基于蒙特卡罗法的航空发动机空气系统稳态算法优化 *

王　磊[1]，毛军逵[1]，邱长波[2]，赵　伟[2]，何　辉[1]

（1. 南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室，江苏 南京 210016；
2. 中国航发湖南动力机械研究所，湖南 株洲 412002）

摘　要：针对目前航空发动机空气系统稳态算法中收敛性依赖初值的问题，将蒙特卡罗方法与流体网络法综合应用到空气系统可压缩流体一维网络计算中，提出了一种新的计算方法Monte Carlo-Fluid Network（MC-FN）。该方法将空气系统简化为由节点和元件组成的网络，借助蒙特卡罗方法获得空气系统内各节点压力分配，再根据空气系统中各元件流阻特性和换热特性计算流量、温度。计算中通过将游动次数比较少的蒙特卡罗方法的计算结果作为流量残差法节点压力、温度的初始值，实现快速求得精确收敛解。与流量残差算法相比，MC-FN方法计算精度不变，收敛速度提升了66.5%；与线性求解法相比，MC-FN方法的计算精度提升了25.2%，收敛速度提升了43.8%。

关键词：空气系统；可压缩；稳态计算；蒙特卡罗法；流体网络法

中图分类号：V231.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1001-4055（2021）11-2506-09

DOI：10.13675/j.cnki. tjjs. 200159

Optimization of Steady State Algorithm for Aero Engine Air System Based on Monte Carlo Method

WANG Lei[1]，MAO Jun-kui[1]，QIU Chang-bo[2]，ZHAO Wei[2]，HE Hui[1]

（1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System，College of Energy and Power Engineering，
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China；
2. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute，Zhuzhou 412002，China）

Abstract：To solve the initial value dependence occurred in the current aero-engine air system steady-state algorithm，a new calculation method Monte Carlo-Fluid Network（MC-FN），which combined Monte Carlo（MC）method and fluid network method，was applied to solve 1D network calculation of compressible fluid in air system. The air system was simplified as a fluid network comprised of nodes and elements. The pressure distribution of each node was calculated by the MC method，and then the mass flow rate and temperature were calculated based on the flow resistance characteristics and heat transfer characteristics of each element in the air system. An accurate convergence solution can be quickly obtained by using the calculation results of the MC method with relatively few walking times as the initial value of the node pressure and temperature of the flow residual method. Compared with the flow residual method，the calculation accuracy of the MC-FN method is not improved，but the

* **收稿日期**：2020-03-23；**修订日期**：2020-07-07。

基金项目：工信部专项科研项目（MJ-2018-D-21）。

作者简介：王　磊，硕士生，研究领域为航空发动机传热传质。

通讯作者：毛军逵，博士，教授，研究领域为航空发动机热分析与热管理。

引用格式：王　磊，毛军逵，邱长波，等．基于蒙特卡罗法的航空发动机空气系统稳态算法优化[J]．推进技术，2021，42（11）：2506-2514．（WANG Lei，MAO Jun-kui，QIU Chang-bo，et al. Optimization of Steady State Algorithm for Aero Engine Air System Based on Monte Carlo Method[J]. *Journal of Propulsion Technology*，2021，42（11）：2506-2514.）

convergence speed increases by 66.5%. Compared with the linear solution method, the calculation accuracy of the MC-FN method is improved by 25.2%, and the convergence speed increases by 43.8%.

Key words: Air system; Compressible; Steady state calculation; Monte Carlo method; Fluid network method

1 引 言

空气系统是航空发动机中重要的功能系统，其工作状况直接影响发动机的安全、可靠和高性能运转。目前航空发动机设计点的研究中，空气系统分析大多仍采用稳态计算方法，提高空气系统的计算速度和精度一直是设计人员的追求。

在求解空气系统时，通常将复杂流路简化为由节点和元件组成的网络系统，通过求解网络系统的质量和动量守恒方程组来得到空气系统沿程参数分布[1-2]。在空气系统稳态计算研究中，最常用的是流体网络法。Kutz等[3]采用流体网络法对某发动机空气系统进行了数值模拟，并对多种基本的通流元件性能进行了分析及实验测试。Jose等[4]建立了空气系统中的腔室和流动通道的一维网络模型，展示了空气系统设计参数对高压涡轮总功率和冷却工质的影响。陶智等[5]使用流体网络方法，在压力修正、流热耦合方法基础上引入系数迭代修正求解，提高了计算精度。王新军等[6]在求解空气系统内流量的分配的问题上，使用逐步简化空气系统网络的方法，并编制出了空气系统流动特性的通用计算程序。孙科等[7]将流体网络法应用到压缩空气供应系统中，设计了一种新型数据结构用来表达空气网络，计算结果与实验值相吻合。

流体网络算法相对成熟，但求解过程中需要反复迭代求解非线性守恒方程组，计算量过大，并且在求解复杂网络和复杂部件时计算稳定性有赖于初值的设置，难以获得收敛解。为了提高收敛速度，Muller[8]在对各节点压力赋初值时，把节点的压力取做相邻两节点压力的平均值，但这种初值赋予方法只适用于网络内相邻元件流阻特性差别不大的情况。Chowdhury等[9]采用过一种“逐点计算”的方式求解守恒方程组，避免了将流体网络模型中所有节点的未知量联立求解，减少了计算量，但在计算时需要预先估算冷却回路的空气流量。张婷婷等[10]提出一种初值赋值规律，扩大了网络节点残量算法的收敛范围。包航凯[11]针对动量方程中压力与流量之间的非线性格式，采用了“线性化”的方法，简化计算难度，同时引入了松弛因子以增加算法收敛性，但只给出了燃气涡轮叶片中孔道类元件的“线性化”方法。

