

## 2.5维编织树脂基复合材料平板多尺度动力学模型修正\*

程翰林, 刘杰明, 周 标, 张宏建

(南京航空航天大学 能源与动力学院 航空发动机热环境与热结构工业和信息化部重点实验室,  
江苏南京 210016)

**摘要:** 在2.5维编织树脂基复合材料多尺度固有振动分析的基础上, 开展基于实测结构模态数据的复合材料平板动力学模型修正研究, 以获取精准反映其动力学特性的模型。首先, 建立复合材料平板固有频率对弹性参数的灵敏度分析方法, 分析了平板固有振动特性的主要影响因素; 其次, 建立基于灵敏度分析的复合材料多尺度动力学模型修正方法, 形成了基于MSC.NASTRAN平台的模型修正程序。最后, 利用实测结构模态测试数据, 实现对复合材料平板动力学模型的修正。结果表明, 对关键弹性参数进行修正后, 不同边界条件和纱线走向的复合材料平板试验件固有频率实测数据与仿真数据的最大误差由10.44%下降至2.39%, 相关性得到了大幅改善。此外, 所提出的自由模态测试方案结合动力学模型修正方法, 为复合材料等效弹性参数的试验辨识提供了新的技术途径。

**关键词:** 2.5维编织树脂基复合材料; 多尺度分析; 固有振动; 灵敏度分析; 模型修正

**中图分类号:** TB332; V250 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2022) 02-210455-09

**DOI:** 10.13675/j.cnki.tjjs.210455

## Multi-Scale Dynamic Model Updating of 2.5D Braided Resin-Based Composite Plate

CHENG Han-lin, LIU Jie-ming, ZHOU Biao, ZHANG Hong-jian

(Key Laboratory of Aero-Engine Thermal Environment and Structure, Ministry of Industry and Information Technology, College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Based on vibration analysis by means of multi-scale method, the dynamic model of 2.5D braided resin-based composite plates was updated using the modal test data, to obtain a model accurately reflecting its dynamic characteristics. Firstly, sensitivity analysis method of the natural frequency with respect to the elastic parameters was developed to modify the composite multi-scale dynamic model. It aims to identify the principal factors affecting the natural vibration characteristics of composite plates. Secondly, a composite multi-scale dynamic model updating method in combination with sensitivity analysis was established. A model updating program based on MSC.NASTRAN was devised. Finally, an updated dynamic model of the composite plates was obtained by exploring the modal test data. After the key elastic parameters were updated, the maximum natural frequency error between simulated and experimental data under different boundary conditions and yarn alignment directions of

\* 收稿日期: 2021-07-10; 修订日期: 2021-11-23。

基金项目: 国家科技重大专项 (2017-IV-0007-0044); 航空动力基金 (6141B09050340)。

作者简介: 程翰林, 硕士生, 研究领域为航空发动机结构动力学。

通讯作者: 周 标, 博士, 副教授, 研究领域为航空发动机结构动力学。

引用格式: 程翰林, 刘杰明, 周 标, 等. 2.5维编织树脂基复合材料平板多尺度动力学模型修正[J]. 推进技术, 2022, 43(2): 210455. (CHENG Han-lin, LIU Jie-ming, ZHOU Biao, et al. Multi-Scale Dynamic Model Updating of 2.5D Braided Resin-Based Composite Plate[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(2):210455.)

composite plates decreased from 10.44% to 2.39%, indicating a remarkable improvement in correlation. In addition, the proposed dynamic model updating method combined with free modal testing provides a new technical approach for experimental identification of equivalent elastic parameters of composites.

**Key words:** 2.5D braided resin-based composite; Multi-scale analysis; Natural vibration characteristic; Sensitivity analysis; Model updating

## 1 引言

2.5维编织结构树脂基复合材料具有整体性能好、抗分层能力强、材料/结构一体化和可设计性突出等优点,有望应用于新一代大涵道比涡扇发动机的风扇和压气机叶片<sup>[1-2]</sup>。准确预测获取2.5维编织树脂基复合材料叶片的固有振动频率以避免危险性共振是叶片动力学设计的基础。然而近年来对于2.5维编织树脂基复合材料结构的研究大多集中于静力学及疲劳性能方面<sup>[3-4]</sup>,与其动力学性能相关的研究相对较少。

多尺度分析方法在复合材料力学性能研究中得到了广泛应用。其核心是将组分性能、细观结构形态特征等因素与宏观力学分析相结合,建立两个不同尺度的物理描述之间的联系。在细观尺度上,郑君等<sup>[5]</sup>从2.5维编织树脂基复合材料细观结构入手,采用了曲段和直段拟合的经纱走向,预测了2.5维编织复合材料的强度准则。在此基础上,结合纤维束及基体的性能分析模型和体积平均方法或有限元法,孔春元等<sup>[6]</sup>基于电镜观察建立了单胞模型,对2.5维编织复合材料进行了刚度预测;陈波等<sup>[7]</sup>考虑细观尺度纱线相互挤压导致的截面变化,建立了三维四向复合材料的刚度预测模型。基于细观尺度建模的有限元模型的优点在于能够反映结构振动时材料内部,尤其是界面处的应力-应变分布状态,缺点在于其计算消耗大量资源。为此,赵思波<sup>[8]</sup>进一步建立了宏观尺度的均匀化等效动力学模型,进行动力学特性的预测研究与试验验证。然而,由于理想化的几何模型往往无法准确反映实际复合材料的细观尺度结构特征<sup>[9]</sup>,以及复合材料性能分散性较大<sup>[10]</sup>等诸多不可避免的因素,导致2.5维编织复合材料结构的刚度性能<sup>[11]</sup>和固有振动特性<sup>[12]</sup>的预测结果与实测数据偏差普遍较大。

