基于快速最近邻搜索的固体火箭发动机 装药燃面计算^{*}

彭 博,李国盛,孙婧博,武泽平,张为华

(国防科技大学 空天科学学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 燃面计算是固体发动机性能仿真的重要环节,为快速求解固体发动机复杂三维装药燃面推移规律,在柱坐标下进行基于快速最近邻搜索的燃面计算方法研究。利用固体发动机装药对称性,构建 柱坐标系下燃面计算框架,实现计算域缩减;采用点云数据代替面元的初始燃面表征和提取,结合k-d 树完成散乱点云的有序化组织。在此基础上,提出基于快速最近邻搜索的最小距离函数快速计算方法, 通过建立柱坐标下燃去体积通用积分公式,完成了任意燃去厚度时的燃面位置、面积及装药质量特性计 算。使用该方法对不同几何构型的装药进行了计算,结果表明,在1s以内的计算耗时下,计算误差均 小于1%,说明本方法对于复杂三维装药燃面具有较好通用性、较高精度和计算效率。

关键词:固体火箭发动机;装药;燃面;最小距离函数;计算方法

中图分类号: V435⁺.12 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2022) 05-200795-11 **DOI**: 10.13675/j.cnki. tjjs. 200795

Grain Burnback Analysis of Solid Rocket Motor Using Fast Nearest-Neighbor Search

PENG Bo, LI Guo-sheng, SUN Jing-bo, WU Ze-ping, ZHANG Wei-hua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The burning surface calculation of complex 3–d grain is important for solid rocket motor(SRM) simulation. Aiming at the problem of fast calculation of SRM burning surface, a calculation method based on fast nearest neighbor search was established in this study. Based on the symmetry of SRM grain, the calculation domain was reduced in cylindrical coordinate system. The initial burning surface was characterized and extracted based on the point cloud data instead of surface element, and the initial point cloud was organized efficiently by k-d tree. Thus, the minimum distance function(MDF) could be fast solved based on the nearest neighbor search method. A general volume integration method in cylindrical coordinates was established to calculate the burning surface position, the burning surface area, and the mass characteristics of grain with arbitrary burning thickness. The method was used to calculate two kinds of geometrical configurations. The results show that the calculation error is less than 1% for a calculation time of less than 1s, indicating that the method has good adaptability for any shaped grain, and has high accuracy and efficiency in calculating the law of burning surface moving.

^{*} 收稿日期: 2020-10-12;修订日期: 2021-01-25。

基金项目:国家自然科学基金 (52005502);湖南省科技创新计划 (2020RC2035);国防科技大学科研计划 (ZK19-11)。

作者简介: 彭 博, 硕士生, 研究领域为固体火箭发动机设计优化。

通讯作者:武泽平,博士,讲师,研究领域为固体火箭发动机设计优化。

引用格式: 彭 博,李国盛,孙婧博,等.基于快速最近邻搜索的固体火箭发动机装药燃面计算[J]. 推进技术, 2022, 43 (5):200795. (PENG Bo, LI Guo-sheng, SUN Jing-bo, et al. Grain Burnback Analysis of Solid Rocket Motor Using Fast Nearest-Neighbor Search[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(5):200795.)

Key words: Solid rocket motor; Grain; Burning surface; Minimum distance function; Calculation method

1 引 言

固体火箭发动机设计过程需要多次调用性能仿 真模型进行综合决策和分析,而装药燃面推移规律 的自动化精确计算是发动机工作过程仿真和性能预 示的前提和基础。随着对发动机性能要求的不断提 高,发动机装药由一维装药不断向三维复杂装药发 展以满足发动机的设计需求。与此同时,也给装药 燃面计算的自动化程度和计算效率带来了全新挑 战。对于简单的二维构型装药,可采用解析法或作 图法对燃面推移规律进行计算。随着装药构型不断 复杂化,出现了各种不同的燃面计算方法,如通用坐 标法、实体造型法(Solid modeling method)、Level-Set 法、动网格法、最小距离函数(Minimum distance function, MDF)法等。

通用坐标法将药型的初始空腔分解为基本的几 何元素,随着计算肉厚的变化改变几何元素的参数, 实现燃面推移。通用坐标法由Barron^[1]在1968年提 出,并在1975年被Nickson等应用到内弹道计算中开 发了固体火箭发动机性能预估程序(Solid performance program, SPP);侯晓等^[2]通过直接积分燃烧周 长对通用坐标法改进体积微分求燃面的精度;周华 盛^[3]针对通用坐标法计算结果跳动进行了分析,并采 用设置肉厚步长的手段消除了计算结果的跳动。

