

压气机叶栅非定常线性自回归气动降阶模型研究*

刘汉儒^{1,2}, 胡佳伟², 王掩刚², 马岩^{1,2}, 赵星宇²

(1. 西北工业大学 长三角研究院, 江苏 太仓 215400;

2. 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710129)

摘要: 为满足叶轮机械领域高效非定常气动计算的迫切需求, 采用线性带外输入的自回归 (ARX) 理论建立了高亚声速压气机叶栅非定常气动性能降阶模型。该降阶模型构造简单, 建立较为容易。通过逐渐增加输入/输出延迟阶数, 可以获得较高精度的模型超参数。研究表明: 降阶模型对线性非定常系统的气动参数响应具有较好的预测精度, 但在部分无量纲总压一阶幅值比以及无量纲静压一阶相位角存在一定预测误差。非定常系统线性工况下, 同一折合频率的气动参数的一阶幅值比和相位角基本不随攻角幅值的增加而变化。通过与具有泛化能力的非线性降阶模型比较, 基于线性假设发展的 ARX 模型能获得更高精度的气动参数响应。

关键词: 压气机叶栅; 降阶模型; 非定常流动; 带外输入自回归模型; 动态气动边界

中图分类号: V231.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2022) 05-200743-08

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.200743

Unsteady Linear Autoregressive Aerodynamic Reduced-Order-Model of Compressor Cascade

LIU Han-ru^{1,2}, HU Jia-wei², WANG Yan-gang², MA Yan^{1,2}, ZHAO Xing-yu²

(1. Yangtze River Delta Research Institute, Northwestern Polytechnical University, Taicang 215400, China;

2. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: In order to meet the urgent needs of efficient unsteady aerodynamic calculation in the field of turbomachinery, a reduced-order model of unsteady aerodynamic performance of a typical high subsonic compressor cascade was established by using the linear autoregressive with exogenous input (ARX) theory. The reduced-order model had simple structure and was easier to build. The results show that the high-precision model hyperparameter can be obtained by gradually increasing the delay order of input/output, which had better accuracy for the response of aerodynamic parameter of the linear unsteady system. However, some of the first-order amplitude ratios of the dimensionless total pressure and the first-order phase angle of the dimensionless static pressure had slight errors. The first-order amplitude ratio and phase angle of the aerodynamic parameters with the same reduced frequency has no variations with the increase of the angle of attack amplitude under the linear working condition of the unsteady system. Compared with the nonlinear reduced-order model with generalization ability, the ARX model developed based on the linear assumption can obtain higher-precision response aerodynamic parameter.

Key words: Compressor cascade; Reduced-order-model; Unsteady flow; Autoregressive with exogenous input; Dynamic aerodynamic boundary

* 收稿日期: 2020-09-24; 修订日期: 2021-01-15。

基金项目: 国家科技重大专项 (2017-II-0009-0023); 太仓市大院大所创新引领专项项目 (TC2019DYDS09)。

通讯作者: 刘汉儒, 博士, 副教授, 研究领域为叶轮机械气动噪声。

引用格式: 刘汉儒, 胡佳伟, 王掩刚, 等. 压气机叶栅非定常线性自回归气动降阶模型研究[J]. 推进技术, 2022, 43(5): 200743. (LIU Han-ru, HU Jia-wei, WANG Yan-gang, et al. Unsteady Linear Autoregressive Aerodynamic Reduced-Order-Model of Compressor Cascade[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(5):200743.)

1 引言

现代叶轮机械性能的提高得益于设计者对其内部流动特性的深入认识,而随着流体力学领域全场动态参数精细测量,以及高精度数值模拟技术的发展,非线性、非定常流场数据量呈指数级增长。获取全阶系统气动参数的成本,以及对海量数据高效的计算,如优化设计过程,成为制约相关理论进一步发展的重要因素。为了提高对复杂非定常流场的计算效率,加深对高维、非线性系统特性的认识,从20世纪90年代开始,研究人员陆续发展了多种基于数据驱动的非定常降阶模型(ROM),应用于流固耦合^[1]、气动优化设计^[2]和流动控制^[3]等领域,取得了大量研究成果,展现出广阔的应用前景。

对于高精密航空发动机压气机,机械制造误差^[4]和气动边界不确定性^[5]对压气机性能和安全可靠都会造成严重影响^[6]。气动边界由于压气机运行过程中受到工作环境、系统因素及其它原因会发生波动,对气动性能稳定性造成影响,偏离设计目标。因此在设计阶段就需要主动考虑不确定性因素影响并增强设计本身对不确定条件的适应性。Gopinathrao等^[7]采用非嵌入式概率配置点法分析进口总压不确定性对跨声速压气机叶轮性能参数的影响。Wang等^[8]采用非嵌入式概率配置点法对轴流压气机Rotor37出口背压不确定性进行稳健优化。刘智益^[9]对风力机叶型在攻角随机变化CFD模拟研究中,表明攻角的不确定性影响压力系数分布的波动。这些研究基于传统CFD方法预测的高成本性,都没有涉及非定常关联的不确定问题研究,比如气动边界时间随变关系带来的性能影响。因此,发展非定常降阶预测模型在气动边界的不确定预测和优化设计方面具有极强应用价值。