将复合材料等效均匀化为正交各向异性材料并预测其弹性性能,是上述复合材料结构多尺度固有振动分析的核心。因此,准确提供复合材料等效弹性参数成为进一步提升复合材料结构固有振动特性预测结果准确性的关键之所在。目前,静力学试验

是测取实际复合材料等效弹性参数的主流技术手段。Gras等<sup>[13]</sup>利用DIS技术开展三维编织复合材料的静力学试验,测量全场位移、应变以及加速度谱,并基于试验数据对部分弹性参数进行了识别。Huang等<sup>[14]</sup>对固支约束条件下的二维正交各向异性平板模型进行了静拉伸试验,并结合优化算法获取其力学性能参数。Warren等<sup>[15]</sup>对编织复合材料的内剪切模量测试方法进行了研究。相对于拉伸模量测试而言,复合材料剪切模量测试对于试件结构要求较高,难以推广应用。总的来说,通过静力学试验能够测取的复合材料弹性参数有限,而且对于复合材料试件具有不可逆的破坏性。此外,Battaglia等<sup>[16]</sup>考虑复合材料细观尺度上的不确定性因素,采用模态测试结合数值计算的方法对任意形状复合材料板结构的组分参数进行了识别,建立了具有统计意义的动力学模型。

综上所述,基于多尺度方法的2.5维编织树脂基复合材料固有振动分析面临准确度不足的问题,催生了进一步开展复合材料动力学模型修正方法研究的需求。所谓动力学模型修正,是指基于实际结构动力学测试数据,对动力学模型中的部分关键参数进行修正,使修正后的结构动力学模型更为准确地反映被测实际结构动力学特性的过程。目前动力学模型修正方法可分为矩阵型修正法与参数型修正法<sup>[17]</sup>。矩阵型修正法通过直接修改动力学模型的质量或刚度矩阵实现,该方法直接简单,但存在修正结果缺乏物理意义及修正依据的缺陷。参数型修正法又称间接法,通过修正结构动力学模型的关键参数以改进仿真与试验数据的相关性,具有明确的物理意义,是目前应用最广泛的修正方法。

本文针对2.5维T800碳纤维/BMP350聚酰亚胺编织树脂基复合材料平板结构,开展多尺度动力学模型修正方法的研究。首先,在2.5维编织树脂基复合材料多尺度固有振动分析的基础上,建立灵敏度分析方法,探究复合材料结构固有振动频率的主要影响因素;然后,针对不同边界条件和不同纱线走向的复合材料平板试验件开展模态试验;最后,基于实测结构模态数据,采用参数型修正方法进行复合材

料平板动力学模型修正,以提升2.5维编织树脂基复合材料平板多尺度固有振动分析的准确性。

## 2 理论基础与方法

### 2.1 2.5 维编织复合材料结构固有振动的多尺度分析方法

2.5 维编织复合材料结构固有振动多尺度分析方法遵循“编织结构细观尺度几何模型-双胞胎结构代表性体积单元模型-宏观尺度动力学模型”的建模思路来处理其跨尺度特征,其分析流程如图1所示。

该方法先从纤维细观结构入手,对纤维截面形状和空间走向做出合理假设,建立图1(a)中所示2.5维编织树脂基复合材料的几何模型。之后考虑表层和内部细观结构及力学性能差异,将代表性体积单元视为图1(b)中所示双胞胎模型。内胞与外胞的刚度矩阵表示为

$$[C]_i = V_{mi}[C_{mi}] + V_{ji}[C_{ji}] + V_{wi}[C_{wi}] \quad (1)$$

式中 $[C_{ji}]$ , $[C_{wi}]$ 表示各胞元经纱束和纬纱束的刚度矩阵, $V_{mi}$ , $V_{ji}$ , $V_{wi}$ 表示各胞元的基体体积分数、经纱体积分数、纬纱体积分数, $i = n, w$ ,代表内部胞元与外部胞元。