在网络节点法之外，考虑到蒙特卡罗法具有求解简单、灵活且对初值不敏感的优点，部分学者尝试将蒙特卡罗法应用到一维流体网络的求解过程中。白建辉等[12]在进行天然气管网稳态分析时，将蒙特卡罗方法的计算结果作为牛顿迭代法节点压力的初始值进行计算，这种组合式算法极大提高了计算效率。胡肖肖等[13]引入蒙特卡罗方法对航空发动机稳态空气系统网络进行计算，计算结果与Flowmaster基本吻合，这种方法对初值设置并不敏感，但没有考虑流体可压缩性和固体域传热对计算结果的影响，计算精度有限。

为了解决目前稳态空气系统算法在求解复杂网络时收敛速度和稳定性较低的问题，本文将蒙特卡罗方法计算的结果作为流量残差法节点参数初值，开发了一种快速求得精确收敛解的计算程序，对发动机稳态空气系统一维网络展开计算，并将该计算方法命名为MC-FN（Monte Carlo-Fluid Network）。

2 方 法

2.1 计算模型

图1为发动机涡轮部件空气系统结构简图，其中数字表示节点编号，箭头为冷气流动方向。本文以该涡轮部件为例进行空气系统稳态计算，并将MC-FN程序计算结果与流体网络法计算结果进行比较。

图2给出了该空气系统的流体网络拓扑图，节点1，12为压力和温度已知的进口边界结点；7，11，13为压力已知的出口边界节点，其余节点为内部节点。

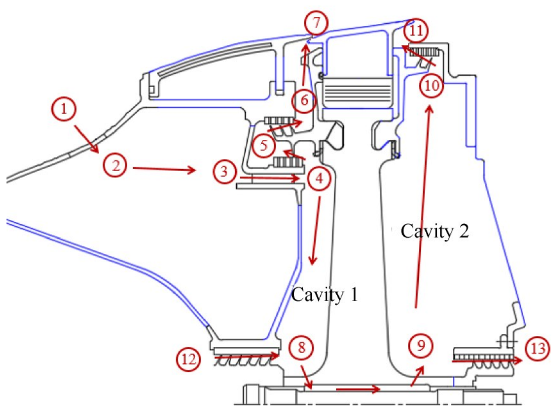


Fig. 1 Secondary air system of turbine components

该空气系统的主要流路为高压压气机出口引出的气流，经燃烧室内机匣孔进入预旋喷嘴，经预旋喷嘴降温后流入涡轮盘腔1并分成两股气流，一股气流通过轮盘前的上封严篦齿流入主流道，一股气流沿轮盘向底部流动与卸荷腔气流掺混后进入涡轮盘腔2，再从轮盘后的上封严篦齿流入主流道。

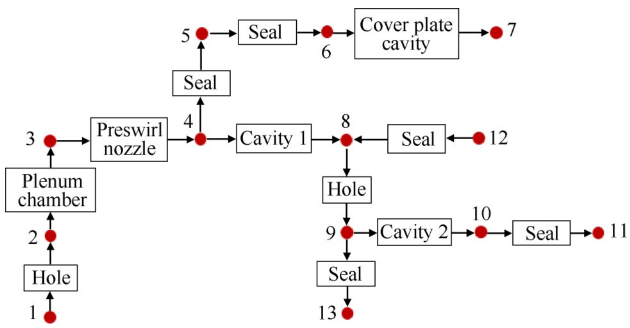


Fig. 2 Fluid network of the computational model

2.2 工况设置

表1中给出了涡轮部件空气系统中5个边界节点在两种不同工况下的总压和进口总温，p_1^*和T_1^*为Condition 1，p_2^*和T_2^*为Condition 2，分别对应起飞和巡航状态。

Table 1 Known conditions of boundary nodes

Node	p_1^*/kPa	T_1^*/K	p_2^*/kPa	T_2^*/K
1	1987.7	758.58	921.5	671.68
7	982.0	–	472.2	–
11	848.5	–	408.9	–
12	1279.1	654.17	614.5	623.0
13	870.1	–	423.5	–

2.3 研究方法

流体网络法求解可分为建立流体网络模型、建立控制方程组，求解非线性控制方程组三部分。

2.3.1 建立流体网络模型

其中流体网络模型建立过程参考文献[14-15]。求解空气系统时，一般将流路系统简化为由流体元件和节点组成的网络，在节点处建立质量、能量守恒方程，在元件处建立动量守恒方程[14]。

如图2所示，流体网络模型由节点和元件组成。元件是指空气系统中具有一定流阻和换热特性的零件和装置，主要分为管道、孔、腔室、预旋装置和封严装置，其中集气环和盖板腔视为腔室元件。而节点定义为元件的进口和出口，网络中流体的温度和压力定义在节点上。

2.3.2 基本控制方程组

定义空气系统中任一内部节点i（i为节点编号）处流进节点的流量为正，流出节点的流量为负，则节点i处的质量守恒方程为

$$\sum_{j=1}^{n} m_{ij} = 0 \tag{1}$$

式中m_{ij}为进出节点i的第j段分支的质量流量。

对于管道、孔、腔室，压力损失方程为

$$p_{\mathrm{out}}^* - p_{\mathrm{in}}^* = \rho\omega^2 \frac{r_{\mathrm{out}}^2 - r_{\mathrm{in}}^2}{2} - \frac{\rho\xi}{2}\frac{L}{D}\left(\frac{m}{\rho A_{\mathrm{s}}}\right)^2 \tag{2}$$