面向日趋复杂的装药构型,通用坐标法建模过 程逐步繁琐甚至不可能实现。实体造型法使用商业 建模软件进行装药三维特征建模和燃面提取;随着 燃面的推移,人工建立新的燃面形状,进而得到燃面 和质量特性的变化规律。实体造型法能够直观地表 现燃面变化规律,展示效果好、计算精度高,但自动 化程度和计算效率较低,并且容易出现奇异点使得 燃面推移无法继续^[4],必须通过人工干预,改变装药 拓扑结构,才可进行下一步计算。

相比于实体造型法,Level-Set法不依赖装药拓 扑结构,采用初值偏微分方程将燃面推移的几何问 题转变为数学问题,理论上适用于任意非平行层燃 烧的燃面推移仿真^[5]。王大帅^[6]将 Level-Set法与 Volume of fluid(VOF)耦合,增强 Level-Set法对于含 脱粘、表观裂纹、内部裂纹等缺陷装药的计算能力。 传统 Level-Set法需要将药柱计算域离散成网格,对 于复杂三维结构药柱,计算量过大,褚佑彪等^[7]利用 惠更斯原理进行燃面显式推移。Ki等^[8]将 Partial interface tracking(PIT)方法引入Level-Set法,把复杂燃面分解为简单的二维几何体的组合,大大降低计算成本。

动网格法利用 CFD 软件中的动网格技术对装药 燃面进行跟踪,能精确地控制燃面上任意位置的推 移规律,并且考虑了复杂内流场与燃面推移的耦合 效应,对燃面推移的模拟精度高,但是对于复杂装药 构型可能产生负网格问题使得计算停止,且计算量 过大,耗时过长,不适合应用于发动机设计过程^[9]。

MDF法通过计算燃烧室内部各点与初始燃面的 距离,选取所有距离值等于燃去厚度e的点,即可拟 合获得对应的燃面。MDF法通用性、稳定性较好,但 最小距离函数通常通过遍历进行最小距离函数求 解,计算效率仍然面临较大挑战^[10]。马长礼^[11]对最 小距离函数计算中的迭代过程进行改进,减少了迭 代次数,并且实现不等燃速的燃面计算。Hwan等^[12] 将 MDF法与 Level-Set法结合,实现装药复杂区域使 用 Level-Set 法进行计算,保证较高的计算精度。王 革等^[13]与韩万之^[14]将 Level-Set 法与 MDF 方法结合, 较好解决了推移界面曲率过大时, Level-Set 法数值 求解存在问题。

本文针对 MDF法计算复杂度高的问题,将机器 学习领域最近邻搜索(Nearest-neighbor search)算法 引入燃面计算,实现最小距离函数的快速求解,构建 了柱坐标下通用体积积分方法,实现燃面面积和质 量特性的快速计算,在保证计算精度的情况下显著 减少计算量,有效提升燃面推移规律的计算速度和 自动化水平。

2 基于最小距离函数的燃面计算原理

MDF法是复杂三维装药燃面计算的常用方法。 MDF法通过定义一个标量函数场(最小距离函数)表示计算域内任意点到初始燃面的距离,即每一个网格节点最小距离函数值的大小表示从网格点到燃烧 表面上最近点的距离,其正负符号表示网格节点位 于燃烧表面的内外侧,初始燃面上的点最小距离函数值为0。基于所有网格节点的最小距离函数值和 燃去厚度 e之间的关系可得到任意时刻的燃面数据。 根据文献[10],最小距离函数可表达为

$$\delta = f\left(x, y, z\right) \tag{1}$$

式中, $\delta > 0$ 表明该点位于装药内部, $\delta = 0$ 表明 该点位于初始燃面上, $\delta < 0$ 表明该点位于燃烧空腔 内部。

获得上述最小符号距离函数后, MDF法燃面计算的具体步骤如下:

(1)装药初始化:使用商业CAD软件对初始装药进行建模,提取初始燃面网格数据,划分装药空间网格,计算最小距离函数。

(2)燃面推移计算:根据每一个网格节点的最小 距离函数值对已燃厚度e时的燃面位置进行计算,得 到新的燃面点集,拟合得到新的燃面外形。

(3) 燃面面积计算:计算沿发动机轴向每一个截 面的燃烧周长,沿装药轴向积分得到燃面面积。

装药初始化通过将 CAD 软件保存为 STL 文件格 式,将药柱表面离散成为小三角平面集,并且删除非 燃面的数据,提取出初始燃面网格。在初始燃面网 格化的基础上,进行最小距离函数计算。对于装药 空间某一网格节点,其最小距离函数计算方法为遍 历运算该节点与所有初始燃面小三角平面的符号距 离 ε_k ,取绝对值最小的 ε_k 作为该节点的最小距离函 数值,即

$$\delta = \min_{1 \le k \le \pi} \left| \varepsilon_k \right| \tag{2}$$

基于所有网格节点的最小距离函数值,可判断 任意燃去厚度 e 时的燃面位置。对于计算空间中的 某一点,若其最小距离函数值为零,则该点位于初始 燃面上,将所有最小距离函数值等于零的点进行拟 合即可表征初始燃面。同理,对于燃烧一定厚度 e 时,拟合所有最小距离函数值等于 e 的点,即可形成 此时的燃面。