结合各胞元在整体双胞胎模型中的体积分数,基于体积平均法获得双胞胎模型整体的弹性常数

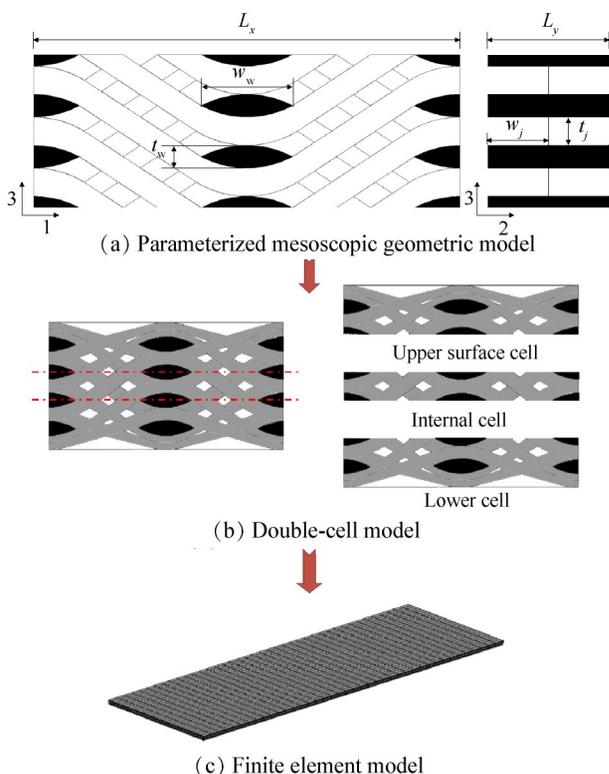


Fig. 1 Vibration analysis by multi-scale method

$$\begin{cases} E_{11} = \frac{1}{S_{11}}, E_{22} = \frac{1}{S_{22}}, E_{33} = \frac{1}{S_{33}} \\ G_{23} = \frac{1}{S_{44}}, G_{13} = \frac{1}{S_{55}}, G_{12} = \frac{1}{S_{66}} \\ v_{23} = -\frac{S_{23}}{S_{33}}, v_{12} = -\frac{S_{23}}{S_{22}}, v_{13} = -\frac{S_{13}}{S_{33}} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $S_{ij}$ 为整体双胞胎模型的柔度矩阵系数, $E_{ij}$ , $G_{ij}$ , $v_{ij}$ 分别为复合材料的弹性模量、剪切模量以及泊松比。

在预测2.5维编织树脂基复合材料弹性常数的基础上,采用如图1的双胞胎模型整体结构建立2.5维编织树脂基复合材料的宏观均匀化等效力学有限元模型,进行模态仿真分析,从而获得复合材料结构的固有频率及模态振型。

### 2.2 复合材料结构固有振动对弹性参数的灵敏度分析方法

在复合材料平板的多尺度固有振动分析过程中,通过体积平均法预测的复合材料各向异性弹性参数对复合材料平板的固有振动特性具有决定性的作用。为了量化分析各个弹性常数对复合材料平板固有频率的影响,本文建立了复合材料平板固有频率对各弹性参数的灵敏度分析方法。

首先,从复合材料平板宏观均匀化等效动力学模型的固有振动特征方程出发,任一固有频率 $f_i$ 对某一设计变量 $x_i$ 的灵敏度可表示为

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = \frac{1}{8\pi^2 f_i} \phi^T \frac{\partial K}{\partial x_i} \phi - \frac{f_i}{2} \phi^T \frac{\partial M}{\partial x_i} \phi \quad (3)$$

式中 $K$ 与 $M$ 为结构的刚度矩阵及质量矩阵, $\phi$ 为模态振型向量。

对于复合材料平板而言,当设计变量 $x_i$ 为正交各向异性材料刚度矩阵某一元素时,以 $C_{11}$ 为例,上述表达式变为

$$\frac{\partial f_i}{\partial C_{11}} = \frac{1}{8\pi^2 f_i} \phi^T \frac{\partial K}{\partial C_{11}} \phi \quad (4)$$

根据各向异性材料的力学本构关系可进一步将刚度矩阵该元素对相应的弹性参数求偏导,示例如下

$$\frac{\partial C_{11}}{\partial E_{11}} = \frac{1 - v_{23}v_{32}}{\begin{vmatrix} 1 & -v_{21} & -v_{31} \\ -v_{12} & 1 & -v_{32} \\ -v_{13} & -v_{23} & 1 \end{vmatrix}} \quad (5)$$

综合式(4)和式(5),可求得复合材料平板任一阶次固有振动频率对材料弹性参数的绝对灵敏度

$$S_a = \frac{\partial f_i}{\partial E_{11}} = \frac{\partial f_i}{\partial C_{11}} \cdot \frac{\partial C_{11}}{\partial E_{11}} \quad (6)$$

同理可进一步求得复合材料平板结构各阶仿真模态频率对正交各向异性复合材料 9 个独立弹性参数的灵敏度。

### 2.3 复合材料结构多尺度动力学模型修正方法

复合材料平板的多尺度固有振动仿真结果与试验测试结果对比表明,其固有频率偏差主要源自于对复合材料弹性常数预测值的误差。为此,本文将从对复合材料多尺度平板模型的灵敏度分析出发,建立基于实测结构模态数据的复合材料平板多尺度动力学模型修正方法,以期提高其动力学仿真结果的准确性。

#### (1) 模型修正的基本理论

本文将采用基于灵敏度分析的模型修正方法,利用最优化思想,将 2.5 维编织树脂基复合材料固有频率实测值与预测值的残差作为目标函数。模型修正的本质是通过修正结构动力学模型中具有高灵敏度的相关物理参数,使目标残差函数迅速收敛于其极小值,从而达到改善仿真与试验数据的相关性的目的。以弹性参数  $E_{11}$  为例,目标函数定义为

$$J(\delta E_{11}) = (\delta_f - S_a \delta E_{11})^T W (\delta_f - S_a \delta E_{11}) \quad (7)$$