基于系统辨识理论建立降阶预测模型,其本质是利用流体系统输入和输出数据之间的数学映射,建立一个低阶传递函数或状态空间模型代替全阶系统。特征系统实现算法^[10](ERA)和带有外输入的自回归^[11](ARX)模型是识别小幅扰动下流动特性的两种典型的动态线性模型。Su等^[12]使用ARX模型研究了耦合与非耦合叶轮机械颤振问题。Winter等^[13]基于动态线性模型和小扰动方法,准确预测了AGARD 445.6翼型的非定常气动力,该方法在气动弹性设计和优化方面具有较大潜力。Huang等^[14]采用串联结构的Wiener模型,对跨声速流动的非线性非定常气动载荷进行了辨识。Mannarino等^[15]提出了应用于四

自由度翼型的极限环振荡识别的两层并行框架降阶模型。Winter等^[16]采用模糊神经网络建立了AGARD 445.6翼型的变马赫数气动力模型,并预测了颤振边界。Hu等^[17]最近建立了基于递归RBF的压气机叶栅非定常气动性能降阶模型,该模型表现出高效性、稳定性和准确性。可以看出,基于系统辨识的降阶模型能准确高效地获得流场气动参数响应,但是目前主要应用于外流领域,对于航空叶轮机械这种高维、复杂非定常内流的相关研究比较少。建立高效的流体动力学系统模型对于理解叶轮机械特性、气动优化设计和精细化流动控制都具有重要意义。

本文以亚声速压气机叶栅为所研究的流体动力系统,构建了基于带外输入的自回归(ARX)模型的压气机叶栅非定常气动特性降阶模型,以入流攻角小振幅动态扰动条件作为气动边界不确定性表现,验证降阶模型的有效性,研究随机和简谐条件下(动态攻角变化)压气机叶栅系统气动参数响应特征,本文工作为高效研究非定常气动边界不确定性影响和稳健性优化设计提供了有力的预测工具。

2 研究方法

2.1 ARX模型

识别小振幅扰动下流动特征的一种典型的动态线性模型,即ARX模型,已经广泛应用于叶栅颤振分析、结构模态变化和扑翼的动态线性空气动力学建模。对于一个多输入/多输出系统,ARX模型表示为

$$y(t) = \sum_{i=0}^m a_i x(t-i) + \sum_{j=1}^n b_j y(t-j) + \Delta(t) \quad (1)$$

式中 $y(t)$ 表示系统 t 时刻的输出, $x(t)$ 表示系统 t 时刻的输入, m 和 n 分别为输入和输出延迟阶数, \mathbf{a}_i 为输入延迟系数向量, \mathbf{b}_j 为输出延迟系数向量, $\Delta(t)$ 为数值噪声项。

将上式写成如下形式,并忽略数值噪声项 $\Delta(t)$

$$\begin{cases} y(t) = \mathbf{\Gamma} \boldsymbol{\psi}(t) \\ \mathbf{\Gamma} = [a_0, a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_n] \\ \boldsymbol{\psi}(t) = [x(t), x(t-1), \dots, x(t-m), y(t-1), \dots, y(t-n)]^T \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{\Gamma}$ 为延迟系数矩阵, $\boldsymbol{\psi}(t)$ 为 t 时刻模型的全部输入数据。通过求解该线性回归方程组,即可得到ARX模型的系数向量。本文采用最小二乘法求解该问题。

$$\begin{cases} \tilde{\Gamma} = Y\Psi^+ \\ Y = [y_1, y_2, \dots, y_N] \\ \Psi = [\psi(1), \psi(2), \dots, \psi(N)] \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\tilde{\Gamma}$ 为延迟系数矩阵 Γ 的估计值, Ψ^+ 为输入数据矩阵 Ψ 的伪逆。本文采用奇异值分解求解 Ψ^+ 。

