2 \int_0^t e^{-(t-\tau)} d\tau \leq \\ & V_2(0)e^{-\bar{h}_2 t} + 2.5d_{2\max}^2 (1 - e^{-t}) \leq \quad (34) \\ & V_2(0)e^{-\bar{h}_2 t} + 2.5d_{2\max}^2 \end{aligned}$$

根据式 (31) 可得  $V_2 \geq 0.5e_i^2 (i = 3, 4, 5)$ , 由此进一步可以得到

$$|e_i| \leq \sqrt{2V_2}, \lim_{t \rightarrow \infty} |e_i| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{2V_2} \leq \frac{\sqrt{5}}{2} d_{2\max} \quad (35)$$

由上式可以看出, 由于  $V_2(0)$  和  $d_{2\max}$  有界, 因此跟踪误差  $e_3, e_4, e_5$  也是最终一致有界的, 系统稳定性得证。同时, 通过选择适当的参数, 可使得跟踪误差  $e_3, e_4, e_5$  满足期望的精度要求。

图 3 给出了整个控制系统的原理图。从图中可以看出, 本文设计的冲压发动机导弹大过载机动反演控制器采用了 ESO 观测器来估计系统的扰动, 采用了 ATD 跟踪微分器来估计参考输入的一阶微分, 以避免“微分爆炸”。

## 4 仿真分析

### 4.1 仿真条件设置

假设导弹飞行初始参数为: 导弹质量

$m = 900\text{kg}$ , 飞行速度  $V = 885\text{m/s}$ , 高度  $h = 10\text{km}$ , 弹道倾角  $\theta = 0^\circ$ , 俯仰角和攻角  $\vartheta = \alpha = 1.3^\circ$ , 舵偏角  $\delta_z = 0^\circ, q_y = 1.1\text{kg/s}$ 。

控制器参数设置如下:

$$k_1 = 7, k_2 = 0.4, k_3 = 100, k_4 = 3, k_5 = 60$$

$$\beta_{11} = 2000, \beta_{21} = 1000^2$$

$$\beta_{21} = 2000, \beta_{22} = 1000^2$$

$$\beta_{31} = 10, \beta_{32} = 25$$

$$\beta_{41} = 2000, \beta_{42} = 1000^2$$

$$a_{ij} = 0.5, \delta_{ij} = 0.3, i = (1, 2), j = (1, \dots, 4)$$

$$R = 5, b = 0.8, l_{ij} = 2, i = (1, 2), j = (1, \dots, 5)$$

为了考察控制器性能, 进行两个仿真试验:

(1) 考核标称情况下, 过载通道和马赫数通道跟踪指令情况。

(2) 考核气动参数和发动机参数摄动情况下, 过载通道和马赫数通道跟踪指令情况。

### 4.2 仿真1

首先考察马赫数通道指令响应情况, 控制指令设置如下

$$\begin{cases} Ma_{\text{ref}} = \begin{cases} 3.0, & t \in [0, 5] \cup [15, 30] \\ 3.2, & t \in [5, 15] \end{cases} \\ n_{y\text{ref}} = 1, & t \in [0, 30] \end{cases} \quad (36)$$

仿真结果如图 4~10 所示。从图 4 可以看出导弹马赫数能够很好地跟踪指令, 没有超调量, 稳态误差约为 0.002。马赫数由 3.0 上升到 3.2 的时间为 11.6s, 这主要是冲压发动机推力裕量较小, 在导弹加速过程中  $a_f$  一直处于最小值 1.1, 即发动机处于最大允许供油状态(图 5)。此外, 从图 7 和图 8 可以看出, 在导弹加速和减速过程中, 导弹过载  $n_y$  和舵偏  $\delta_z$  仅在马赫数变化率较大的地方发生较大变化, 其他时间幅值都较小, 这表明所设计的控制器较好地实现了马赫数通道和过载通道的解耦。此外, 从图 7 还可以看出, 在导弹加速和减速过程中, 导弹飞行高度变化较小, 这主要是由于在机动过程中导弹过载变化不大。