式中  $\delta E_{11}$  为弹性参数  $E_{11}$  的修正量,  $\delta_f$  为固有频率实测值与预测值残差,  $S_a$  为各阶模态频率  $f$  对弹性参数  $E_{11}$  的灵敏度矩阵,  $W$  为加权矩阵,用以反映各阶频率残差向量  $\delta_f$  的权重<sup>[18]</sup>。

式(7)中的极值问题可采用最优化算法进行迭代求解,第  $i$  步迭代可描述如下

$$S_a^i(\delta E_{11}^i) = \delta_f^i \quad (8)$$

式中灵敏度矩阵  $S_a^i$  表示迭代过程中的搜索梯度,  $\delta_f^i$  为该迭代步中固有频率实测值与预测值的残差向量。通过最小二乘优化算法求解式(8)可得该迭代步弹性参数  $E_{11}$  的修正量

$$\delta E_{11}^i = [(S_a^i)^T W S_a^i]^{-1} [(S_a^i)^T W \delta_f^i] \quad (9)$$

之后通过下文中的修正程序计算,使目标函数  $J(\delta E_{11})$  迭代达成收敛后,便可得到修正后的弹性参数  $E_{11}$  以及修正后的 2.5 维编织树脂基复合材料平板均匀化等效有限元模型。

#### (2) 模型修正的程序实现

MSC.PATRAN&NASTRAN 集成了三维建模及有限元分析,拥有灵敏度分析及结构优化功能,开发了通过参数卡片的形式对有限元模型进行数据存储的 DMAP 语言<sup>[19]</sup>,用户可以通过其他平台调用修改或使

用 PCL 工具进行二次开发。

本文基于 MSC.PATRAN&NASTRAN 有限元软件和 MATLAB 平台进行程序开发。首先,使用 PATRAN 建立 2.5 维编织树脂基复合材料平板等效均匀化有限元模型,对正交各向异性材料的数据卡片 MAT9 进行参数研究,调用 NASTRAN 进行模态分析及灵敏度分析;其次,基于 MATLAB 平台计算参数修正量;然后,通过 DMAP 语言将修正后的材料参数写入 NASTRAN 模型文件,最终形成 2.5 维编织复合材料等效动力学模型修正程序,程序结构流程如图 2 所示。

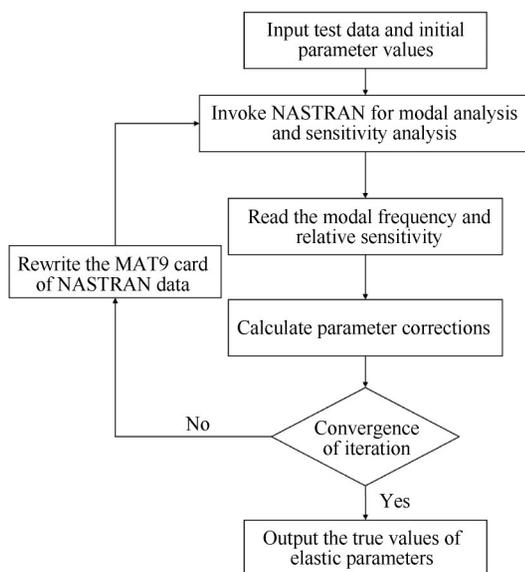


Fig. 2 Workflow of 2.5D resin-based braided composites model updating program

## 3 2.5 维编织复合材料平板多尺度动力学模型修正

### 3.1 模态测试

本文采用 RTM 成型工艺制备的 2.5 维 T800 碳纤维/BMP350 聚酰亚胺树脂编织复合材料预制件,通过水刀工艺切割出如图 3 所示的复合材料经向板与纬向板试验件(130mm×30mm×2mm),并分别在悬臂边界条件与自由边界条件下开展了模态试验,获取其试验模态频率及振型。

自由边界条件下复合材料平板试验件模态试验系统如图 4 所示。

本文采用非接触式声激励方式进行激振,同样采用激光测振系统拾振。非接触式声激励方式的优点在于对被测结构而言,没有附加质量和附加刚度的影响,而且具有更高的激振频率范围。由于复合

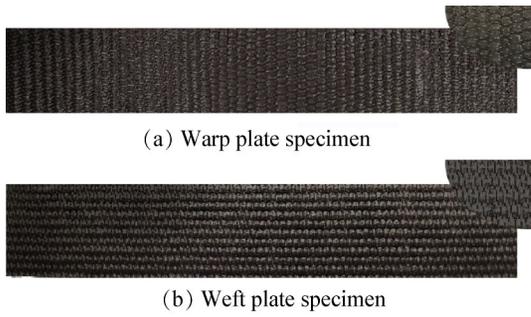


Fig. 3 2.5D resin-based braided composite plate specimens for modal test

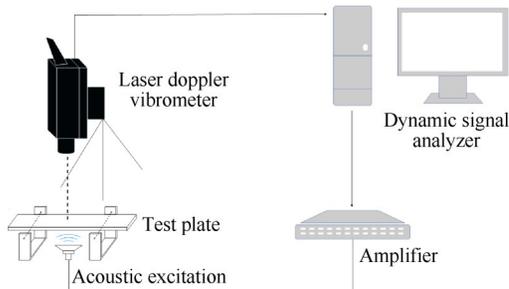


Fig. 4 Modal test system for free plate

材料平板试验件的自重较小,如若采用传统的竖向悬挂法模拟自由边界条件,由声激励装置引起的气流扰动都会导致复合材料平板试验件的剧烈整体晃动。为了避免上述问题,本文设计了适用于复合材料平板试验件自由模态振动试验的工装,令试验件自由放置在工装中两条平行的弹力绳之上,通过试验件的自身重量克服声激励装置引起的气流扰动影响,并取得了较好的效果。