燃面面积计算先以垂直于药柱轴线的平面将药 柱沿轴线方向分为若干段,每一个平面与燃面的交 线为该截面上的燃烧曲线,其周长为此截面上的燃 烧周长。在每一个截面中确定燃烧曲线的位置,然 后计算该截面内每一四边形网格内的燃烧周长,相 加得到该截面内总燃烧周长,将该周长沿药柱轴向 积分即可得燃面面积。

如图 1 所示,曲线 1 为初始燃烧曲线的形状,曲 线 2 为燃去厚度 e 时的曲线形状。对任意四边形网 格,通过其四个网格节点的 $\delta - e$ 值,即节点与燃面之 间的距离 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 可判断燃面是否穿过该网格。 取某一燃烧曲线穿过的网格,通过其四个顶点的最 小距离函数值,可插值计算得到燃烧曲线与网格边 界的两个交点 P_1, P_2 和其坐标值。若网格边长 $\Delta x, \Delta y$ 足够小,可近似认为该网格内的燃烧曲线为 直线,应用平面几何知识求得 $\overline{P_1P_2}$ 。



Fig. 1 Schematic diagram of burning curve

3 基于最小距离函数快速求解的三维复杂装 药燃面计算方法

MDF 法计算三维燃面有良好的通用性和稳定性,但也存在明显不足:求解最小距离函数时的计算 过程复杂,对于任意网格节点,需要遍历其与每个初 始燃面面元的距离,迭代次数多,计算量大,计算速 度偏慢;进行燃面面积计算时,只能得到燃面面积数 据,与发动机设计紧密相关的装药质量特性无法直 接求出。

求解最小距离函数是 MDF 法的重点,也是耗时 最多的步骤。考虑到大多数固体火箭发动机装药为 圆周阵列造型,本文使用柱坐标划分网格,可有效将 计算域缩减为阵列元大小^[15],同时,采用基于 *k*-d树 (*k*-dimensional tree)的快速最近邻搜索方法来求解 最小距离函数,显著减少计算量。本文将初始燃面 离散成为点云数据,并基于点云构造*k*-d树,通过最 近邻搜索得到与网格节点最近的燃面零点及对应的 距离(最小距离函数值)。流程如图2所示。

3.1 基于*k*-d树的最小距离函数快速求解方法

最近邻搜索是特征匹配和检索的重要方法之一,广泛应用于数据库、机器学习、计算机视觉和信息检索等领域。在基于 *k*-近邻图(*k*-nearest neighbor)的最近邻搜索算法中,*k*-d树是一种典型的高维大规模数据最邻近搜索的数据组织结构。

在*k*--d树中,数据集里的样本被垂直于坐标轴的 超平面递归分割。索引算法通过一个正交超平面把 数据集分成均匀的两个子空间,这两个子空间都是 平行于坐标轴的超矩形。不断递归划分过程,直至 新的子空间里无样本点。由此可以得到一个二元树



Fig. 2 Flow chart of the proposed method

的数据层次结构,树的每一个叶子结点里保存着数据集的一个小的子集^[16]。

3.1.1 基于点云的初始燃面提取

在装药三维建模并且网格化的基础上,可将初始燃面离散成为点云数据。给定每个网格节点一个标识函数 c,其意义在于判断网格节点最小距离函数 值的符号,即

$$c = \begin{cases} -1 & (p \in C) \\ 0 & (p \in A) \\ 1 & (p \in G) \end{cases}$$
(3)

式中p表示网格节点,C表示装药空腔区域,A表 示初始燃面区域,G表示药柱区域。

任取一网格,若其八个节点 c都为1或者都为-1, 表明该网格完全处于装药或空腔中;否则初始燃面 与该网格相交。对于初始燃面上和网格相交的情 况,可通过二分法求得初始燃面与该网格边线、面对 角线和体对角线的交点,并将其当作初始燃面在该 网格内的零点。求出所有处于初始燃面上的网格内 的零点,得到初始燃面点云数据,即提取出初始 燃面。