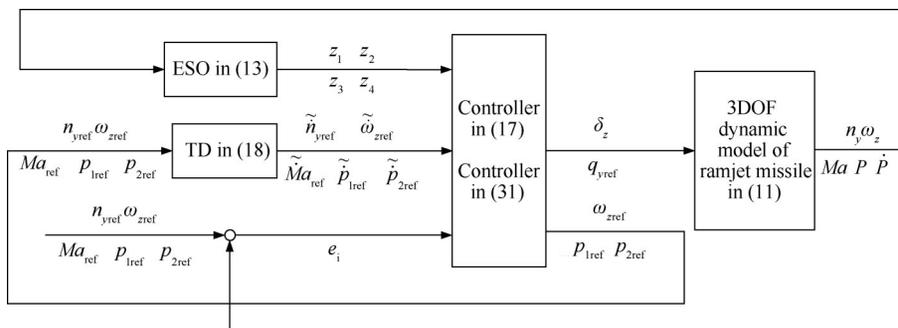


Fig. 3 Framework of  $n_y$  control and  $Ma$  control strategy for ramjet missile

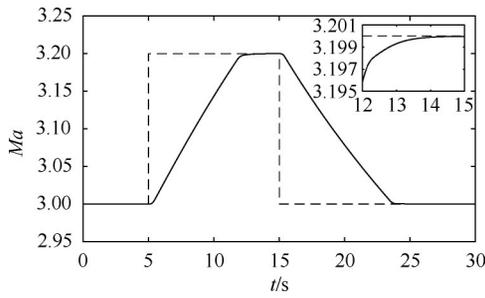


Fig. 4 Command and tracking of  $Ma$

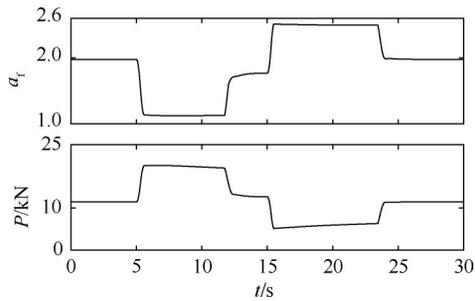


Fig. 5 Response of  $a_r$  and  $P$  under  $Ma$  control

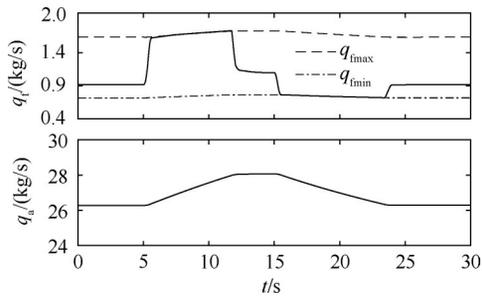


Fig. 6 Response of  $q_r$  and  $q_a$  under  $Ma$  control

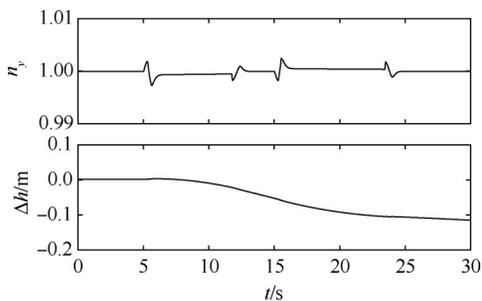


Fig. 7 Response of  $n_y$  and  $\Delta h$  under  $Ma$  control

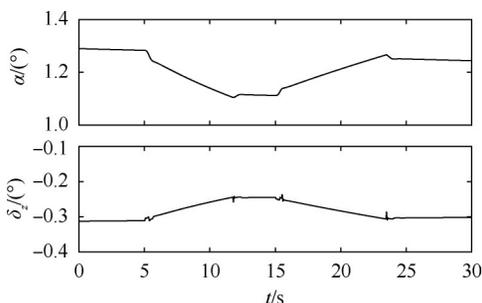


Fig. 8 Response of  $\alpha$  and  $\delta_z$  under  $Ma$  control

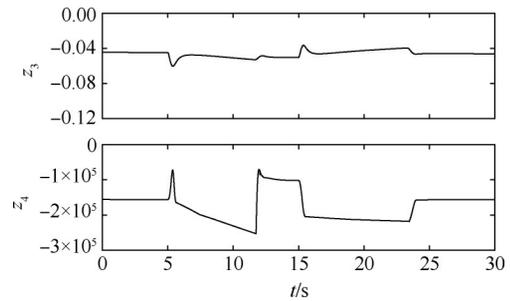


Fig. 9 Estimation of  $z_3$  and  $z_4$  under  $Ma$  control

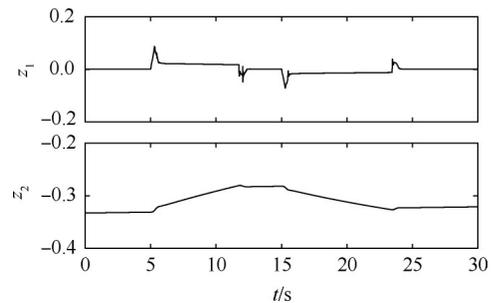


Fig. 10 Estimation of  $z_1$  and  $z_2$  under  $Ma$  control

图 8 中攻角发生明显变化,这主要是导弹飞行速度变化后,导弹维持巡航飞行所需的配平攻角也发生相应变化。从图 9 和图 10 中可以看到,导弹做加减速机动时,马赫数通道的扰动比较大,而过载通道的扰动比较小,这是因为机动过程中导弹攻角变化不大,主要是发动机燃油流量快速变化导致马赫数通道扰动较大。