式中p_{in}^*和p_{out}^*为元件进、出口总压，ρ为元件内流体平均密度，ω为元件旋转角速度（对于静止元件，角速度可作为0），r_{in}和r_{out}为元件进出口平均旋转半径，ξ为元件的阻力系数（ξ大小与元件的几何结构和雷诺数大小有关[13]），L为元件长度，D为元件当量直径，A_{s}为元件横截面积。

对于预旋喷嘴，压力和流量的关系满足下式

$$m = C_{\mathrm{D}} \cdot \frac{A_{\mathrm{N}} p_{\mathrm{in}}^*}{\sqrt{R \cdot T_{\mathrm{in}}^*}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left(\left(\frac{p_{\mathrm{out}}}{p_{\mathrm{in}}^*}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{\mathrm{out}}}{p_{\mathrm{in}}^*}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right)} \tag{3}$$

式中C_{D}为元件的流量系数（C_{D}的大小和喷嘴进出口压比、出口气流旋转比β有关，β定义为气流周向速度与转盘旋转速度之比[16]），A_{N}为喷嘴的喉部面积，R为气体常数，T_{in}^*为进口总温，k为等熵指数，p_{out}为出口静压。

对于篦齿封严结构，压力和流量的关系参考文献[17-18]。

$$m = A_{\mathrm{R}} \cdot C_{\mathrm{D}} \cdot \Gamma \cdot \frac{p_{\mathrm{in}}^*}{\sqrt{R \cdot T_{\mathrm{in}}^*}} \sqrt{\frac{1 - \left(p_{\mathrm{out}}^*/p_{\mathrm{in}}^*\right)^2}{n - \ln\left(p_{\mathrm{out}}^*/p_{\mathrm{in}}^*\right)}} \tag{4}$$

式中A_{R}为齿顶与衬套之间的环形面积，Γ为透气效应修正系数（C_{D}和Γ的大小取决于篦齿的几何结构和雷诺数[18]），n为齿数。

对应的能量守恒方程为

$$m\left(H_{\mathrm{out}}^* - H_{\mathrm{in}}^*\right) = \frac{m\omega^2}{2}\left(r_{\mathrm{out}}^2 - r_{\mathrm{in}}^2\right) + hA\left(T_{\mathrm{W}} - T_{\mathrm{f}}\right) \tag{5}$$

$$H^* = c_p T^*$$

式中H_{in}^*和H_{out}^*分别为元件进出口节点总焓，h为流体与壁面的换热系数，A为流体与壁面的换热面积，T_{W}为壁面平均温度，T_{f}为流体在元件内的平均温度，c_p为定压比热容，T^*为流体总温。

求得节点处压力和温度后，根据理想气体状态方程可以得到元件内平均密度为

$$\rho = \frac{1}{2R}\left(\frac{p_{\mathrm{in}}}{T_{\mathrm{in}}} + \frac{p_{\mathrm{out}}}{T_{\mathrm{out}}}\right) \tag{6}$$

式中T_{in}和T_{out}为元件进、出口静温；p_{in}和p_{out}元件进、出口静压。

2.3.3 流量残差算法

稳态空气系统计算问题归结于对上述非线性控制方程组的求解问题。传统的流体网络法中，采用流量残差算法求解非线性控制方程组。

根据质量守恒方程，进出节点i的质量流量之和为零，但由于求解时预设的压力值和实际值有偏差，由此会产生一个流量残差。假设节点i相邻的元件编号为ij，ik，il，残差值由下式得到

$$\Delta m_i = m_{ij} + m_{ik} + m_{il} \tag{7}$$

要满足流量守恒关系式，需各元件进行流量补偿，补偿后的流量应该满足

$$\left(m_{ij} + \Delta m_{ij}\right) + \left(m_{ik} + \Delta m_{ik}\right) + \left(m_{il} + \Delta m_{il}\right) = 0 \tag{8}$$

将式(7)代入到式(8)中可以得到

$$-\Delta m_i = \Delta m_{ij} + \Delta m_{ik} + \Delta m_{il} \tag{9}$$

因为在几何参数一定的情况下，质量流量是进出口压力的函数，所以有

$$\Delta m = \frac{\partial m}{\partial p_{\mathrm{in}}}\Delta p_{\mathrm{in}} + \frac{\partial m}{\partial p_{\mathrm{out}}}\Delta p_{\mathrm{out}} \tag{10}$$

联立式(9)和式(10)可以得到

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial m_{ij}}{\partial p_i} + \frac{\partial m_{ik}}{\partial p_i} + \frac{\partial m_{il}}{\partial p_i}\right)\Delta p_i + \frac{\partial m_{ij}}{\partial p_j}\Delta p_j + \\ &\frac{\partial m_{ij}}{\partial p_k}\Delta p_k + \frac{\partial m_{il}}{\partial p_l}\Delta p_l = -\Delta m_i\end{aligned} \tag{11}$$

对网络内所有节点写出类似的关系式，便得到与节点数相等的关系式，形成求解压力校正量的方程组，并可用下面的矩阵形式表示

$$[\boldsymbol{C}]^N\{\Delta p\}^N = -\{\Delta m\}^N \tag{12}$$

式中[$\boldsymbol{C}$]是N维雅可比系数矩阵，由各分支流量对进出口压力的偏导数组成，$\{\Delta p\}$和$\{\Delta m\}$分别为压力校正值和流量残差。