悬臂边界条件下的复合材料平板模态测试如图5所示。其中悬臂平板夹持端长度为30mm。试验采用单点激励多点测量(单输入多输出,SIMO)的方法,使用PSV-400非接触式激光多普勒测振系统进行拾振,测振系统内置信号发生器和动态信号分析

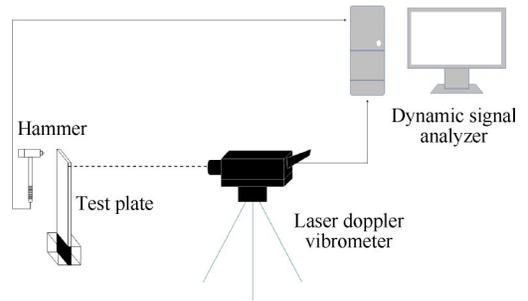


Fig. 5 Modal test for clamped plate

仪;激励方式采用锤击法并使用PCB-086E80小型力锤敲击。测试过程中,通过动态信号分析仪测量激励点和响应点的时域信号三次并作平均处理,以保证测试数据的有效性;接着通过快速傅里叶变换(FFT)将其转变为频域信号,并计算获取频响函数;最后使用模态分析软件进行模态参数辨识,采取峰值拾取法获取固有频率和振型。

在上述模态测试过程中,复合材料试验件的振动幅值水平极低,基本上不会造成材料形貌和性能的变化。复合材料经向板与纬向板试验件的模态测试结果将在本文3.3节中同模型修正结果对比展示。

### 3.2 灵敏度分析

下面采用2.2节中介绍的灵敏度分析方法,分别对两种边界条件下的经向板与纬向板进行分析,探究平板固有振动特性的主要影响因素。

#### (1) 自由平板

分别对2.5维编织树脂基复合材料经向板与纬向板试件开展多尺度固有振动特性预测分析后进行灵敏度分析。各试件前五阶固有振动频率对各独立弹性参数的灵敏度分析结果以三维柱状图展示,见图6。

由图6(a)可知,对于自由边界条件下的经向板试件,其1,3和5阶弯曲模态振型下结构应力状态主

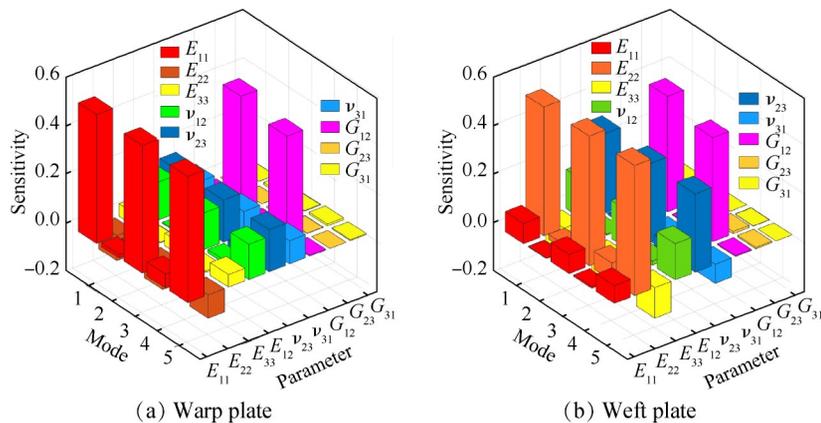


Fig. 6 Sensitivity of free plate

要表现为面内拉伸及压缩应力,故而弯曲模态频率对弹性模量  $E_{11}$  的灵敏度显著高于其他弹性参数。在第2阶扭转模态及第4阶弯扭复合模态中剪切模量  $G_{12}$  的灵敏度贡献最高。由于复合材料经向板与纬向板长度方向的纱线走向不同,因此在图6(b)中纬向板试件的第1,3和5阶弯曲模态频率对弹性模量  $E_{22}$  的灵敏度贡献显著高于其他弹性参数,第2阶扭转和第4阶弯扭复合模态频率保持了对剪切模量  $G_{12}$  的高灵敏度。

(2) 悬臂平板

悬臂边界条件下灵敏度分析流程同自由平板,此处不再赘述,灵敏度分析结果见图7。

从图7(a)可知,不同纱线走向的2.5维编织树脂基复合材料平板在悬臂边界条件和自由边界条件下的灵敏度分析结果基本一致。经向板试件第1,3和5阶纯弯模态中,弹性模量  $E_{11}$  的灵敏度显著高于其余弹性参数;对于第2阶扭转模态及第4阶弯扭复合模态,剪切模量  $G_{12}$  灵敏度较高。类似地,图7(b)表明纬向板试件第1,3和5阶弯曲模态频率对弹性模量  $E_{22}$  最敏感;对于第2阶扭转模态及第4阶弯扭复合模态,剪切模量  $G_{12}$  灵敏度较高。