3.1.2 基于局部网格细分的初始燃面点云扩充 使用 3.1.1 节中方法进行初始燃面点云提取时, 对于距离初始燃面较近的网格节点,由于初始零点 较为稀疏,网格节点最小距离函数值与实际值相对 偏差较大。以二维平面为例,如图 3(a)所示,红色线 段为该网格内的初始燃面,若不进行网格细分,根据 初始燃面提取规则可求出 P_1 , P_2 , P_3 , P_4 四个零点。 距离 B点最近的初始燃面零点为 P_4 ,则B点最小距离 函数值为真实值的($1/\cos\theta$)倍。



Fig. 3 Mesh refinement of the cell across initial burning surface

为实现对初始燃面的精准提取,将与初始燃面 相交的网格加密,在加密后的网格里进行初始燃面 点云提取,可有效提升点云数据对初始燃面的表征 能力和最小符号距离函数计算精度。当网格和燃面 相交时给定一个加密水平n,将该网格分成 $n \times n \times n$ 的 n^3 个子网格,对每一子网格再次进行零点计算以 扩充初始燃面点云。如图3(b)所示,在二维平面中, 将网格进行5×5的划分后,该网格内的初始燃面零 点由4个扩充为19个,距离B点的最近零点为P',B点最小距离函数值为真实值的($1/\cos\theta'$)倍。由于 $\theta' < \theta,B$ 点最小距离函数值相比于真实值的偏差明 显减小。

3.1.3 基于 k-d 树的初始燃面点云高效组织与最近 邻搜索

初始燃面点云在三维空间中呈散乱无序状态, 各间没有明显规律,因此,本文将 k-d树引入燃面计 算过程,通过 k-d树建立初始燃面散乱点云的空间拓 扑关系,从而实现点云的有序组织,为最小距离函数 的计算提供数据规则化结构^[17]。

设 $Q = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 是一组零点集(即初始燃 面点云数据),Q中与待测网格节点 X_i 距离最近的k个测点称为点 X_i 的k-近邻。k-d树的构造方法如图4 所示。构造步骤如下:

(1)读入点集文件Q,并将零点的坐标存入;

(2)遍历所有维度,选择方差最大的一个维度*i*, 在该维度坐标点中选择中位点*m*作为分割点,以垂直 于坐标轴的超平面*L*,对空间进行划分,这样就得到两 个子集。同时创建一个树结点,储存为〈*i*,*m*〉;

(3)在不同维度上顺序遍历地对子集进行划分, 直至所有集合无法再分割。如果无法继续分割,则 将数据存入叶子结点,如图5所示。



Fig. 4 Schematic diagram of building k-d tree



Fig. 5 Nearest neighbor search

通过建立 *k*-d树,可以得到任意待测网格节点*X*_i 与初始燃面点云之间的拓扑关系,进而实现最近邻 点搜索,获得网格节点*X*_i的最小距离函数值:

(1)从根结点开始,自顶向下地查找二元树。即 将X,与各个结点中的i(i = 1, 2, 3)维度上的中值m 进行比较,如果 X_i(k) > m,则进入右子树,如果 X_i(k) < m,则进入左子树。当达到叶子结点时,计算 X_i与叶子节点的距离,将叶子结点记为当前的最近邻 点 P 及其距离记为最小距离 D。

(2)进行回溯,寻找是否有更近邻点。如果以X_i 为球心,D为半径的球面与其父结点的分割平面相 交,则说明其父结点的另一子树可能存在离X_i更近 的点P,则对该子树进行搜索,如果找到了更近的零 点,则更新P和D。通过自底向上不断重复该过程, 直至球面无法与任何分割平面交割。

网格节点Xi的最小距离函数值为

$$\delta_{\chi} = c \cdot D \tag{4}$$

式中c为标识函数,通过式(3)给出。

3.2 柱坐标下对称装药通用燃面计算方法

得到所有网格点的最小距离函数后,其e等值面就是对应的燃面。针对燃面面积的求解,可通过积分燃烧周长获得,但该方法无法得到燃面推移过程中装药质量特性的变化数据。熊文波等^[18]提出单元法,求解每一个燃烧肉厚步长内燃去的单元体积,并对燃去肉厚微分求解燃面面积,在此过程中可以通过装药体积变化规律求解装药质量特性变化。即

$$A_{\rm be} = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}e} \tag{5}$$

传统单元法使用四面体单元,并通过单元质心 与燃面之间的距离作为该单元是否燃去的判据,认 为当 e ≥ d_i时,该体积单元燃尽。该方法计算准确程 度取决于体积单元的大小,但体积单元数量又极大 地影响了计算效率。本文通过细分计算六面体装药 体积,在不增加单元数量的情况下保证较高的计算 精度。