数据矩阵 Ψ 的奇异值分解表示为

$$\Psi = USV' \quad (4)$$

式中 U 为左奇异矩阵, S 为奇异值对角阵, V 为右奇异矩阵。将 S 对角阵中非零元素求倒数, 得

$$\hat{s}_i = \sum_{i=1}^r \frac{1}{s_i} \quad (5)$$

式中 r 为数据矩阵 Ψ 的秩。于是, 可得

$$\Psi^+ = V_r \text{diag}(\hat{s}_1, \hat{s}_2, L, \hat{s}_r) U_r' \quad (6)$$

2.2 非定常数值模拟

本文所研究高亚声速压气机平面叶栅主要几何参数如表 1 所示, 图 1 给出了叶栅几何结构。

Table 1 Main geometric parameters of cascade

Parameter	Value
Chord length C_x/mm	73.84
Pitch C_y/mm	42.81
Stagger angle $\gamma/(\circ)$	64.26
Geometric inlet angle $\beta_{1k}/(\circ)$	37.5
Geometric outlet angle $\beta_{2k}/(\circ)$	72.5
Leading edge radius R_l/mm	0.70
Trailing edge radius R_2/mm	0.59

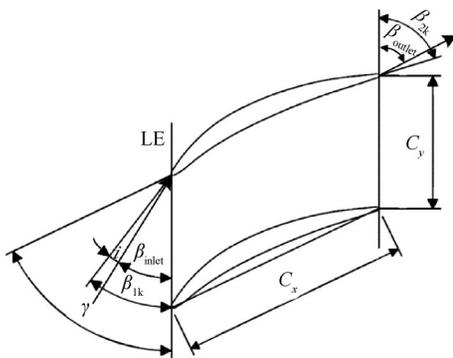


Fig. 1 Cascade geometry structure graph

压气机叶栅计算模型如图 2 所示, 计算域上游为 1 倍弦长, 栅后 1.5 倍弦长。网格采用 H-O-H 结构化网格拓扑, 总网格数 30196, 近壁面网格 $y^+ < 1$ 。针对该二维平面叶栅, 采用 ANSYS Fluent 软件求解 URANS 方程, 采用 $k-\omega$ SST 湍流模型。时间步长为 $15\mu\text{s}$ 。计算了来流马赫数 0.6, 叶栅攻角 0° 的非定常数值结

果, 并以该工况作为基本状态, 除攻角外, 其他边界条件保持不变, 将压气机叶栅随时间变化的攻角 (包括随机变化和正弦变化) $i(t)$ 作为输入, 以实现动态入流边界的数值模拟。CFD 计算中的动态入流攻角变化通过 UDF 功能实现。图 3(a) 给出该工况非定常数值计算的叶栅壁面无量纲压力均值, 与试验测点均值的对比^[18]。可以看出, 计算与试验测量压力分布吻合较好。另外, 图 3(b) 对比了叶栅的攻角-损失特性 ω 的计算和实验结果, 整体特性曲线吻合较好。因此, 本文采用的数值方法可以较好地预测叶栅气动参数及其变化规律。

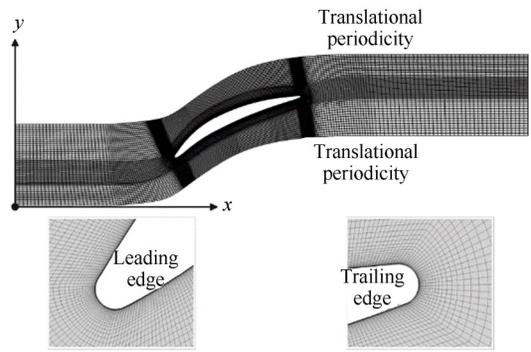
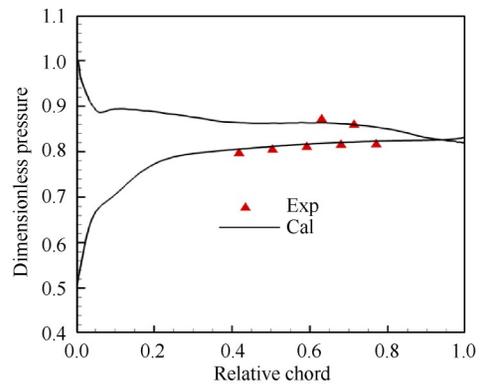
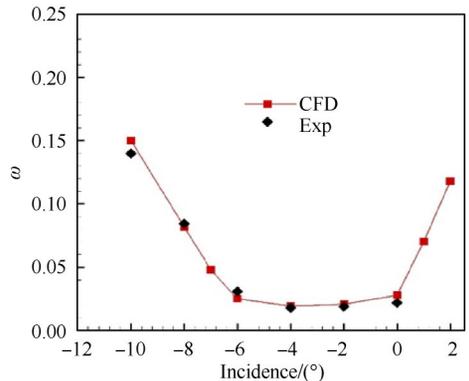


