航空发动机高压转子试验模型的动力学相似设计*

缪 辉,臧朝平,王晓伟,张根辈

(南京航空航天大学 能源与动力学院 航空发动机热环境与热结构工业和信息化部重点实验室, 江苏 南京 210016)

摘 要:为了获得能够替代航空发动机转子原型进行动力学试验的模型,提出了发动机转子系统试 验模型的动力学相似设计方法。采用相似理论推导了转子系统缩比模型的动力学相似准则,继而建立缩 比模型与原型的动力学相似关系。通过动力学优化方法对转子缩比模型的动力学等效模型进行修正,目 标函数由固有频率、临界转速和振型组成。以双转子发动机高压转子系统的动力学相似设计为例,通过 有限元仿真对设计方法的有效性进行了验证。结果表明,在设计转速范围内,动力学相似模型与原型的 前两阶临界转速相似误差分别为3.92%和0.86%,对应振型的相关性均>0.98,且模型与原型的模态应变 能分布基本一致。通过该方法获得的动力学相似模型能够较好地预测原型的动力学特性,并有效降低模 型试验的成本和难度。

关键词:航空发动机;转子系统;动力学相似;模型试验;相似准则;模型修正
中图分类号: V231.9 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2021) 10-2340-09
DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 200133

Dynamic Similarity Design for Experimental Model of Aero Engine High-Pressure Rotor

MIAO Hui, ZANG Chao-ping, WANG Xiao-wei, ZHANG Gen-bei

(Key Laboratory of Aero-Engine Thermal Environment and Structure, Ministry of Industry and Information Technology, College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to obtain a model that can replace the prototype of the aero engine rotor for dynamic test, a dynamic similarity design method for the experimental model of the engine rotor system is presented. Firstly, the dynamic similarity criterions for the reduced-scale model of the rotor system were derived by similitude theory. Then, the dynamic equivalent model of the reduced-scale model of the rotor system was updated by dynamic optimization. The objective function was formulated by the natural frequencies, critical speeds and the mode shapes. Taking the dynamic similarity design for the high-pressure rotor system of the dual-rotor engine as an example, the effectiveness of the proposed method was validated by finite element simulation. Results showed that the similarity errors between the dynamic similarity model and the prototype for the first two critical speeds were respectively 3.92% and 0.86%, and the corresponding modal assurance criterion values were all above 0.98, and the distributions of the modal strain energy between the two models were in good agreement. The dy-

^{*} 收稿日期: 2020-03-15; 修订日期: 2020-04-02。

作者简介:缪辉,博士生,研究领域为发动机结构强度与振动。

通讯作者: 臧朝平, 博士, 教授, 研究领域为结构动力学分析与测试。

引用格式:缪 辉, 臧朝平, 王晓伟, 等. 航空发动机高压转子试验模型的动力学相似设计[J]. 推进技术, 2021, 42(10):
 2340-2348. (MIAO Hui, ZANG Chao-ping, WANG Xiao-wei, et al. Dynamic Similarity Design for Experimental Model of Aero Engine High-Pressure Rotor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2021, 42(10):2340-2348.)

namic similarity model obtained by this method can well predict the dynamic characteristics of the prototype within the design operation speed, and effectively reduce the costs and difficulties of the model test.

Key words: Aero engine; Rotor system; Dynamic similarity; Model test; Similarity criterion; Model updating

1 引 言

随着现代航空工业和科学技术的不断发展,先 进航空发动机需要工作在高温、高压和高转速的环 境下,受到诸如气动载荷、机械载荷以及热载荷等多 种载荷作用,由此而产生的振动问题十分突出^[1]。由 于实际发动机结构的复杂性,准确获得其动力性特 性非常不易。一方面,理论建模和仿真在模型精度、 计算能力等方面还存在一定的局限性^[2],导致分析结 果与实际值往往相差较大。另一方面,这类转子通 常结构复杂、体积大、转速高,由于受到制造成本、试 验条件,试验周期、数据分析等多种因素的影响,对 其开展动力学试验研究仍然存在很大困难。

对此,工程中通常采用相似理论设计、制造与原型样机物理相似的模型,通过模型试验再现原型的物理特征,从而揭示原型的物理本质和规律^[3]。运用相似理论的模型试验,因其成本低、准确性高及可预测性好等优点,在早期被应用于水力学、热力学、传热学和空气动力学等诸多工程应用领域^[4-5]。比如,相似理论应用于板、梁、壳等结构的动力学相似问题研究^[6-7],解决了包括海洋结构、土建结构及动力装备结构等诸多动力学相似试验模型的设计问题^[8-10]。