因为式(11)中相关系数与压力有关，所以对压力和流量校正后需要迭代求解，直到残差比e_{p}小于设定值

$$e_{\mathrm{p}} = \frac{|\Delta p|}{p} \tag{13}$$

2.3.4 线性求解算法

流量残差算法在理论上可以求得非线性方程组的精确解，但对初值依赖性大，收敛性较差。文献[11]在求解控制方程组时，使用了一种线性求解算法，对动量方程适当变形将非线性方程求解转化为线性方程求解，其主要核心思想是：对于式(2)~(4)，通过引入线性系数K，可以得到流量与压力的线性关系式

$$m_{ij} = K_j\left(p_{ij}^* - p_i^*\right) \tag{14}$$

式中K_j表征与节点i相连的第j个元件的流量与进出口总压差之比，其大小与节点压力、温度、元件的阻力系数、流量系数还有几何参数等相关。p_i^*为节点i处的总压，p_{ij}^*为与节点i相邻节点i_j处的总压。

联立式(1)和式(14)可得节点i处总压

$$p_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{n}\left(K_j p_{ij}^*\right)}{\sum_{j=1}^{n} K_j} \tag{15}$$

式中n表示与节点i相连的元件总数。

由于K_j与流体的压力和温度等参数有关，在计算节点i处总压p_i^*时对初值的要求较高，会使得计算难以收敛。为了提高算法收敛性，程序在每次迭代计算更新节点i处的压力值p_i^*时，加入了松弛因子α_{p}，使得第n次迭代的$p_i^*(n)$变为

$$p_i^*(n) = \alpha_{\mathrm{p}}\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(K_j p_{ij}^*\right)}{\sum_{j=1}^{n} K_j} + \left(1 - \alpha_{\mathrm{p}}\right)p_i^*(n-1) \tag{16}$$

每次算出总压值后都需要重新计算其所连接单元的流量和节点温度，然后更新K_j的值，反复迭代直到如下的残差比e_{p}小于设定值。

$$e_{\mathrm{p}} = \frac{\left|p_i^*(n) - p_i^*(n-1)\right|}{p_i^*(n-1)} \tag{17}$$

2.3.5 Monte Carlo-Fluid Network计算方法

线性求解算法虽然避免了求解非线性守恒方程组，但却引入了松弛因子α_{p}，而α_{p}的取值会影响算法收敛速度和计算精度，难以达到最佳的收敛速度。所以本文通过结合蒙特卡罗方法和流量残差算法，提出了一种新的计算方法MC-FN。

(1)MC-FN计算流程

蒙特卡罗法为了得到较高精度解，需要大量样本重复进行随机游动来进行抽样计算，程序运行时间长，计算效率较低。本文中的MC-FN程序将游动次数较少的蒙特卡罗法计算结果作为流量残差法的初始参数值，可以有效提高计算效率，具体的程序计算流程如图3所示。

文献[12-13]将流体密度和温度视为常数，仅使用蒙特卡罗法计算了节点压力和流量，计算精度有

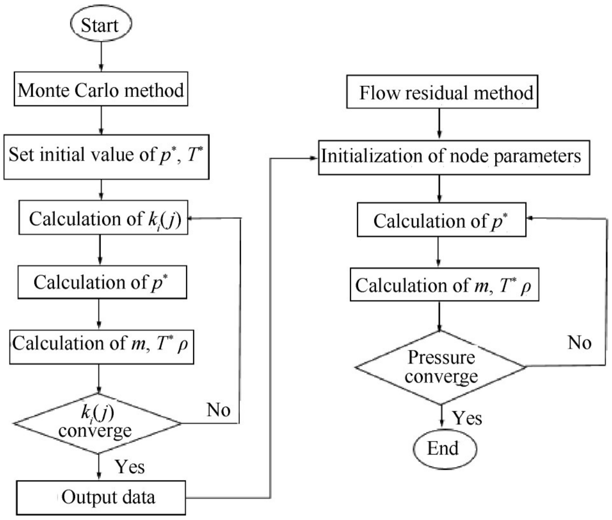


Fig. 3 Schematic diagram of MC-FN

限且收敛速度较慢。与文献[12-13]相比，本文中MC-FN方法采用分层次计算方法，压力求解、温度求解和密度修正交替进行。在迭代计算中考虑了冷气密度的变化与流路的沿程温升，进一步提高了计算精度，并将较少游动次数的蒙特卡罗法计算结果作为流量残差法的计算初场，改善了蒙特卡罗法计算精度较低的问题，并且提高了收敛速度。具体的计算方法介绍如下。

（2）蒙特卡罗方法

蒙特卡罗方法，也称为统计模拟方法，基本思想是构建一个概率模型或随机过程，使求解的问题等于某种随机事件的概率或随机变量的期望值，通过对大量随机样本进行抽样试验来计算统计特征，给出概率或期望值的近似解[19-20]。在引入蒙特卡罗法时，首先要将空气系统压力和流量求解过程转化为一个随机过程。

令 $k_j(i)=K_j/\sum_{j=1}^{n}K_j$，则式（15）可转换为

$$p_i^*=\sum_{j=1}^{n}k_j(i)\,p_{ij}^* \tag{18}$$

式中 $\sum_{j=1}^{n}k_j(i)=1$，并且 $0\leqslant k_j(i)\leqslant 1$。

根据式（18）建立节点压力分配的随机过程，定义 $k_j(i)$ 为转移概率，则空气系统压力计算过程可转换为一个随机游动模型。针对图2所示的空气系统，构建由元件和节点组成的空气系统一维网络，设置压力初场和温度初场，并根据理想气体状态方程得到密度初值，则转移概率 $k_j(i)$ 可视为常数。