基于 3.1 节对所有网格节点最小距离函数值求 解,可确定燃去厚度 e时的燃面位置。计算该时刻每 一个六面体单元的装药体积,并积分所有单元装药 体积得到总装药体积。燃面位置确定通过对六面体 网格的八个节点δ - e值的正负符号判断网格所处状 态。当八个节点δ - e有正有负或存在δ - e = 0时, 说明燃去厚度为 e时的燃面穿过该网格,否则该网格 整体处于装药或空腔中。

燃面位置确定之后,即可对每一个六面体进行 装药体积计算。对于完全处于空腔中的单元,其装 药体积为0;完全处于装药中的单元,装药体积即为 该单元体积;对处于燃面上的六面体单元*i*,可通过拆 分为六个锥体以近似计算其装药体积,如图6(a)所 示,面IJK为燃去厚度为e时的某一网格ABCDEFGH内的燃面,锥A-IJK为该时刻未燃烧的部分,其余部 分为空腔,其计算方法如下:

(1)插值计算燃面与网格边线的交点坐标,以此 计算每一条边界上的燃去长度,如图6(b)中 $\overline{EI}, \overline{EF}, \overline{FB}, \overline{BJ}_{\circ}$

(2)计算每一个网格表面落入空腔的面积。其 方法为寻找该面端点 φ - e值差值最大的面对角线, 并求解燃面与该对角线的交点。以该交点为顶点, 边界上的燃去长度为底边,将该面落入空腔的面积 分为若干个三角形面积之和,如图6(c)所示。

$$S_{EEBII} = S_{AEMI} + S_{AEME} + S_{ABME} + S_{AIMB} \tag{6}$$

(3)在整个单元内确定端点 φ - e 值差值最大的 体对角线,并以该体对角线与燃面的交点为顶点,网 格各表面落入空腔的面积为底面,将整个单元落入 空腔的体积分为若干个锥体体积之和。

这种锥体分割网格的体积计算方法,适用性好, 避免了复杂的燃面与网格相交情况判断,提升了通 用性和计算效率,同时通过对各体积网格体积的积 分,能够在求解过程中保留了燃面推移时的质量特 性。积分得到装药体积随燃去厚度的变化后,采用 式(5)得到燃面面积,为避免数值误差给燃面面积计 算结果大幅波动,采用局部二次拟合方法计算式 (5),得到的燃面面积计算式如式(7)所示。



$A_{bi} = \frac{2V_{i-2} + V_{i-1} - V_{i+1} - 2V_{i+2}}{10\Delta e}$ (7)

算例分析 4

星型装药燃面推移计算 4.1

图7为计算采用的星型装药模型,装药两端和星 孔内表面同时燃烧,由于模型为圆周阵列对称,在柱 坐标内进行网格划分,计算区域只需划为完整区域 的1/12,如图7(c)所示。装药几何参数如表1所示。



Fig. 7 3-D model of star grain (mm)

Table 1	Parameters	of the	e star	grain	configui	ration
14010 1	1 mi mineter 5	01 0110	JULLE	E1	company	

Parameter	Value
External diameter of grain D/m	0.3
Grain length L/m	1.0
Diamter of star hole inscribed circle d_0/m	0.1
Diamter of star hole circumscribed circle d_1/m	0.2
Star tip radius r_1/m	0.02
Angle fraction of star hole	1
Radius of star root transition arc r_0/m	0.01
Star angle amount	6
Half angle of star edge $\theta/(\circ)$	30

在Z=0.5m的位置提取计算区域截面以观察星 型药柱燃面推移情况,如图8所示,图中蓝色曲线为 包覆层边界,红色曲线为当前时刻燃面曲线。图中 结果表明,本方法对燃面推移过程中凹面的扩大、平 面的推移和凸面变尖点等典型情况均能较好地提取 和表征,燃面推移符合星型药柱理论燃烧规律。



通过燃去体积对燃去厚度微分的方法进行燃面 面积计算,以实体造型法结果作为参考,对比不同网 格量下的燃面面积-肉厚曲线(图9)。对比图中燃面 曲线可知,在平缓段三者均与实体造型法曲线拟合 最好。偏离主要有三处:(1)e = 50mm附近;(2)曲线 结束处;(3)曲线开始处。

由图 8(d)可知, e = 50mm 时刻, 燃面推移至包覆 层, 即该时刻为燃面面积-肉厚曲线一个奇异点, 该 处误差主要是由数值微分求解式(5)造成。减小该 误差和曲线结束处误差的主要手段为加密网格或减 小积分步长。如图9所示, 随着网格量的增加, 奇异 点附近燃面面积-肉厚曲线不断逼近实体造型法计 算结果。