Fig. 2 Calculation model of compressor cascade



(a) Comparison of surface pressure distribution



(b) Comparison of angle of attack-loss property

Fig. 3 Comparison of numerical calculation and experimental results

3 算例验证与讨论

3.1 训练样本

为验证 ARX 降阶模型的有效性,对高亚声速压气机叶栅的动态入流进行建模。本节使用相对幅值 $A_1=0.01$ 的过滤的高斯白噪声信号(FWGN)作为训练样本^[17],包括 1800 个时间步,时间步长与流场求解一致。图 4 所示为该训练样本特征,图 4(a)中的纵坐标为攻角,最大幅值为 0.06° 。图 4(b)的功率谱密度分析表明该训练样本涵盖较宽的频带,在折合频率 k 为 0~16 都有较强的能量,因此能够实现不同 k 简谐工况的气动参数预测。相对幅值 A 定义为

$$A = \frac{i(t)_{\max}}{i(t)_{\max, \text{train}}} \quad (7)$$

式中 $i(t)_{\max}$ 为各样本的攻角最大幅值, $i(t)_{\max, \text{train}}$ 为全部样本中训练样本的攻角最大幅值。

用于描述非定常效应强弱的折合频率 k 定义为

$$k = \frac{2\pi f C_x}{v_{\text{ref}}} \quad (8)$$

$$v_{\text{ref}} = \sqrt{2 \frac{p_1^* - p_{\text{out}}}{d_{\text{out}}}} \quad (9)$$

式中 f 为非定常扰动频率,取值参考上游转子通过频率, C_x 为弦长, v_{ref} 为出口等熵速度, p_1^* 为进口总压, p_{out} 为出口反压, d_{out} 为出口密度。

本文 ROM (降阶模型) 的输入/输出参数可以根

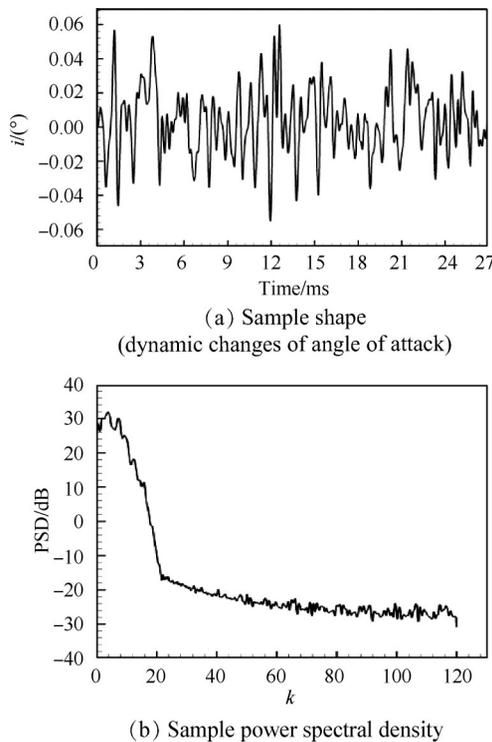


Fig. 4 Training sample characteristics

据研究人员需要定义,考虑到压气机叶栅主要关注进/出口气动参数,因此本文将叶栅非定常进/出口瞬时总压和静压作为模型预测输出。有研究学者指出,对不同参数分别建模可以提高模型预测精度。对于本文而言,就需要建立四个独立的 ROM。本文的主要研究内容是建立并验证用于叶轮机内流气动参数快速预测 ROM,然后进一步发展提高模型泛化能力的方法。为了提高研究效率,本文根据叶栅气动参数特征对进/出口瞬时总压和静压无量纲化。归一化无量纲总压 ω_{nor} 表示为

$$\omega(t) = \frac{p_1^*(t) - p_2^*(t)}{p_1^*(t) - p_1(t)} \quad (10)$$

$$\omega_{\text{nor}} = \frac{\omega}{A} - \frac{\omega}{A_{\min}} \quad (11)$$

式中 $\omega(t)$ 为无量纲总压, $p_1^*(t)$ 为进口瞬时总压, $p_1(t)$ 为进口瞬时静压, $p_2^*(t)$ 为出口瞬时总压, A_{\min} 为样本最小相对幅值。归一化无量纲静压 π_{nor} 表示为

$$\pi(t) = \frac{p_2(t)}{p_1(t)} \quad (12)$$

$$\pi_{\text{nor}} = \frac{\pi}{A} - \frac{\pi}{A_{\min}} \quad (13)$$

式中 $\pi(t)$ 为无量纲静压, $p_2(t)$ 为出口静压。

3.2 降阶模型构建

如图 5 所示为 ARX 模型预测均方根误差收敛曲线。可以看出,随着延迟阶数的增加,模型预测精度逐渐提高,这表明该系统为动态系统。当延迟阶数增加到 160 时,模型预测均方根误差基本保持恒定,其中无量纲总压的预测均方根误差为 1.5186×10^{-4} ,无量纲静压的预测均方根误差为 5.703×10^{-5} 。因此,本文选择 ARX 降阶模型输入/输出延迟阶数分别为 $m=160, n=160$ 。