设一质点自节点 i 开始游动，按照概率 $k_j(i)$（$1\leqslant i\leqslant n_1$，$n_1$ 为空气系统内节点数）向与节点 i 相邻的第 j 个节点 i_j（$1\leqslant j\leqslant n_2$，$n_2$ 为节点 i 处分支数）随机游动一步。若质点第一步到达的位置为节点 i_1，则再按 $k_j(i_1)$ 的概率向与节点 i_1 相邻的第 j 个节点随机游动一步。如此重复下去，直到该质点到达一个已知压力的边界节点 S 时，一次游动停止，这样就确定了一次随机变量 ε 的值即为边界节点 S 的压力值 p_s^*。

假设在节点 i 处一共有 N 个质点进行了随机游动，则可以得到 N 个随机变量的值 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_N$，取平取值 $\bar{\varepsilon}=\dfrac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_j$ 即为节点 i 处总压 p_i^* 的近似值。

根据求得的压力近似值可以得到更新后的节点温度、密度，将这些参数代入到式（2）~（4）中，重新计算线性系数 K_j，便可以得到更新后的转移概率 $k_j'(i)$，定义概率误差比为

$$e_k=\frac{\left|k_j'(i)-k_j(i)\right|}{k_j(i)} \tag{19}$$

重复上述随机过程计算，直到式（19）中的概率误差比小于设定值。

3 结果与讨论

3.1 算法的精度验证

用于验证的模型参考自文献[21]。如图4所示的预旋进气转静盘腔模型，忽略 A，B 两处封严结构并将出流孔简化为狭缝[22]，简化后的模型包括预旋喷嘴、转-静腔、接受孔、盖板腔、出流狭缝。具体的模型尺寸和边界条件参考文献[21-23]。

对图4所示的盘腔模型建立一维流体网络，得到一个6节点流路，其中节点1为压力和温度已知的边界节点。将线性求解方法、蒙特卡罗方法和MC-

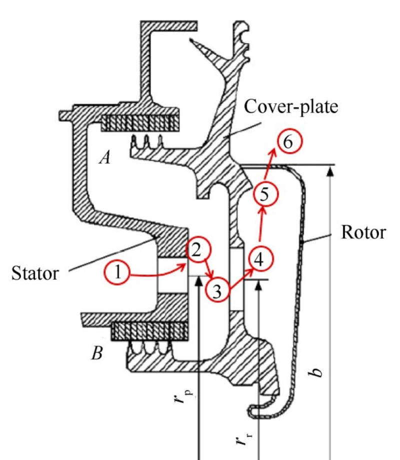


Fig. 4 Pre-rotation intake disk cavity model[21]

FN程序计算结果与文献[22]中数据对比，如图5所示。图中C_W是无量纲质量流量，ζ是总压损失系数。从图中可以看出，几种算法的计算结果和文献[22]中仿真计算结果基本一致，线性求解方法、蒙特卡罗方法和MC-FN计算结果中总压损失系数与仿真值的最大相对误差为依次为3.61%，1.96%和1.88%，吻合得较好，证明了程序的可行性。

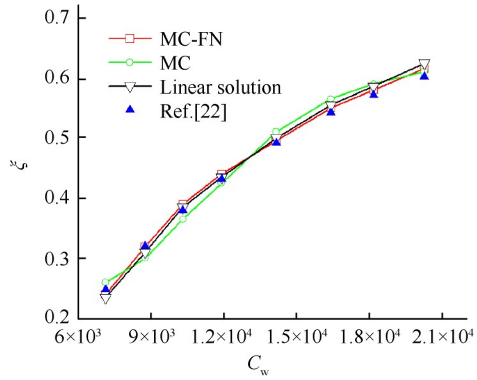


Fig. 5　Change in total pressure loss coefficient

3.2　计算效率对比

将蒙特卡罗法中的概率误差比、流量残差法和线性求解算法的残差比均设定为0.01%，对图1的空气系统进行计算。定义残差精度为e_k或e_p，定义收敛速度v_c衡量算法收敛的快慢。

$$v_c = \frac{\lg e_0 - \lg e^*}{n} \tag{20}$$

式中e_0为初始残差精度，e^*为设定的残差精度，n为达到设定残差精度时的迭代次数。

四种算法的残差精度随迭代次数变化如图6所示，从图6可以看出，蒙特卡罗法在残差精度大于0.001时收敛速度较快，之后的收敛速度大大降低，还会出现明显阶跃震荡，这是由于蒙特卡罗法的收敛只是概率意义上的收敛，只有当随机游动次数足够大时才能确保计算精度。综合考虑收敛速度和计算量，本文中将蒙特卡罗法概率误差比达到0.1%时的计算结果作为流量残差法计算的初值进行计算，可以看到MC-FN的收敛速度明显高于其余几种算法，具体迭代次数和计算时间在表2中给出。

其中MC-FN程序中使用蒙特卡罗法计算是为了得到相对准确的初值，对精度要求不高，因此随机游动次数较少以节约计算时间。从表2中的数据可以看出，达到设定残差精度时，MC-FN的迭代次数最少，收敛速度相比流量残差算法提高了66.5%，与线性求解法相比提高了43.8%。