下面考察过载通道指令响应情况,控制指令设置如下,仿真结果如图 11~17 所示。

$$\begin{cases} Ma_{ref} = 3.0, & t \in [0,30] \\ n_{yref} = \begin{cases} 1, & t \in [0,5) \cup [13,30] \\ 10, & t \in [5,9) \\ -10, & t \in [9,13) \end{cases} \end{cases} \quad (37)$$

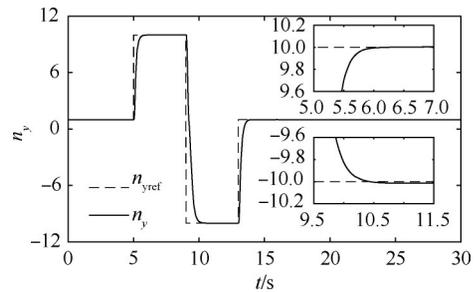


Fig. 11 Command and tracking of  $n_y$

从图 11 可以看出,导弹能够快速地跟踪大过载指令,过载指令从 1 上升到 9.5 的时间为 0.43s,且无超调量,稳态误差 < 0.01;同时从图 12 可以看出,在导

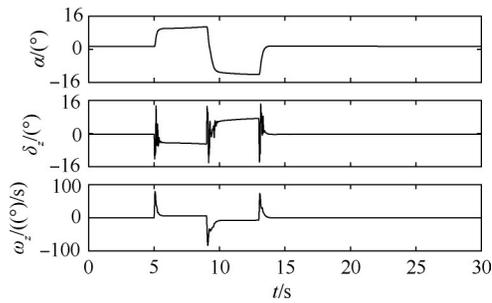


Fig. 12 Response of  $\alpha$ ,  $\delta_z$  and  $\omega_z$  under  $n_y$  control