Fig. 9 Burning area of star grain with different mesh scale

曲线开始处误差产生的原因为初始燃面附近的 网格节点距离初始燃面过近,图10为网格量为7× 31×181的计算域使用3.1.2节中细分操作后的燃面 面积-肉厚曲线,从图中可发现进行网格细分后曲线 开始处的偏差显著减小。如图10所示,在细分水平 n=3时,由点云密度造成的计算误差显著减小。图 11为在该细分水平时不同网格量下的药柱体积随燃 去厚度的变化情况,可见采用3.2节方法在不同网格 量下进行质量特性计算的结果均与实体造型法高度 吻合。图12为在该细分水平下不同网格量的装药沿 中心轴转动惯量随燃去厚度的变化情况,可见,网格 量对转动惯量计算情况影响较小,在不同网格量下 转动惯量计算值与实体造型法结果无明显偏差。



Fig. 10 Burning area of star grain with different refinement

表2为不同网格情况下燃面推移计算结果对比, 其中相对均方根误差计算式见式(8),式中h_i为第i个 燃去厚度 MDF法计算值,y_i为第i个步长实体造型法 计算值,m为计算点总数。

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} (h_i - y_i)^2}}{\sum_{i=1}^{m} y_i / m} \times 100\%$$
(8)

Mesh scale	Refinement level	$\varepsilon_{\rm S}/\%$	$\varepsilon_{_{\rm V}}/\%$	$\varepsilon_{\rm I}/\%$	Calculation time/ms
	1×1×1	4.63	0.66	1.68	46
5×21×101	3×3×3	4.29	0.21	1.32	89
	5×5×5	4.25	0.21	1.32	171
	1×1×1	3.10	0.24	0.88	195
7×31×181	3×3×3	2.83	0.21	0.74	383
	5×5×5	2.84	0.20	0.75	680
11×51×251	1×1×1	2.18	0.23	0.68	890
	3×3×3	1.90	0.25	0.55	1779
	5×5×5	1.91	0.26	0.52	3448
Traditional MDF	_	1.44	_	-	1.12×10 ⁵

 Table 2
 Calculation results of star grain with different mesh

表中ε_s, ε_v, ε₁分别代表燃面面积相对均方根误 差,药柱体积相对均方根误差和药柱转动惯量均方 根误差。由表2可知随着网格量增加,燃面计算精度 和质量特性计算精度均有提高,计算耗时也随之增 加;网格细分以扩充初始燃面点云有助于计算精度 的提高,但细分程度过高对提高计算精度无明显效 果,但会增加计算时间。



Fig. 11 Grain volume of star grain with different mesh scale



Fig. 12 Moment of inertia of star grain with different mesh scale

4.2 翼柱型装药燃面推移计算

图 13 是计算采用的翼柱型装药模型,装药后侧





提取装药燃面推移过程中的燃面几何,并与实体造型法在相同燃烧厚度建立的装药模型进行比较,其结果如图14所示,其中红色界面为燃面,蓝色





端面包覆不燃烧,初始燃面区域如图13(b)中红色界面所示,计算区域如图13(c)所示。

界面为药柱包覆部分,为体积积分的边界,处于包覆 界面之外的燃面部分视为无效部分。可见使用本文 方法进行燃面推移计算符合平行层燃烧规律,在前 部端燃、中段内孔和尾部翼柱三处主要构型上均与 实体造型法保持较高的一致性。

图 15 为不同网格量下本文方法计算得到的燃面 面积-肉厚曲线。在曲线平滑段,使用 MDF 法计算得 到燃面与实体造型法结果偏差较小;在燃面推移过 程奇异点附近和曲线开始结尾处,使用 MDF 法相对 于实体造型法结果有较大偏差,但随着网格量的增 加, MDF 法燃面面积-肉厚曲线逐渐逼近实体造法结 果。图 16 为细分水平 n = 3下,不同网格量情况的药 柱体积随燃去厚度变化情况,曲线结果表明在不同 网格量下质量特性计算均与实体造型法有较好的 吻合。对应的装药转动惯量随燃去厚度变化情况 如图 17 所示,计算结果与实体造型法结果吻合良好。

不同网格情况下的翼柱型装药燃面推移计算结 果如表3所示。通过适当的局部网格细分能有效降 低计算结果的相对均方根误差,过度加密局部网格 对于计算结果准确性的提高效果有限,但增加计算 时间。