如图 6 为模型的训练样本气动参数辨识结果。

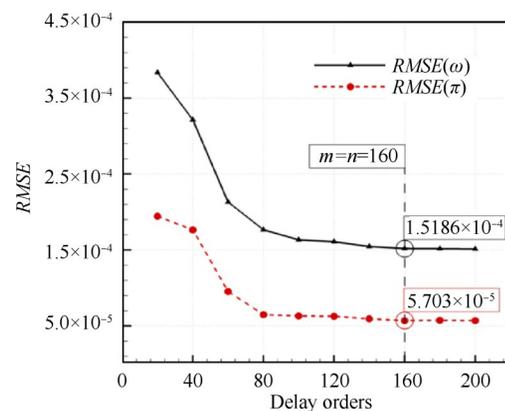


Fig. 5 RMSE convergence curve of model prediction

从图中可以看出,除非定常前100个时间步左右的启动阶段存在较大误差之外,其余时间步,ARX模型预测结果基本与训练样本重合。这一现象也出现在作者先前研究的采用自适应模拟退火算法增强泛化能力的递归径向基函数降阶模型,也就是ASA-RRBF模型中^[17],一方面是因为该训练样本启动阶段非定常扰动相对较强,另一方面也说明本文的降阶模型还存在一定的局限性。有相关学者指出,可以通过设计训练样本启动阶段不添加扰动或添加小扰动,能够提高模型对训练样本的辨识精度,但是这对降阶模型泛化能力的影响程度有限。目前,幅值扫描与调频信号、FWGN信号、随机类信号和调幅伪随机二值信号广泛应用于降阶模型的训练信号。其中,随机类信号的优点是频率和幅值范围广、动态类型多和采样数量少。因此,随机类信号可以适合用来训练线性和非线性模型,如果指定了频率范围,扫频信号也有很大优势。

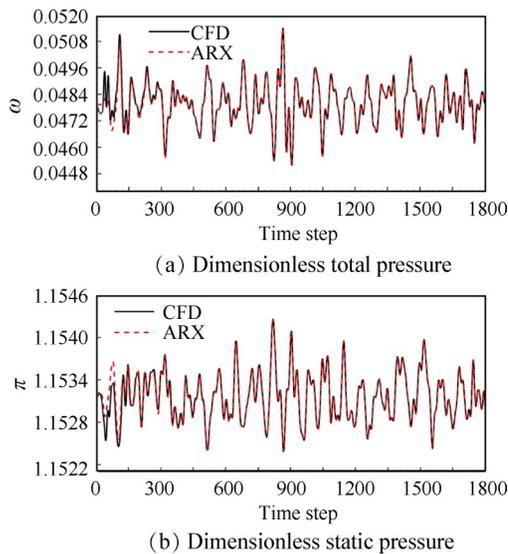


Fig. 6 Aerodynamic parameter identification results of training samples

表2给出ARX模型训练样本辨识结果,以及该样本的ASA-RRBF模型预测结果^[17]均方根误差。可以看出,虽然ASA-RRBF模型已经能够在一定程度上兼顾线性动力学特征,但是与本文线性ARX模型相比,其预测精度仍然存在一定差距。具体表现为ARX模型的 $RMSE(\omega)$ 相对减小了52.2%, $RMSE(\pi)$ 相对减小了34.2%。这表明ARX降阶模型对线性系统的无量纲总压和无量纲静压均具有较强的辨识能力。

Table 2 RMSE of training sample identification result

ROM	$RMSE(\omega)$	$RMSE(\pi)$
ASA-RRBF	3.177×10^{-4}	8.667×10^{-5}
ARX	1.519×10^{-4}	5.703×10^{-5}
Relative reduction/%	52.2	34.2

3.3 随机工况

为进一步研究降阶模型的有效性,本文给出不同测试样本的预测结果。测试样本包括上文中相对幅值为 $A=0.2, A=0.1, A=0.05$ 和 $A=0.02$ 的气动参数响应。根据前文对归一化气动参数特征的分析,可知这四组测试样本能够涵盖弱非线性性和线性特征。考虑到这四组测试样本形状一样,因此仅给出 $A=0.1$ 和 $A=0.02$ 两组样本的辨识结果图,如图7和图8所示。可以看出,ARX模型的预测结果与CFD结果基本重合,表明降阶模型对随机样本的泛化能力较强。但随着相对幅值 A 的降低,气动参数响应曲线前150个时间步左右的启动阶段,表现出相对较强的非定常扰动,该时间段的模型预测结果存在较大误差。