近年来,相似理论也被应用到转子动力学领域 的研究。Wu^[11]采用量纲理论建立了转子系统的完全 几何相似模型,并通过转子模型预测了原型的振动 特性,其研究表明,完全相似模型与原型的频率和振 动响应具有明确的比例关系。Young^[12]推导了自适 应复合材料船用燃机转子缩比模型和原型的动力学 相似关系,并对相似缩比模型的尺寸效应进行了研 究。Baxi等^[13]建立了反应堆燃气涡轮转子的几何畸 变相似模型,使相似模型在工作转速范围内的临界 转速的个数与数值与原型一致。Motley 等^[14]研究了 自适应复合材料船用螺旋桨转子的水弹性响应和潜 在失效机理的动力学相似关系。殷杰等[15]研究了燃 气轮机拉杆转子的动力学相似问题,建立了畸变补偿 模型与原型的动力学相似准则。罗忠等[16]在考虑轴 承刚度的基础上,建立了与转子原型固有特性一致的 几何畸变相似模型。王永亮等[17]推导了考虑陀螺力 矩的转子-简单支撑系统的相似准则,通过仿真验证 了相似转速下缩尺模型与原型临界转速的相似性。

通常,几何相似是物理现象相似的先决条件,但 对于复杂的转子系统而言,若按照几何等比例缩比 进行完全几何相似设计,转子模型的临界转速反而 增加,这给高转速驱动和动平衡带来很大难度,且完 全几何相似得到的模型仍然结构复杂,不利于结构 设计、制造及试验。尤其对于航空发动机这类复杂 高速转子系统的动力学相似设计问题,至今仍然缺 乏有效且实用的解决方法。

本文提出一种航空发动机转子系统的动力学相 似设计方法,在运用相似理论获得缩比模型的基础 上,结合动力学等效建模以及模型修正方法,在满足 模型相似的前提下,进一步对模型的几何结构进行 修正,最终获得满足工程应用的动力学相似模型。 本文在确定发动机转子系统动力学相似模型的设计 原则的基础上,提出实现复杂转子系统动力学相似 模型的设计策略;对设计方法及相关理论进行介绍, 包括缩比模型相似关系的建立、动力学等效建模及 修正,以及动力学相似模型的评价方法;以双转子发 动机高压转子系统为例,详细介绍动力学相似模型 的设计过程,并通过有限元仿真对设计方法的有效 性进行验证。

2 转子系统动力学相似设计方法

2.1 设计策略

模型试验的动力学相似,主要考虑模型和原型 在工作状态下的动力学固有特性、模态振型、及响应 行为等,在一定范围内一致或成固定比例关系。而 对于转子系统而言,动力学相似必须具备两个最基 本的原则:一是临界转速相似;二是振型相似。在满 足动力学相似的前提下,应该有效降低模型的试验 转速和几何尺寸,使模型结构简单、制作材料容易获 得,易于制造、装配和试验操作。

对此,提出了复杂转子系统动力学相似模型的 设计策略,如图1所示,主要分为两步:第一步是通过 相似理论获得转子系统的相似缩比模型,包含转子 系统动力学相似准则的推导,动力学相似关系的建 立,以及模型畸变率的确定等环节,以便选择合理的 模型畸变率对几何尺寸和临界转速进行缩比设计; 第二步为动力学相似模型的等效建模及修正,主要 包括动力学等效建模、动力学相似分析、修正参数的 选择、动力学模型修正和修正结果的验证等子步骤, 从而通过动力学等效及模型修正对模型结构进行简 化。在整个设计过程中,每一步设计获得的模型与 参考原型都是动力学相似的,从而保证最终获得的 模型与原型的动力学相似。



Fig. 1 Design strategy for dynamic similarity model of complex rotor system

2.2 缩比模型相似关系的建立

以图 2 中带支承的简单变截面转子系统为例,建 立转子系统设计参数的动力学相似关系。在空间直 角坐标系 *O-xyz*中,取转子轴向微元 dx为研究对象, 微元横向变形 z 表达成复数形式 z = u + jv,u和v分别 为微元沿坐标轴 *Oy*和 *Oz*方向的变形。基于欧拉-伯 努利梁理论^[18],转子运动方程表达为

$$EI\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - J_{\rm d} \left[\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial t}\right] = \rho A \omega^2 R e^{i\omega t}$$
(1)

式中 *E* 为弹性模量,*I* 为截面惯性矩,ρ 为密度,*A* 为截面积,*t* 为时间,ω 为频率,*J*_d 为单位长度质量的 直径转动惯量,*R* 为不平衡质量偏心距。