综上所述可以确定,复合材料平板弯曲模态固有频率的误差主要来源于弹性模量  $E_{11}$  (或  $E_{22}$ , 取决于纱线走向) 预测值与实际值的偏差。而扭转及弯扭模态固有频率的误差来源主要为剪切模量  $G_{12}$  预测值与实际值的误差。

上述复合材料平板结构固有振动频率对弹性参数的灵敏度分析方法和结果,一方面可为3.3节动力学模型修正参数的选取提供依据,另一方面也为动力学模型修正中的参数迭代过程提供所需搜索梯度信息。

3.3 基于模态测试的多尺度动力学模型修正

在灵敏度分析的指导下,针对2.5维编织树脂基复合材料平板等效均匀化有限元模型,选取对其固有频率影响较大的关键参数作为修正变量,结合3.1节的实测模态数据,按照图2所示的流程进行迭代修正。针对不同边界条件下模型修正结果进行展示如下。

(1) 自由平板

以自由条件下的经向板试件为例,选取  $E_{11}, G_{12}$  为修正变量,以模态测试获取的前五阶固有频率实测值和仿真预测值(见表1)作为初值输入,运行图2所示模型修正程序。

由图8,图9中固有频率预测误差及等效弹性参数的迭代收敛趋势可知,模型修正在5个迭代步内完成,由此获得修正后经向板动力学模型的固有频率预测结果,如表1所示。

对于自由边界条件下的2.5维编织树脂基复合材料经向板动力学模型,对  $E_{11}, G_{12}$  进行修正后,其1,3和5阶弯曲模态固有频率预测精度显著提高,最大频差从4.17%降为0.72%。经向板第2阶扭转模态与第4阶弯扭复合模态固有频率最大频差也从1.77缩小为0.04%。

类似地,对于纬向板试件选取  $E_{22}$  作为修正变量,通过经向板试件模型修正后获取的  $E_{11}$  和  $G_{12}$  作为初值运行迭代修正程序,修正前后固有频率预测结果如表2所示。其计算频率误差变化率及弹性参数变化率同样在5步迭代内收敛,各阶频差范围缩小到1%以内。

基于自由平板模态测试数据修正前后的2.5维编织树脂基复合材料等效弹性参数  $E_{11}, G_{12}$  和  $E_{22}$  列于表3之中。作为对比,表中同时列出了通过静力学拉伸试验获取的同批次制作的2.5维T800碳纤维/

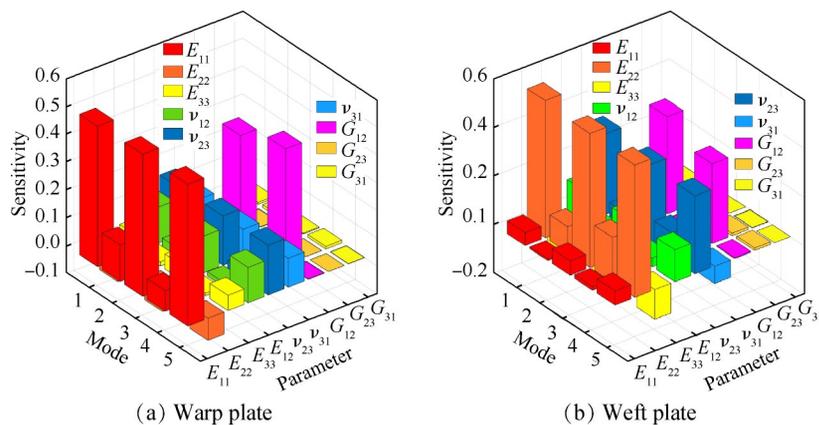


Fig. 7 Sensitivity of clamped plate

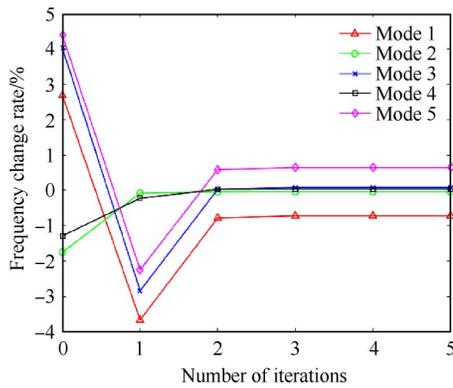


Fig. 8 Iterative evolution of modal frequencies

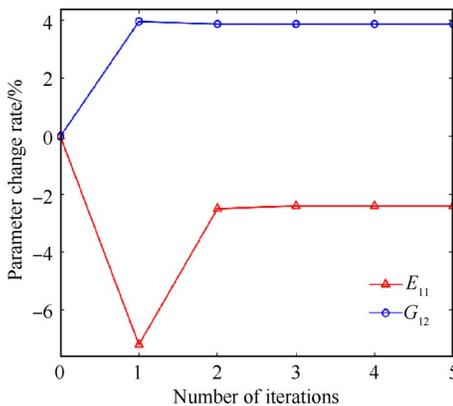


Fig. 9 Iteratively updating parameters

Table 1 Frequencies of warp plate under free boundary condition

Mode	Mode shape	Test		Before update		After update	
		<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	Error/%	<i>f</i> /Hz	Error/%
1		355.15	364.69	352.59	2.69	352.59	-0.72
2		668.28	656.45	668.01	-1.77	668.01	-0.04
3		971.91	1006.12	972.78	3.52	972.78	0.09
4		1407.96	1388.53	1408.38	-1.38	1408.38	0.03
5		1896.06	1975.04	1908.19	4.17	1908.19	0.64