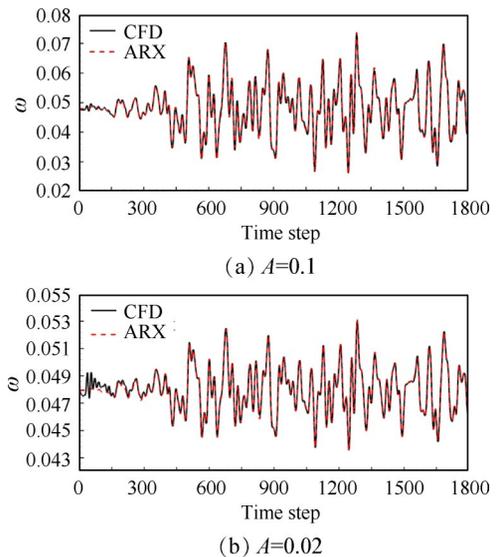


Fig. 7 Dimensionless total pressure prediction results

表3给出ARX模型测试样本辨识结果的均方根误差,以及样本的ASA-RRBF模型预测结果的均方根误差^[17]。可以看出,相比于ASA-RRBF非线性降阶模型,ARX线性降阶模型的预测精度明显更高。表现为ARX模型的 $RMSE(\omega)$ 平均相对减小了59.41%, $RMSE(\pi)$ 平均相对减小了66.45%。这表明ARX模型对于无量纲总压和无量纲静压均具有较高的泛化能力,相比于RRBF模型对非线性特征较强的无量纲静压的较差的辨识与泛化能力,该模型对非定常动态系统气动参数有更好的适应性。

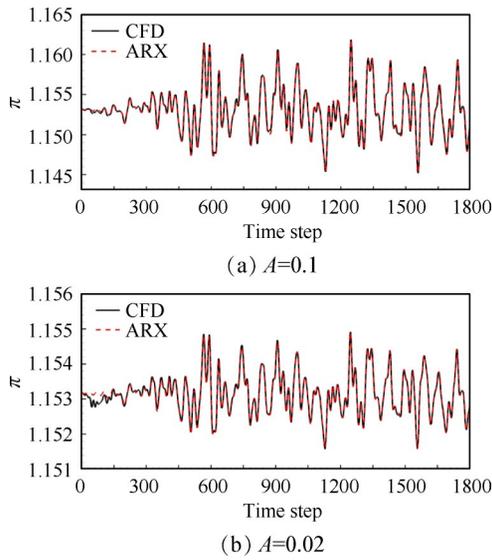


Fig. 8 Dimensionless static pressure prediction results

Table 3 RMSE of test sample identification results

Sample	RMSE(ω)		RMSE(π)	
	ASA-RRBF	ARX	ASA-RRBF	ARX
A=0.2	2.516×10^{-3}	1.302×10^{-3}	1.106×10^{-3}	3.945×10^{-4}
A=0.1	1.292×10^{-3}	4.491×10^{-4}	5.750×10^{-4}	1.456×10^{-4}
A=0.05	6.780×10^{-4}	2.194×10^{-4}	2.997×10^{-4}	7.992×10^{-5}
A=0.02	3.738×10^{-4}	1.626×10^{-4}	1.333×10^{-4}	6.207×10^{-5}

3.4 简谐工况

为验证降阶模型对于简谐激励工况的泛化能力,选择叶栅平均攻角为 0° , 四组幅值 ($i=1^\circ, i=0.5^\circ, i=0.25^\circ$ 和 $i=0.1^\circ$), 四组折合频率 ($k=8.991, k=7.193, k=5.395$ 和 $k=3.597$) 下的共十六组正弦信号作为测试样本, 其中频率的选取参考的是上游转子叶片通过频率。

为分析简谐工况的动态系统气动参数特征, 将样本及 ARX 模型预测结果选取十个以上周期, 采用 Fourier 变换获得所有结果的第一阶幅值比 α 和相位角 ϕ 。如图 9 和图 10 所示为模型预测结果一阶幅值比和相位角随攻角 i 的幅值的变化图, 同时模型给出更多的预测结果。图中幅值比 α 定义为

$$\alpha_\omega = \frac{\alpha_{\omega, \text{Fourier}}}{i_{\text{inlet}}} \quad (14)$$

$$\alpha_\pi = \frac{\alpha_{\pi, \text{Fourier}}}{i_{\text{inlet}}} \quad (15)$$

式中 α_ω 为无量纲总压一阶幅值比, $\alpha_{\omega, \text{Fourier}}$ 为无量纲总压 Fourier 变换得到的第一阶幅值, α_π 为无量纲静压一阶幅值比, $\alpha_{\pi, \text{Fourier}}$ 为无量纲静压 Fourier 变换得到的第一阶幅值, i_{inlet} 为叶栅进口攻角幅值。