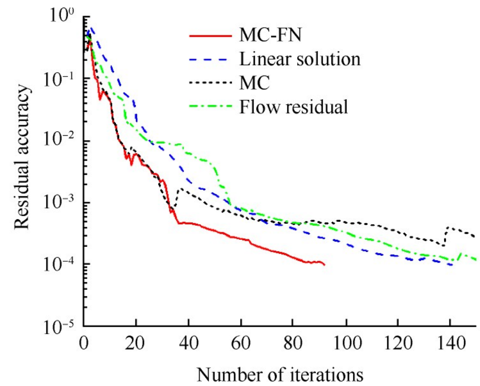


Fig. 6　Residual accuracy varies with number of iterations

Table 2　Comparison of convergence speed

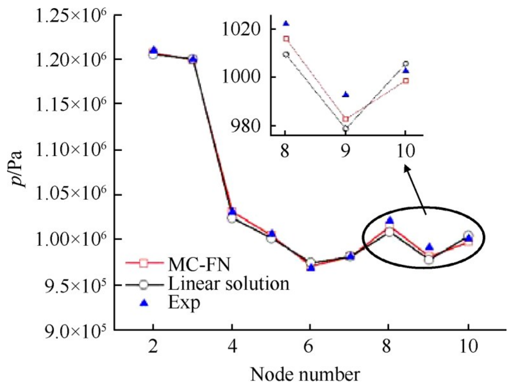
Parameters	MC	Flow residual	Linear solution	MC-FN
Random walking times	10000	–	–	100
Number of iterations	230	156	141	92
e_k/%	0.01		–	0.1
e_p/%	–	0.01	0.01	0.01
e_0	0.307	0.59	0.835	0.307
v_c	0.016	0.024	0.028	0.04
Calculation time/s	905.17	1.79	1.17	0.93

3.3　计算精度对比

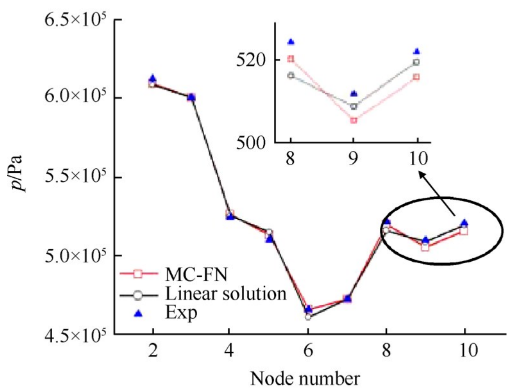
MC-FN计算结果与流量残差算法并无区别，相对误差小于0.01%。这是因为MC-FN只是改变了流量残差算法的初值设置，在计算精度上并无区别。而且直接应用蒙特卡罗法计算效率太低，不适合求解复杂的空气系统，所以在后续的结果比较中重点进行了MC-FN、线性求解算法与实验结果的对比，其中实验结果来自该发动机整机试验数据。

图7中给出了各节点压力比较，横坐标为各节点编号，纵坐标为各节点对应压力值。可以看出两种计算方法均与实验值基本吻合，其中MC-FN与线性求解法相对实验值的最大相对误差分别为1.56%和1.77%。图7(a)和图7(b)中，两种计算方法在节点8和9处均出现较大偏差。这是由于在节点4~8的流动过程中，腔1的宽度明显扩大，而在一维的流体网络算法中将腔1的宽度取为平均值，由此产生了误差。

为了进一步提高计算精度，本文还尝试对图1中的腔1进行划分再进行计算，如图8所示。图8中，腔1被划分成腔1a、腔1b和腔1c三段，a和b为对应的腔室进出口节点，将腔1a、腔1b和腔1c看作三个串联的腔室元件，重新对空气系统进行计算，将其命名为Refined算例。



(a) Condition 1



(b) Condition 2

Fig. 7 Comparison of node pressure under different fluid conditions

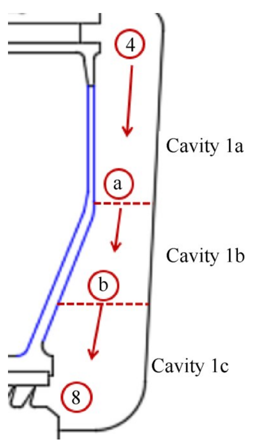
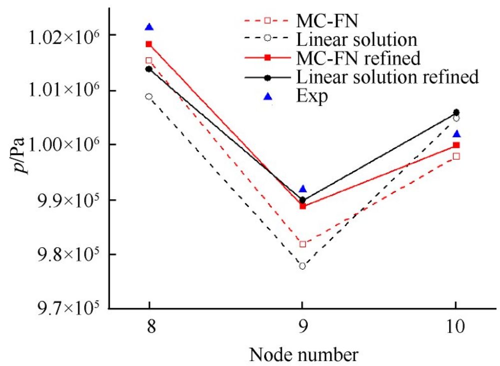


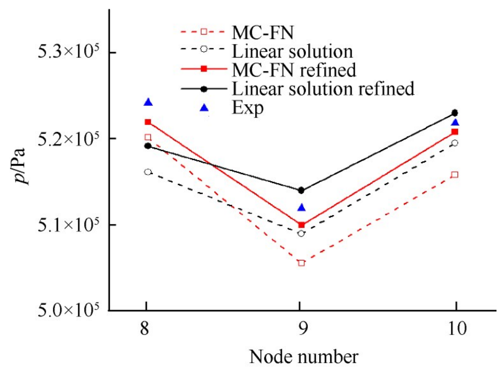
Fig. 8 Schematic diagram of cavity 1 division