由 Buckingham Π 定理可知,一个用 N个基本变量表示的具有n个变量 v_1, v_2, \dots, v_n 的物理方程,可表达为 $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_i, \dots, \Pi_{n-N})=0$,其中 Π_i 为独立的



Fig. 2 Schematic diagram of rotor-bearing system

无量纲量, $\Pi_i = a_i v_1^{b_i} v_2^{b_i} \cdots v_n^{b_n} (b_n)$ 有理数)。由相似第 三定理,即相似的充分条件,可知,缩比模型和原型 相似必须满足单值条件相似,且由单值条件组成的 同名相似准则的数值相同,即(Π_i)_m=(Π_i)_p,m和p分 别表示模型和原型。因此,方程(1)还必须补充单值 条件以保证相似准则在数值上相等。对转子系统, 补充的单值条件意味着转子系统的边界条件相似, 即支承位置一致,且支承作用于转子系统的力保持 相似。若支承质量为 m_b ,支承刚度为 k_b ,转子作用于 支承的谐波激振力的幅值为f,则支承的运动方程为

$$m_{\rm b}\ddot{z} + k_{\rm b}z = f\sin\left(\omega t\right) \tag{2}$$

采用相似变换法推导式(1),(2),得到转子系统 相似的**Π**群

$$\begin{cases} \Pi_{1} = \omega t, \Pi_{2} = EIz/(x^{4}\rho A\omega^{2}R) \\ \Pi_{3} = \rho Ax^{2}/J_{d}, \Pi_{4} = \rho Az/t^{2} \\ \Pi_{5} = m_{b}\omega^{2}z/f, \Pi_{6} = k_{b}/(m_{b}\omega^{2}) \end{cases}$$
(3)

基于量纲理论,分析方程(3)中变量的因次,得 到如下关系式

$$\begin{cases} [t] = [\omega^{-1}], [I] = [r^{4}], [A] = [r^{2}] \\ [G] = [\rho g r^{2} x], [R] = [z] \\ [J_{d}] = [J_{p} x^{-1}], [m_{b}] = [\rho r^{2} x] \end{cases}$$
(4)

式中[]表示变量的因次,r为转轴半径,G表示重力,J,表示极转动惯量,g表示重力加速度。

将式(4)中变量的因次代入式(3),对式(3)中转 子系统相似的 II 群进行变换,得到

$$\begin{cases} \Pi_{1} = \omega t, \ \Pi_{2} = Er^{2} / (\rho x^{4} \omega^{2}) \\ \Pi_{3} = J_{p} / (\rho r^{2} x^{3}), \ \Pi_{4} = g / (z \omega^{2}) \\ \Pi_{5} = \rho g r^{2} x l f, \ \Pi_{6} = k_{b} x^{3} / (Er^{4}) \end{cases}$$
(5)

选择弹性模量 E,转轴半径r,轴向长度 x 和密度ρ 作为基本变量,则其余设计参数的相似关系通过相似 准则推导获得。定义模型和原型设计参数的相似比为

$$C_{\varepsilon} = \varepsilon_{\rm m} / \varepsilon_{\rm p} \tag{6}$$

式中 C_s 为设计参数 ε 的相似比。

将式(6)代入式(5),由相似的充分条件,方程 (5)中每个 Π 项的数值必须相等,即(Π_i)_m=(Π_i)_p,则 设计变量的相似比为

$$\begin{cases} C_{m} = C_{\rho}C_{r}^{2}C_{x} \\ C_{\omega} = (C_{r}\sqrt{C_{E}/C_{\rho}})/C_{x}^{2} \\ C_{r} = C_{\rho}C_{x}^{4}/(C_{E}C_{r}^{2}) \\ C_{J} = C_{\rho}C_{r}^{2}C_{x}^{3} \\ C_{f} = C_{\rho}C_{g}C_{r}^{2}C_{x} \\ C_{k} = C_{E}C_{r}^{4}/C_{x}^{3} \end{cases}$$
(7)

式中 C_{ω} , C_r , C_x , C_E , C_ρ , C_J , C_m , C_f , C_g 和 C_k 分别为频率、转轴半径、轴向长度、杨氏模量、密度、极转动惯量、质量、外载荷、重力加速度和支承刚度的相似比。

当转子模型与原型的轴向尺寸和径向尺寸按同一比例缩比,称模型为几何完全相似的缩比模型,反之,则称为几何畸变的相似缩比模型。在此,定义转 子相似缩比模型的畸变率为

$$\eta = C_x / C_r \tag{8}$$

将式(8)代入式(7),得到转子相似缩比模型与 原型的频率相似关系为

$$C_{\omega} = \sqrt{C_E} / (\eta C_x \sqrt{C_\rho})$$
(9)