从图 9 和图 10 中可以看出, 对同一折合频率 k 的

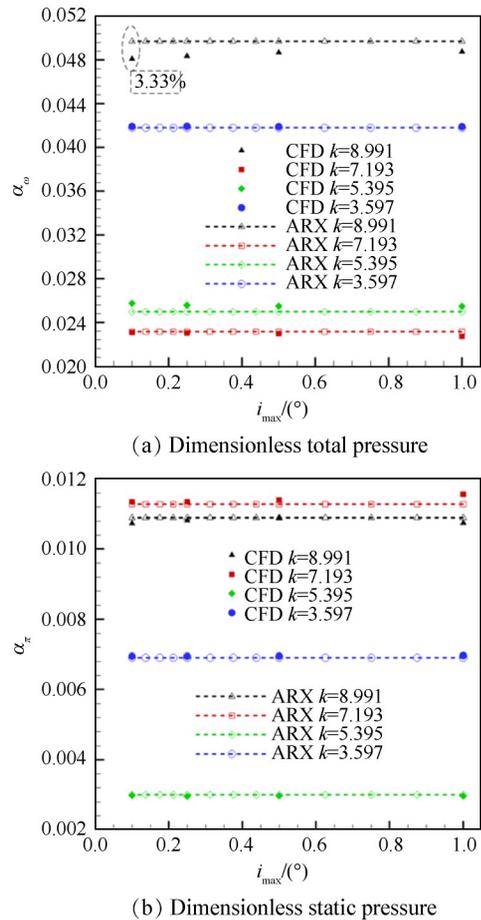


Fig. 9 The first-order amplitude ratio of model prediction results

气动参数, 其一阶幅值比和相位角基本不随攻角幅值的增加而变化, 这是因为本文测试样本的气动参数特征全部为线性或弱非线性特征。对同一攻角幅值的气动参数, 其一阶幅值比和相位角与 k 不呈正相关, 且对于无量纲总压和无量纲静压表现出不同的变化规律。具体表现为, 图 9(a) 的无量纲总压一阶幅值比在 k 为 8.991 时最大, k 为 3.597 时次之, k 为 7.193 时最小; 图 9(b) 的无量纲静压一阶幅值比在 k 为 7.193 时最大, k 为 8.991 时次之, k 为 5.395 时最小。

该降阶模型预测结果的一阶幅值比和相位角基本与样本重合, 表明 ARX 模型对简谐工况具有较好的泛化能力。但是, 在 k 为 8.991 的无量纲总压一阶幅值比存在较大误差, 相对误差为 3.33%, 以及在 k 为 5.395 的无量纲静压一阶相位角存在较大误差, 相对误差为 8.36%。这是因为流场非定常特征强弱不仅与流场外激励程度有关, 还与流场固有非定常特征有关, 客观上难以用简单的降阶模型完全地表征非定常动态系统的所有特征。

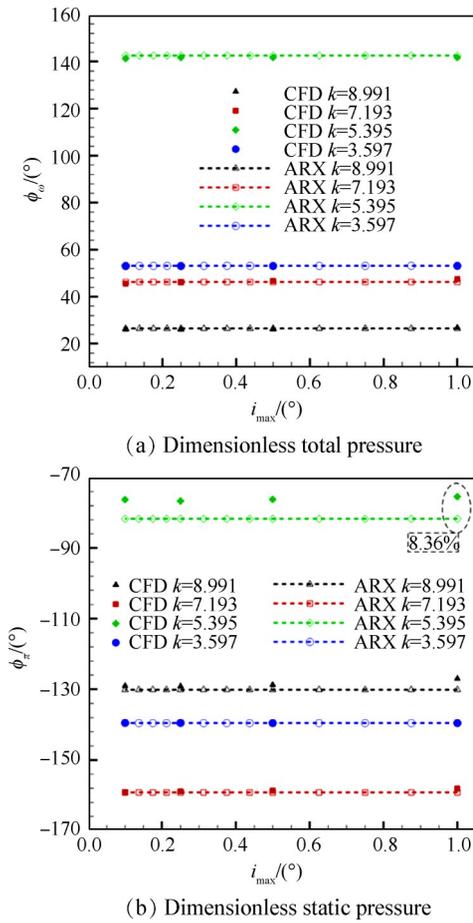


Fig. 10 The first-order phase angle of model prediction results

4 结 论

本文通过研究,得到如下结论:

(1)带外输入的自回归(ARX)非定常降阶模型结构简单,易于构建。通过逐渐增加输入/输出延迟阶数, $m = n = 160$ 时可以获得较高精度的模型超参数,对线性非定常系统的气动参数响应具有较好的预测精度。虽然ASA-RRBF模型^[17]已经能够在一定程度上兼顾线性动力学特征,但是与本文线性ARX模型相比,其在线性范围的预测精度仍然存在一定差距。