图 9 给出了腔 1 划分前后节点 8,9,10 的压力对比,可以看出,图 9(a)和图 9(b)中两种算法与实验值的误差在腔 1 划分后均明显减少,计算精度提高了 30% 以上。Refined 算例中,MC-FN 与线性求解法与实验值的最大相对误差分别为 0.77% 和 1.03%,定义计算精度为最大相对误差的减小幅度,则 MC-FN Refined 方法的计算精度明显更高,相对提升了 25.2%。

Refined 算例在提高了计算精度的同时,相应的也增加了节点数,提高了空气系统网络复杂度。图 10 给出腔 1 划分前后算法收敛速度的对比,MC-FN 和线性求解法的收敛速度分别下降了 4.91% 和 3.27%。但是比较 4 种算法,仍能看出无论是 MC-FN 还是 MC-FN Refined 方法,其收敛速度明显优于其它两种方法。



(a) Condition 1



(b) Condition 2

Fig. 9 Comparison of node pressures before and after division of cavity 1

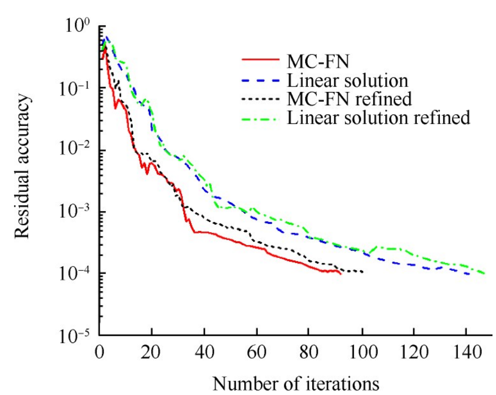
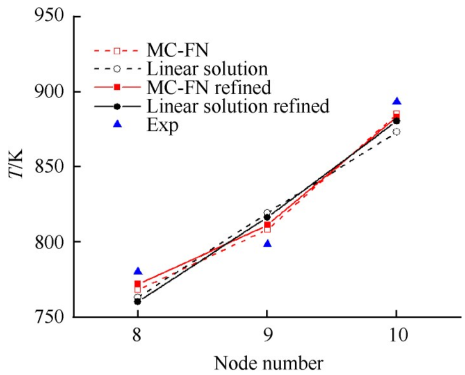
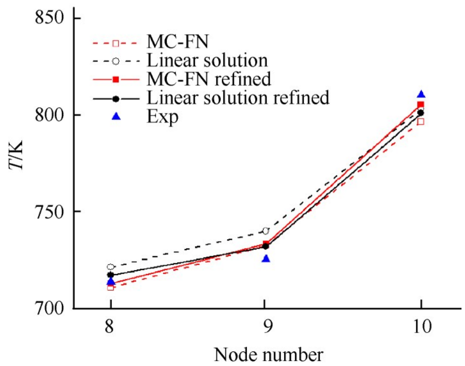


Fig. 10 Comparison of convergence speed

图 11 给出了腔 1 划分前后节点 8,9,10 的温度对比。从图中可以看出,两种算法的 Refined 算例计算精度相比于初始算例略有提升。计算结果和实验数据之间存在差异,主要由于在温度求解时,固体壁面温度设定为平均温度(见公式(5)),且并未考虑流热耦合的影响。

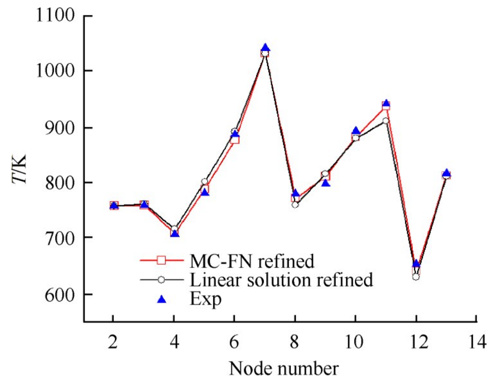


(a) Condition 1

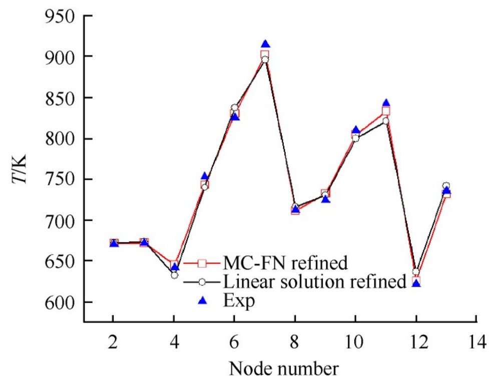


(b) Condition 2

Fig. 11　Comparison of node temperature before and after division of cavity 1



(a) Condition 1



(b) Condition 2

Fig. 12　Comparison of node temperature under different fluid conditions

图 12 进一步给出了 Refined 算例中各节点温度对比，MC-FN 与线性求解法与实验值的最大相对误差分别为 2.05% 和 2.83%，MC-FN Refined 方法的计算精度明显更高，相对提升了 27.6%。

相对于图 9 所示的节点压力计算结果，图 12 中节点温度计算精度的提升更为明显，这是由于节点温度的大小取决于冷气质量流量和换热系数，而元件进出口压差是影响冷气质量流量大小的因素之一，因此相邻节点的压力差值会影响节点温度的计算结果。以腔 2 为例，节点 9 和节点 10 分别为腔 2 的进口节点和出口节点，表 3 中给出了 Condition 1 中节点 9，10 的压差。两种算法得到的节点 9，10 压力值的误差均在 1% 以内，而腔 2 的进出口压力差值 Δp_{9-10} 的相对误差分别为 6.52% 和 46.11%。