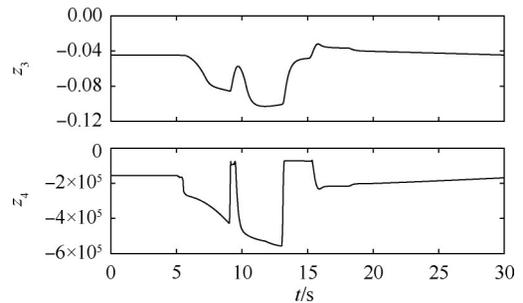


Fig. 17 Response of  $z_3$  and  $z_4$  under  $n_y$  control

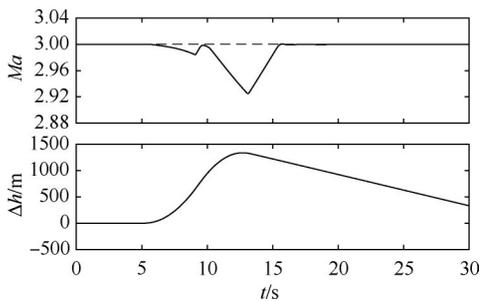


Fig. 13 Response of  $Ma$  and  $\Delta h$  under  $n_y$  control

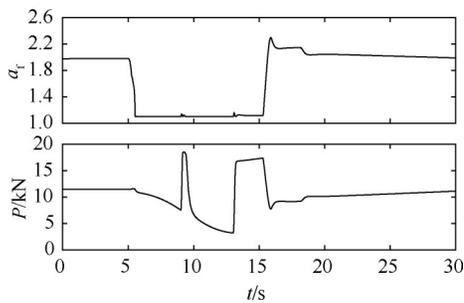


Fig. 14 Response of  $a_1$  and  $P$  under  $n_y$  control

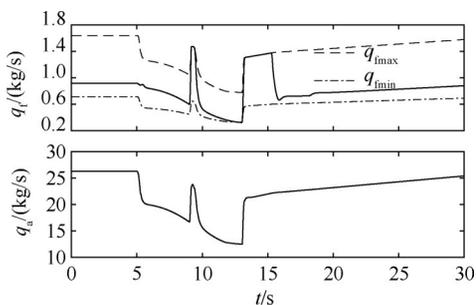


Fig. 15 Response of  $q_1$  and  $q_a$  under  $n_y$  control

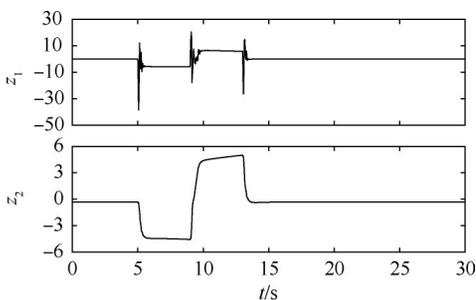


Fig. 16 Response of  $z_1$  and  $z_2$  under  $n_y$  control

弹跟踪过载指令过程中,舵偏没有抖振现象。从图13可以看出,在导弹跟踪过载指令过程中,马赫数有明显的下降,这不是过载通道和马赫数通道耦合造成的,而是过载通道对马赫数通道影响的正反馈特性造成的。导弹做大过载机动时,导弹攻角快速增大,这使得冲压发动机进气道能捕获的进气量下降(图15),根据公式(3),即使余气系数 $a_1$ 一直处于最小值1.1(图14),发动机最大供油量也会减小,相应的发动机推力减小、导弹速度下降;而速度下降,又需要进一步增加攻角才能跟踪指令过载。因此冲压发动机导弹长时间大过载机动会使得导弹速度快速下降,直至超出发动机工作范围。此外,从图13中可以看出,导弹在过载机动时导弹的飞行高度出现明显变化,根据式(1)有 $\dot{h} = \dot{V} \sin \theta + V \cos \theta \dot{\theta} \approx n_y (g \cos \theta)$ ,从式中可以看出,大过载机动过程中由于 $n_y$ 和弹道倾角 $\theta$ 均不为零,因此大过载机动过程中高度变化是正常的。从图16,图17可以看出,导弹做大过载机动时,过载通道和马赫数通道扰动量都比较大,这主要是气动参数和发动机性能参数都对攻角敏感,攻角的快速变化会使得这两个通道的扰动显著增加。

### 4.3 仿真2

假定气动参数 $C_L^\alpha, C_L^{\delta_z}, C_L^{Ma}, C_D^\alpha, C_D^{Ma}, C_{M_z}^\alpha, C_{M_z}^{\delta_z}, C_{M_z}^{\omega_z}$ ,推力 $P$ 摄动 $\pm 20\%$ ,定义参数为标称情况值为仿真Case 1,参数摄动+20%为仿真Case 2,参数摄动-20%为仿真Case 3,下面分别考察过载通道和马赫数通道在参数摄动情况下的阶跃指令响应情况。

从图18,19可以看出,在参数摄动情况下控制器仍然具有良好的控制性能;其中参数摄动对马赫数指令跟踪的上升时间影响比较明显,这主要是由于冲压发动机推力裕度较小,在马赫数增加过程中始终处于最大供油状态,因此不能通过增加燃油流量来使得导弹在气动参数和发动机参数摄动的情况下仍保持基本一致的指令跟踪特性。

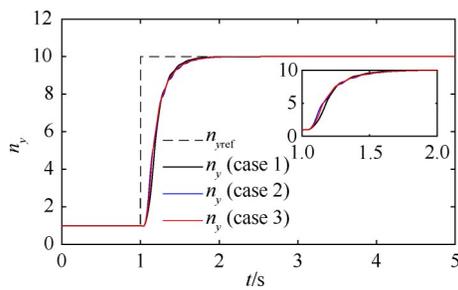


Fig. 18 Command and tracking of  $n_y$  under aerodynamic parameter perturbation

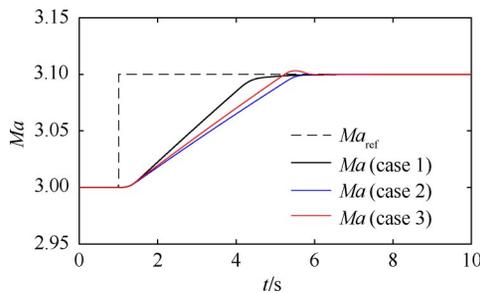


Fig. 19 Command and tracking of  $Ma$  under aerodynamic parameter perturbation

## 5 结论

针对冲压发动机导弹做大过载机动控制问题, 基于反演控制方法设计了过载通道和马赫数通道的控制器, 并采用干扰观测器对系统中的干扰进行补偿, 仿真结果验证了所设计的控制器的有效性, 并得到如下结论:

(1) 控制器能够快速准确跟踪过载和马赫数控制指令, 且通道之间耦合较小, 舵面和供油量均不存在抖振现象。

(2) 控制器在气动参数和发动机参数摄动的情况下仍然具有良好的鲁棒性和控制性能。

(3) ESO 观测器能够对系统中的扰动进行有效估计, 将估计值动态补充到控制器中可以显著提高控制器抗扰动能力和系统鲁棒性能。

致谢: 感谢军科委技术创新项目与火箭军创新项目的资助。

## 参考文献

- [1] 吴立刚, 安昊, 刘健行, 等. 吸气式高超声速飞行器控制的最新研究进展[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(10): 1-16.
- [2] 李惠峰. 高超声速飞行器制导与控制技术[M]. 北京: 宇航出版社, 2012.
- [3] 方洋旺, 柴栋, 毛东辉, 等. 吸气式高超声速飞行

器制导与控制研究现状及发展趋势[J]. 航空学报, 2014, 35(7): 1776-1786.

- [4] Yang J, Li S H, Sun C Y, et al. Nonlinear Disturbance Observer Based Robust Flight Control for Airbreathing Hypersonic Vehicles [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1263-1275.
- [5] Cheng K, Liu K. Dynamic Inversion Based Hypersonic Vehicle Attitude Sliding Mode Control [C]. *Lijiang: 2015 IEEE International Conference on Information and Automation*, 2015.
- [6] Zhang Y, Li R, Xue T, et al. An Analysis of the Stability and Chattering Reduction of High-Order Sliding Mode Tracking Control for a Hypersonic Vehicle [J]. *Information Sciences*, 2016, 348(20): 25-48.
- [7] Yang X Q, Li J, Dong Y. Flexible Air-Breathing Hypersonic Vehicle Control Based on a Novel Non-Singular Fast Terminal Sliding Mode Control and Nonlinear Disturbance Observer [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 231(11): 2132-2145.
- [8] Hu Q L, Meng Y. Adaptive Backstepping Control for Air-Breathing Hypersonic Vehicle with Actuator Dynamics [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 67: 412-421.
- [9] Wang F, Zou Q, Hua C C, et al. Disturbance Observer Based Dynamic Surface Control Design for a Hypersonic Vehicle with Input Constraints and Uncertainty [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2016, 230(6): 522-536.
- [10] Tang W Q, Long W K, Gao H Y. Model Predictive Control of Hypersonic Vehicles Accommodating Constraints [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2017, 11(15): 2599-2606.
- [11] Hu Q L, Meng Y, Wang C L, et al. Adaptive Backstepping Control for Air-Breathing Hypersonic Vehicles with Input Nonlinearities [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 73: 289-299.
- [12] 王肖, 郭杰, 唐胜景, 等. 吸气式高超声速飞行器鲁棒非奇异 Terminal 滑模反步控制 [J]. 航空学报, 2017, 38(3).
- [13] 卢晓东, 赵辉, 赵斌, 等. 基于干扰补偿的拦截弹新型反演姿态控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(5): 1100-1106.
- [14] Wang F, Guo Y, Wang K, et al. Disturbance Observer

- Based Robust Backstepping Control Design of Flexible Air-Breathing Hypersonic Vehicle[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2019, 13(4): 572-583.
- [15] 王鹏飞, 王光明, 梁建刚, 等. 高超声速飞行器反演鲁棒控制[J]. *兵器装备工程学报*, 2020, 41(1): 105-110.
- [16] 谭诗利, 雷虎民, 王鹏飞. 应用跟踪微分器的高超声速飞行器的反演控制[J]. *宇航学报*, 2019, 40(6): 673-683.
- [17] Liu J, Sun M, Chen Z, et al. Super-Twisting Sliding Mode Control for Aircraft at High Angle of Attack Based on Finite-Time Extended State Observer[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 99(4): 1-15.
- [18] 李新国, 方群. 有翼导弹飞行动力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2005.
- [19] 赵志良. 非线性自抗扰控制的收敛性[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2012.
- [20] 卜祥伟, 吴晓燕, 马震, 等. 改进的反正切跟踪微分器设计[J]. *上海交通大学学报*, 2015, 49(2): 164-168.
- [21] Khalil H K. *Nonlinear Systems*[M]. New York: Prentice Hall, 2002.

(编辑: 史亚红)