假设模型的材料与原型一致,即 $C_{E} = C_{\rho} = 1,则$ 得到 $C_{\omega} = 1/(\eta C_{x})$ 。当模型缩比不发生几何畸变,即 $\eta = 1, 则 C_{\omega} = 1/C_{x}$ 。可知,模型的几何尺寸按同一比 例缩小后,频率升高。对转子系统而言,频率升高意 味着试验转速升高,这将对转子结构制造和装配精 度提出更高的要求,给试验研究带来困难。因此,通 过调整模型畸变率对转子进行缩比设计,能够有效 降低转子的试验转速,从而减小试验难度。考虑模 型的畸变后,相似缩比模型与原型设计参数的相似 比如表1所示。

Table 1	Similarity ratios	of design	paramete	rs for
reduced-scale	similarity model	(RSM) co	nsidering	distortion

Design parameter	Variable	Similarity ratio
Axial length	C_x	β
Radius	C_r	eta/η
Elastic modulus	C_E	1
Density	$C_{ ho}$	1
Frequency	C_{ω}	$1/(\beta\eta)$
Critical speed	C_{Ω}	$1/(\beta\eta)$
Moment of inertia	C_J	eta^5/η^2
Mass	C_m	eta^3/η^2
Support stiffness	C_k	eta/η^4
Excitation force	C_{f}	eta^3/η^2

2.3 动力学等效建模及修正

由于发动机转子结构的复杂性,第一步设计得 到的相似缩比模型在结构上仍然十分复杂,对其进 行制造和试验将耗费大量时间和成本。为了降低制 造成本和试验难度,在缩比模型的基础上,采用动力 学等效建模方法建立能够模拟原型动力学特性且结 构简化的动力学相似模型开展试验研究。动力学等 效建模的原则主要包括:(1)质量和转动惯量分布相 似,等效模型与缩比模型的质量沿转子轴向分布一 致,转动惯量空间分布一致,且质心始终在轴线 上;(2)刚度分布相似,主要考虑等效模型与缩比 模型的转轴抗弯刚度分布一致;(3)边界条件相 似,即等效模型与缩比模型的支承刚度和支点位 置保持一致。

实际上,从结构设计角度来看,动力学等效建模 主要是在动力学相似的基础上进行结构的几何特征 设计。由于动力学等效建模对实际结构进行了大量 简化,因而无法建立与原型动力学特性完全相似的 简化模型,等效模型不可避免地会存在一定的误差。 在这种情况下,可在初始等效模型的基础上,采用优 化方法对其进行修正,从而获得满足预测精度较高 的动力学相似模型。因此,动力学等效建模工作可 进一步转化为动力学优化问题进行处理,其数学形 式为

$$\begin{cases} \min \quad g(\boldsymbol{x}) = \left\| \boldsymbol{W} \left(f_{p} - f_{m}(\boldsymbol{x}) \right) \right\|_{2}^{2} \\ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{x}^{1} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x}^{u} \\ \quad s^{1}_{m}(\boldsymbol{x}) \leq s_{m}(\boldsymbol{x}) \leq s^{u}_{m}(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$
(10)

式中 $g(\mathbf{x})$ 为目标函数, \mathbf{W} 为加权系数矩阵, f_{p} 与 f_{m} 分别为原型参考向量和模型预测向量, 主要由临界 转速和振型组成, $\mathbf{x} = [D_{i}, D_{o}, D_{d}, T_{d}, L_{d}]^{T}$ 为待修正的设 计变量, 对应转子系统的结构参数, D_{i} 和 D_{o} 分别为轴 的内径和外径, D_{d}, T_{d} 和 L_{d} 分别为盘的直径、厚度及位 置, $s_{m}(\mathbf{x})$ 对应模型设计变量的状态函数, 通过约束状 态函数的变化范围提高最优解的收敛效率, 上角标 u 和1分别表示变量的上界和下界。

采用子问题逼近法^[19]将式(10)中约束的优化问题转换为无约束的优化问题,目标函数表达为

$$F(\mathbf{x}, q_k) = g(\mathbf{x}) + g_0 q_k \left\{ \sum_{i=1}^n P(x_i) + \sum_{i=1}^m Q(s_i) \right\} \quad (11)$$

式中P为设计变量的罚函数,Q为状态变量的 罚函数, g_0 为设计变量为初始值时参考目标函数 值, $F(\mathbf{x}, q_k)$ 为无约束的目标函数,是设计变量 \mathbf{x} 和 响应面参数 q_k 的函数。设计变量的每次迭代都采用 序列无约束极小化方法对方程进行求解,并通过调 整响应面参数 q_k 获得满足目标函数收敛公差的收 敛解。