BMP350 聚酰亚胺树脂编制复合材料拉伸弹性模量  $E_{11}$  和  $E_{22}$ 。

数据对比结果表明,复合材料弹性常数的预测误差是导致其固有振动频率预测误差的主要原因。修正后的弹性常数与静力学测试数据吻合程度较高,进一步证实了基于自由模态测试数据的复合材料动力学模型修正方法的有效性。同时,相较于静力学拉伸试验,该方法可在不破坏试验件的前提下通过模态测试来辨识和修正复合材料的主要弹性参数,有望为复合材料等效静力学参数的获取提供新

Table 2 Frequencies of weft plate under free boundary condition

Mode	Mode shape	Test		Before update		After update	
		<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	Error/%	<i>f</i> /Hz	Error/%
1		415.92	426.40	419.62	2.52	419.62	0.89
2		629.36	680.28	641.51	8.09	641.51	1.93
3		1137.12	1174.62	1138.02	3.30	1138.02	0.08
4		1360.77	1454.31	1381.05	6.87	1381.05	1.49
5		2203.97	2300.61	2182.37	4.39	2182.37	-0.98

Table 3 Test and calculated results of composites under free boundary condition

Parameters/GPa	$E_{11}$	$G_{12}$	$E_{22}$
Static test results	25.10	/	45.01
Predicted Results <sup>①</sup>	26.04	4.35	43.70
Updated results <sup>②</sup>	25.39	4.52	44.87

注:① Elastic parameters are predicted by the multi-scale method in 2.1;② Elastic parameters are updated based on the modal test results of free plates.

的技术途径。

(2) 悬臂平板

悬臂边界条件下经向/纬向复合材料平板的灵敏度分析与模型修正流程与前文基本一致,不再赘述。模型修正前后悬臂经向/纬向复合材料平板动力学模型的固有频率预测结果与模态测试数据对比如表 4 和表 5。

Table 4 Frequencies of warp plate under clamped boundary condition

Mode	Mode shape	Test		Before update		After update	
		<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	<i>f</i> /Hz	Error/%	<i>f</i> /Hz	Error/%
1		130.54	144.59	130.70	9.72	130.70	0.12
2		580.50	603.69	574.17	3.84	574.17	-1.09
3		811.32	904.29	810.42	10.28	810.42	-0.11
4		1919.72	1973.30	1944.29	2.72	1944.29	1.28
5		2262.08	2525.70	2258.23	10.44	2258.23	-0.17

分析可知,在具有与自由复合材料平板相同的弹性参数初始预测数值的前提下,经向/纬向悬臂复合材料平板动力学模型预测的固有频率与实测模态频率的偏差显著加大,尤其是第 1, 3 和 5 阶弯曲模态的频差最高达到 10.44%。显然,这是由于实际悬臂

**Table 5** Frequencies of weft plate under clamped boundary condition

Mode	Test Mode shape	Before update			After update	
		$f/\text{Hz}$	$f/\text{Hz}$	Error/%	$f/\text{Hz}$	Error/%
1		149.31	161.25	7.40	148.95	-0.24
2		559.10	556.12	-0.54	545.74	-2.39
3		931.27	1007.30	7.55	925.78	-0.59
4		1828.01	1873.20	2.41	1849.76	1.19
5		2558.87	2808.30	8.88	2577.04	0.71

平板的约束端与动力学模型中理想固支边界的差异所致。修正具有高灵敏度的弹性参数后,经向/纬向悬臂平板对第 1、3 和 5 阶弯曲模态固有频率的预测精度有了大幅提高,最大频差为 0.71%。同时,第 2 阶扭转模态与第 4 阶弯扭复合模态的最大频差也普遍回落至较低水平。然而,纬向悬臂平板第 2 阶扭转模态频差回升至 -2.39%。

基于悬臂平板测试数据修正后的复合材料等效弹性参数见表 6。通过模型修正获取的弹性常数修正量不仅反映了实际材料性能与预测值的差异,还涵括了实际悬臂平板试验件非理想固支约束对模态测试结果的影响。故表 6 中修正后  $E_{11}$  和  $E_{22}$  与通过静力学拉伸试验获取的拉伸模量之间的偏差显著增加。

**Table 6** Test and calculated results of composites under clamped boundary condition

Parameters/GPa	$E_{11}$	$G_{12}$	$E_{22}$
Static test results	25.10	/	45.01
Predicted results <sup>①</sup>	26.04	4.35	43.70
Updated results <sup>②</sup>	24.17	4.22	40.02

注:① Elastic parameters are predicted by the multi-scale method in 2.1; ② Elastic parameters are updated based on the modal test results of clamped plates.