4.3 计算结果与分析

结合两个算例结果可知,在1s以内的计算耗时 下,计算误差均小于1%,能够满足方案快速设计阶段 的精度需求。在实际计算中发现,网格量对质量特 性计算精度影响较小;燃面面积计算结果在曲线开 始处和奇异点处均有明显偏小,且曲线开始处误差 主要受初始燃面网格细分程度影响,而奇异点附近

Table 3 Calculation results of finocyl grain with different mesh

Refinement level	$\varepsilon_{\rm S}/\%$	$\varepsilon_{\rm v}/\%$	$\varepsilon_{\rm I}/\%$	Calculation time/ms
1×1×1	1.648	0.174	0.209	45
3×3×3	1.543	0.162	0.188	65
5×5×5	1.528	0.155	0.193	97
1×1×1	1.148	0.198	0.185	172
3×3×3	1.121	0.182	0.172	256
5×5×5	1.119	0.183	0.172	461
1×1×1	0.658	0.193	0.156	809
3×3×3	0.629	0.191	0.162	1648
5×5×5	0.627	0.191	0.161	2917
-	0.620	-	-	1.15×10 ⁵
	Refinement level 1×1×1 3×3×3 5×5×5 1×1×1 3×3×3 5×5×5 1×1×1 3×3×3 5×5×5	Refinement level \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ 1×1×1 1.648 3×3×3 1.543 5×5×5 1.528 1×1×1 1.148 3×3×3 1.121 5×5×5 1.119 1×1×1 0.658 3×3×3 0.629 5×5×5 0.627 - 0.626	Refinement $\varepsilon_s/\%$ $\varepsilon_v/\%$ 1×1×1 1.648 0.174 3×3×3 1.543 0.162 5×5×5 1.528 0.155 1×1×1 1.148 0.198 3×3×3 1.121 0.183 5×5×5 1.119 0.183 1×1×1 0.658 0.191 3×3×3 0.629 0.191 5×5×5 0.627 0.191 5×5×5 0.620 -	Refinement level $\varepsilon_8/\%$ $\varepsilon_V/\%$ $\varepsilon_1/\%$ 1×1×1 1.648 0.174 0.209 3×3×3 1.543 0.162 0.188 5×5×5 1.528 0.155 0.193 1×1×1 1.148 0.198 0.172 3×3×3 1.121 0.182 0.172 5×5×5 1.119 0.183 0.172 1×1×1 0.658 0.191 0.162 3×3×3 0.629 0.191 0.162 5×5×5 0.627 0.191 0.161 5×5×5 0.620 - -

误差主要受数值微分影响。

通过初始燃面点云代替小三角面集进行初始 燃面的表征,会造成燃面面积-肉厚曲线较实际值 偏小。由于采用近似最近邻搜索的方法,网格节点 与最近邻零点的距离与其距离初始燃面的实际距 离有θ的角度差,即最小距离函数计算值为理论 值的(1/cosθ)倍。当网格节点靠近初始燃面时, 角度偏差量较大,需要通过加密初始点云以获取 更为准确的最近邻零点。但是当加密水平n足够 时,产生误差的主要原因则变为数值计算造成的 截断误差,更高的细分水平将不再对计算精度产 生影响。

使用数值方法进行燃面面积计算的主要手段为 将整个药柱离散计算。通过设置燃烧厚度步长Δe, 并计算每个步长的药柱体积V_i,数值求解式(5)得到



Fig. 15 Burning surface of finocyl grain with different mesh scale



Fig. 16 Grain volume of finocyl grain with different mesh scale



Fig. 17 Moment of inertia of finocyl grain with different mesh scale

该步长内的近似燃面面积。在实际计算过程中,若 使用三点插值型求导公式进行计算,即 $A_{bi} = (V_{i+1} - V_{i+1})/(2\Delta e)$,发现燃面面积-肉厚曲线波动较为剧 烈。为了减弱该现象,采用式(7)进行数值计算,该 方法能有效减小计算结果波动,但是会将该步长内 的燃面面积赋予一个平均值,造成该步长内燃面面 积细微变化丢失,导致奇异点附近曲线偏差较大。 当燃面面积随燃去厚度平缓变化时,通过该方法可 以准确拟合燃面面积变化曲线;而在奇异点附近时, 计算步长和网格量将会对数值解有着较大影响。减 小计算步长将减弱燃面面积变化情况的丢失,即更 准确地捕捉燃面肉厚曲线上的奇异点。由式(7)可 知,由于 Δe 是小量,如果单纯减小计算步长会造成 ΔV 误差被放大,使得燃面面积-肉厚曲线产生波动, 而增大网格量可提高 ΔV 计算精度。