(2)对于叶栅动态攻角入流随机工况,ARX模型的预测结果与CFD结果基本重合,证明该降阶模型对随机样本的泛化能力较强。但对于较低相对幅值A,气动参数响应曲线前150个时间步的启动阶段,表现出相对较强的非定常扰动,模型预测结果误差较大。整体上相比于RRBF模型对非线性特征较强的无量纲静压的较差的辨识与泛化能力,该模型对非定常动态系统气动参数有更好的适应性。

(3)对于叶栅动态攻角入流简谐工况,基于ARX

的降阶模型预测结果的一阶幅值比和相位角基本与CFD样本重合,表明ARX模型对简谐工况也具有较好的泛化能力。在 k 为8.991的无量纲总压一阶幅值比,以及在 k 为5.395的无量纲静压一阶相位角存在一定误差。在非定常系统线性工况下,同一折合频率的气动参数的一阶幅值比和相位角基本不随攻角幅值的增加而变化。

致 谢:感谢国家科技重大专项与太仓市大院大所创新引领专项项目的资助。

参考文献

[1] Zhang W, Li X, Ye Z, et al. Mechanism of Frequency Lock-in in Vortex-Induced Vibrations at Low Reynolds Numbers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 783: 72-102.

[2] Yun Y, Yoon M, Nakayama H. Multi-Objective Optimization Based on Meta-Modeling by Using Support Vector Regression [J]. *Optimization and Engineering*, 2009, 10 (2): 167-181.

[3] Gao C, Zhang W, Kou J, et al. Active Control of Transonic Buffet Flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 824: 312-351.

[4] 陈为雄, 王掩刚, 马 峰, 等. 超声速来流基元叶型前缘加工误差气动敏感性分析 [J]. *推进技术*, 2019, 40(10): 2235-2242. (CHEN Wei-xiong, WANG Yan-gang, MA Feng, et al. Aerodynamic Sensitivity Analysis of Manufacturing Errors for Leading Edge of Supersonic Elementary Blade Profile [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(10): 2235-2242.)

[5] 唐新姿, 王 喆, 王效禹, 等. 多源不确定耦合下离心压气机叶轮气动稳健性 [J]. *航空动力学报*, 2020, 35(1): 196-204.

[6] Paeppe W D, Coppitters D, Abraham S. Robust Operational Optimization of a Typical Micro Gas Turbine [J]. *Energy Procedia*, 2019, 158: 5795-5803.

[7] Gopinathrao N P, Bagshaw D, Mabilat C, et al. Non-deterministic CFD Simulation of a Transonic Compressor Rotor [R]. *ASME GT 2009-60122*.

[8] Wang X, Hirsch C, Liu Z, et al. Uncertainty-Based Robust Aerodynamic Optimization of Rotor Blades [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2013, 94(2): 111-127.

[9] 刘智益. 不确定性CFD模拟方法及其应用研究 [D]. 北京: 华北电力大学, 2014.

[10] Juang J N, Pappa R S. An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, 8(5): 620-627.

- [11] Cowan T J, Arena A S, Gupta K K. Accelerating Computational Fluid Dynamics Based Aeroelastic Predictions Using System Identification [J]. *Journal of Aircraft*, 2001, 38(1): 81-87.
- [12] Su D, Zhang W, Ye Z. A Reduced Order Model for Uncoupled and Coupled Cascade Flutter Analysis [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2016, 61: 410-430.
- [13] Winter M, Heckmeier F M, Breitsamter C. CFD-Based Aeroelastic Reduced-Order Modeling Robust to Structural Parameter Variations [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 67: 13-30.
- [14] Huang R, Hu H, Zhao Y. Nonlinear Reduced-Order Modeling for Multiple-Input/Multiple-Output Aerodynamic Systems [J]. *AIAA Journal*, 2014, 52(6): 1219-1231.
- [15] Mannarino A, Dowell E. Reduced-Order Models for Computational-Fluid-Dynamics-Based Nonlinear Aeroelastic Problems [J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(9): 2671-2685.
- [16] Winter M, Breitsamter C. Neurofuzzy-Model-Based Unsteady Aerodynamic Computations Across Varying Freestream Conditions [J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(9): 2705-2720.
- [17] Hu J, Liu H, Wang Y, et al. Study on Reduced Order Model for Unsteady Aerodynamic Performance of Compressor Cascade Based on Recursive RBF [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 34(2).
- [18] Wang Y, Li Y, Chen J. Analysis of the Unsteady Flow in Compressor Cascade with POD Method [R]. *ASME GT* 2016-57638.

(编辑:张 贺)