## 4 结 论

本文在 2.5 维编织树脂基复合材料多尺度固有振动分析的基础上,开展了基于实测结构模态数据的复合材料平板动力学模型修正研究,得出以下结论:

(1) 根据复合材料均匀化等效的正交各向异性材料本构关系,结合固有振动特征方程建立了复合材料结构固有振动对等效弹性参数的灵敏度分析方

法。该方法能够有效地量化甄别复合材料结构固有频率的主要影响因素,同时也为复合材料结构动力学模型迭代修正过程提供有效的参数搜索方向信息。对于自由和悬臂复合材料平板,其弯曲模态频率主要受到弹性模量  $E_{11}$  (或  $E_{22}$ , 取决于纱线走向) 的影响,而剪切模量  $G_{12}$  对扭转及弯扭复合模态的影响更为突出。

(2) 对关键弹性参数进行修正后,获取了能够精确反映各边界条件下固有振动特性的动力学模型。不同边界条件和纱线走向的复合材料平板试验件固有频率实测数据与仿真数据的相关性都得到了大幅改善,其最大误差由 10.44% 下降至 2.39%,证明了本文所建立的模型修正方法及修正程序的有效性。

(3) 非接触式声激励和激光测振技术的使用,保证了自由边界条件下复合材料平板结构模态测试数据的可靠性。本文提出的自由模态测试结合动力学模型修正方法,获取了与传统静力学测试数据吻合程度较高的等效弹性参数,同时避免了对复合材料试验件造成不可逆的损伤和破坏。该方法有望为复合材料等效弹性参数的试验辨识提供新的技术途径。

致 谢:感谢国家科技重大专项、航空动力基金的资助。

## 参 考 文 献

- [1] 吴 琨. 热塑性树脂基复合材料在航空领域的研究进展[J]. 价值工程, 2020, 39(9): 210-211.
- [2] 宋 健, 温卫东. 考虑温度环境下树脂基复合材料力学性能及模型研究[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1): 31-39.
- [3] 陈 波, 温卫东, 孙煦泽, 等. 三维编织碳/碳复合材料高温力学及疲劳试验研究[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2018, 40(1): 8-16.
- [4] 董伟锋, 肖 军, 李 勇, 等. 2.5 维编织复合材料弹性性能的理论研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2005, 37(5): 659-663.
- [5] 郑 君, 温卫东, 崔海涛, 等. 2.5 维机织结构复合材料的几何模型[J]. 复合材料学报, 2008, 25(2): 143-148.
- [6] 孔春元, 孙志刚, 高希光, 等. 2.5 维 C/SiC 复合材料单胞模型及刚度预测[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2459-2467.
- [7] 陈 波, 温卫东, 崔海涛. 基于细观结构的三维四向复合材料刚度预测模型[J]. 航空动力学报, 2017, 32(11): 2721-2728.
- [8] 赵思波. 2.5 维编织复合材料叶片振动分析方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.

- [ 9 ] 朱永新, 崔海涛, 温卫东. 2.5 维机织复合材料经向拉伸弹性模量预测与试验验证[J]. 复合材料学报, 2013, 30(3): 198-204.
- [ 10 ] Green S D, Matveev M Y, Long A C, et al. Mechanical Modeling of 3D Woven Composites Considering Realistic Unit Cell Geometry [J]. *Composite Structures*, 2014, 118: 284-293.
- [ 11 ] 朱永新, 崔海涛, 温卫东. 基于能量等效的 2.5 维机织复合材料刚度预测[J]. 南京航空航天大学学报, 2014, 46(4): 625-631.
- [ 12 ] 刘杰明. 2.5 维编织树脂基复合材料多尺度动力学特性分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.
- [ 13 ] Gras R, Leclerc H, Hild F, et al. Identification of a Set of Macroscopic Elastic Parameters in a 3D Woven Composite: Uncertainty Analysis and Regularization [J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2015, 55: 2-16.
- [ 14 ] Huang L, Sun X, Liu Y, et al. Parameter Identification for Two-Dimensional Orthotropic Material Bodies by the Boundary Element Method [J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2003, 28(2): 109-121.
- [ 15 ] Kyle C Warren, Roberto A Lopez-Anido, Jonathan Goering. Experimental Investigation of Three-Dimensional Woven Composites [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2015, 73: 242-259.
- [ 16 ] Battaglia G, Matteo A Di, Micale G, et al. Vibration-based Identification of Mechanical Properties of Orthotropic Arbitrarily Shaped Plates: Numerical and Experimental Assessment [J]. *Composites Part B Engineering*, 2018, 150: 212-225.
- [ 17 ] 王 亮, 商 霖, 李炳蔚, 等. 基于灵敏度分析技术与优化设计的导弹模型修正方法[J]. 导弹与航天运载技术, 2013(1): 49-52.
- [ 18 ] 张 权, 史治宇. 加权方法在基于灵敏度分析的模型修正中的应用[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(6): 85-88.
- [ 19 ] 陈坤艳, 袁家军, 黄 海. 基于 MSC.NASTRAN 的结构优化程序系统[J]. 宇航学报, 2005, 26(4): 514-518.

(编辑:梅 瑛)