进行初始网格细分或增大网格量等操作,虽然 能有效减小在燃面面积-肉厚曲线初始处和奇异点 计算结果偏差,但是会使计算成本增加。后续可 采用多源数据融合的方法,综合利用体积微分和 直接积分的方式对燃面进行计算,结合系统辨识 的思路准确捕捉奇异点对应燃去厚度 e、修正初始 体积积分偏差,从而在不增加计算量的前提下,进 一步提高本方法在初始处和奇异点处燃面面积计 算精度。

5 结 论

本文利用 k-d 树对初始燃面点云进行有序化组 织,并基于快速最近邻搜索方法求解 MDF 函数,实现 固体发动机装药燃面推移规律快速计算。通过对不 同装药构型的燃面推移计算结果分析可以得到以下 结论:

(1)使用本文方法能较为准确地计算各种构型 装药的燃面推移情况,通用性较强,且在保证较高计 算精度的同时,显著减小求解 MDF 函数的计算量。

(2)本文所采用的通用燃面计算方法避免了燃 面和单元相交情况的判断,实现了装药燃面和质量 特性的快速计算。

目前本文燃面计算方法基于平行层燃烧假设, 适用于等燃速装药的燃面推移计算。随着 MDF 函数 计算效率的提升,后续可以与一维内弹道计算耦合, 实现带侵蚀效应的变燃速装药燃面推移计算,以期 获得更接近实际情况的燃面推移规律。

致 谢:感谢国家自然科学基金、湖南省科技创新计划 和国防科技大学科研计划的资助。

参考文献

- [1] Barron J. Generalized Coordinate Grain Design and Internal Ballistics Evaluation Program [M]. New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1968.
- [2] 侯 晓,蹇泽群.三维药柱燃面的通用积分计算法[J].固体火箭技术,1993,16(3):1-6.
- [3] 周华盛.药柱通用坐标计算法计算结果跳动的原因分析及解决途径[J].固体火箭技术,1994,17(3):8-16.
- [4] 方蜀州,胡克娴.三维燃面计算方法的比较与实体造型方法的特点[J].推进技术,1994,15(1):32-38.
 (FANG Shu-zhou, HU Ke-xian. The Comparison of Calculating Methods of 3-D Grain Burning Surface and the Main Points of Solid Modeling Method [J]. Journal of Propulsion Technology, 1994, 15(1):32-38.)
- [5] 秦 飞,何国强,刘佩进,等.基于等值面(Level Set)
 函数方法的复杂装药燃面算法研究[J].西北工业大学学报,2005,23(4):456-460.
- [6] 王大帅. 基于 S-CLSVOF 方法的固体火箭发动机装药 燃面计算[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2016.

- [7] 褚佑彪,张 岗,苑 博,等.固体火箭发动机装药 燃面计算方法[J].固体火箭技术,2016,39(4):488-491.
- [8] Ki W, Ko T, Kim S, et al. 3D Grain Burnback Analysis Using the Partial Interface Tracking Method [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 68(9): 58-67.
- [9] 苗海玉,刘少伟,朱柏银.基于动网格的装药燃烧的 燃面退移仿真[J].火力与指挥控制,2019,44(1): 156-160.
- [10] Willcox M A, Brewster M Q, Tang K C, et al. Solid Propellant Grain Design and Burnback Simulation Using a Minimum Distance Function [J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(2): 465-475.
- [11] 马长礼.固体火箭发动机 MDF 燃面计算方法研究[D].长沙:国防科学技术大学,2007.
- [12] Hwan S, Lee H J, Roh T. Development of a Hybrid Method in a 3-D Numerical Burn-Back Analysis for Sol-

id Propellant Grains [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 106(11).

- [13] 王 革,韩万之,李冬冬,等.基于水平集方法和最 小距离函数法的复杂装药燃面退移问题研究[J].兵 工学报,2017,38(2):280-291.
- [14] 韩万之. 基于 Level-set 方法模拟复杂装药燃面退移瞬态内流场[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2016.
- [15] 鲁保良,张步景.用柱面坐标法进行三维装药的设计 计算[J].推进技术,1986,7(4):22-30.
- [16] 杨杰.图像检索中基于近似k-近邻图的近似最近邻 搜索算法研究[D].厦门:厦门大学,2018.
- [17] 张芳菲,梁玉斌,王 佳.基于近邻搜索的激光点云数据孤立噪点滤波研究[J].测绘工程,2018,27
 (11):29-33.
- [18] 熊文波,刘 宇,任军学,等.基于单元法的三维装 药通用燃面计算[J]. 航空学报,2009,30(7):1176-1180.

(编辑:史亚红)