MC-FN 方法的计算精度相对于流量残差法并无区别，而与线性求解法相比计算精度有所提升。这是由于线性求解法在对压力损失方程线性化时引入的系数 K 的大小依赖于节点压力值，所以通过式(14)求得的流量与实际值存在误差，而计算节点压力的式(15)假设了各节点满足质量守恒，因此在迭代中产生了误差。

Table 3　Relative error of two methods for $\Delta p_{9\text{-}10}$

	Linear solution	MC-FN	Exp
Δp_{9-10}/kPa	15.02	10.95	10.28
Relative error/%	46.11	6.52	-

4　结　论

本文编写了航空发动机稳态空气系统计算的程序 MC-FN，对某发动机涡轮部件空气系统进行了计算，并与蒙特卡罗法和改进的流体网络法进行了对比，得到如下结论：

(1)通过对文献[22]中预旋进气盘腔模型的计算验证，本程序与仿真结果误差较小，最大相对误差为 1.88%，验证了自编程序的计算精度和可靠性。

(2)航空发动机空气系统分析中，直接应用蒙特卡罗法计算效率低，且计算精度不高，并不适合求解复杂的航空发动机空气系统。

(3)空气系统一维稳态计算中，对几何形状复杂的腔室元件，通过将其划分成多段进行计算，可以有效提高计算精度，但相应的收敛速度也有所下降。

(4)将游动次数较少的蒙特卡罗法计算结果作为流量残差算法节点参数初值，解决了流量残差法

对初始值敏感的问题,在保证计算精度的基础上减少了迭代次数。与流量残差算法相比,MC-FN方法计算精度不变,收敛速度提升了66.5%;与线性求解法相比,MC-FN方法的计算精度提升了25.2%,收敛速度提升了43.8%。

致 谢:感谢工信部专项科研项目基金的资助。

参考文献

[1] 陆海鹰,杨燕生,王 鸣. 航空发动机空气系统特性的数值模拟[J]. 航空发动机, 1997, 3(1): 6-13.

[2] 潘耘峰. 燃气透平冷却空气系统流体网络法研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2011.

[3] Kutz K J, Speer T M. Simulation of the Secondary Air System of Aero Engines[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1994, 116(2): 306-315.

[4] Jose M R V, Toni W, Robert B. Impact of the Secondary Air System Design Parameters on the Calculation of Turbine Discs Windage[R]. *ASME* 2014-*GT*-26050.

[5] 陶 智,侯升平,韩树军,等. 流体网络法在发动机空气冷却系统设计中的应用[J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 1-6.

[6] 王新军,张成利,王 松,等. 燃气透平第一级冷却空气系统流体的动力特性[J]. 动力工程学报, 2010, 30(2): 101-109.

[7] 孙 科,刘高文,马春田,等. 基于空气网络法的管路系统及阀门计算模型[J]. 工程热物理学报, 2017, 38(9): 1889-1895.

[8] Muller Y. Secondary Air System Model for Integrated Thermomechanical Analysis of a Jet Engine[R]. *ASME* 2008-*GT*-50078.

[9] Chowdhury N H K, Zirakzadeh H, Han J C. A Predictive Model for Preliminary Gas Turbine Blade Cooling Analysis[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2017, 139(9): 1-12.

[10] 张婷婷,刘振侠,吕亚国. 流体网络节点残量修正算法的改进[J]. 航空工程进展, 2012, 3(3): 274-278.

[11] 包航凯. 基于管网法的内部及气膜冷却叶片的传热分析[D]. 大连: 大连理工大学, 2019.

[12] 白建辉,汪玉春,郜 峰,等. 天然气管网稳态分析综合方法[J]. 油气储运, 2009, 28(2): 37-39.

[13] 胡肖肖,李育隆,吴 宏,等. 基于蒙特卡罗法的航空发动机稳态空气系统网络计算[J]. 航空发动机, 2014, 40(6): 28-32.

[14] 吴丽军,吴 宏. 流热网络耦合及局部三维计算方法研究[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(3): 521-527.

[15] Ebenfoch G, Speer T M. Simulation of Cooling System in Gas Turbine[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1996, 118: 301-306.

[16] 刘高文,李碧云,蒋兆午,等. 预旋角度对预旋孔流动特性的影响[J]. 推进技术, 2012, 33(5): 740-746. (LIU Gao-wen, LI Bi-yun, JIANG Zhao-wu, et al. Effects of Pre-Suirl Angle on Flow Characteristics of Pre-Suirl Nozzle[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2012, 33(5): 740-746.)

[17] Alexiou A, Mathioudakis K. Secondary Air System Component Modeling for Engine Performance Simulations[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(3): 1-9.

[18] Vermes G. A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Leakage Problem[J]. *Journal of Engineering for Power*, 1961, 83(2): 161-169.

[19] 徐钟济. 蒙特卡罗方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1985.

[20] 杜比A. 蒙特卡洛方法在系统工程中的应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2007.

[21] 朱晓华,刘高文,刘松龄,等. 带盖板的预旋系统温降和压力损失数值研究[J]. 航空动力学报, 2010, 25(11): 2498-2506.

[22] 毛莎莎. 转静盘腔瞬态响应特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.

[23] Umesh J, John C, Nick H, et al. CFD Analysis of Flow and Heat Transfer a Direct Transfer Pre-Swirl System[R]. *ASME* 2010-*GT*-22964.

(编辑:张 贺)