2.4 动力学相似模型的评价

通过模型修正进行动力学等效建模,还需要进 一步判定修正后的模型与原型的动力学相似程度。 对于转子系统,主要是临界转速和振型相似性的 评价。 临界转速的相似程度采用相似误差进行评价, 通过相似关系对转子相似模型的临界转速进行换 算,得到转子原型的临界转速预测值,并与原型的参 考值进行对比。相似误差定义为

$$E_{s} = \frac{\left|\Omega_{m} \cdot C_{\Omega} - \Omega_{p}\right|}{\Omega_{p}} \times 100\%$$
(12)

式中 E_s 为相似误差, C_a 为临界转速的相似比, Ω_m 为动力学相似模型的临界转速, Ω_p 为原型的临界转速。

转子振型的相似程度采用模态置信准则(Modal assurance criterion, MAC, 量符号记为 *C*_{mae})进行评价, 评估转子系统相似模型振型与原型振型的相似程度。MAC定义^[20]为

$$C_{\rm mac} = \frac{\left| \boldsymbol{\phi}_{\rm p,i}^{\rm H} \boldsymbol{\phi}_{\rm m,j} \right|^2}{\left(\boldsymbol{\phi}_{\rm p,i}^{\rm H} \boldsymbol{\phi}_{\rm p,i} \right) \left(\boldsymbol{\phi}_{\rm m,i}^{\rm H} \boldsymbol{\phi}_{\rm m,i} \right)}$$
(13)

式中 $\phi_{p,i}$ 为原型第*i*阶振型向量, $\phi_{m,j}$ 为模型第*j*阶振型向量,H表示厄米特转置。 C_{mac} =1表示模型与参考原型振型完全相关, C_{mac} =0表示不相关,MAC的值越接近1,两者的相关性越好。

3 发动机高压转子动力学相似设计

3.1 原型的动力学特性分析

以双转子航空发动机高压转子系统为参考原型,采用本文方法对其动力学相似模型进行设计。 设计目标为:(1)在设计转速范围内,模型与原型的 临界转速成固定比例关系。(2)模型的振型分布与原 型一致,并具有较高的相关性。

发动机高压转子系统如图3所示,主要由9级压 气机转子、1级涡轮转子和支承系统组成。转子主要 由轮盘、叶片和转轴组成,结构形式上表现为鼓筒式 转子;支承系统共包含2个支点,每个支点主要由轴 承、弹性支承和机匣等静子部件组成。根据制造厂 家提供的高压转子的质量和刚度分布特征,以及支 承刚度等参数,采用有限元建模与仿真获得高压转 子系统的动力学特性。

为了提高分析效率,采有限元一维模型建立高 压转子系统的动力学模型,该建模的简化有:(1)转 轴用梁单元模拟,考虑转动惯量、陀螺力矩和连续质 量的影响。(2)盘用集中质量单元模拟,其质量和转 动惯量通过盘的密度与形状换算。(3)支承用弹簧阻 尼单元模拟,主要考虑支承的刚度,忽略阻尼的影 响。由于主要考虑高压转子的横向振动特性,因而 约束其有限元模型沿轴向和绕轴向的转动自由度, 支承接地端作全约束处理。通过动力学分析得到图 4所示的高压转子的Campbell图,可知,前两阶临界 转速分别为7161r/min和14462r/min,由于前两阶临 界转速对高压转子在工作转速范围内的振动特性影 响较大,因而动力学相似模型主要对这两阶临界转 速进行设计。图5给出了这两阶临界转速对应的振 型,可见,第一阶振型为平动振型,第二阶振型为俯 仰振型。



Fig. 3 High-pressure rotor system of aero engine



Fig. 4 Campbell diagram of high-pressure rotor system



Fig. 5 First two mode shapes of high-pressure rotor system

3.2 相似缩比模型的建立

动力学相似设计的第一步是建立发动机高压转 子系统的相似缩比模型,设计的目的是为了降低试 验模型的尺寸规模及临界转速,从而降低模型试验 的成本和难度。设定相似缩比模型选用的材料与原 型材料相同,则材料密度相似比 $C_{\rho} = 1$,弹性模量相 似比 $C_{\epsilon} = 1$ 。轴向长度相似比 C_{a} 都为1/2,则转子模型的 畸变率 η=10/4。其余设计参数的相似比,可通过表1 中的相似关系换算获得,则高压转子相似缩比模型 的设计参数如表2所示,由表2可知,缩比设计后支 承刚度为原先的64/3125,表3给出了原型和相似缩 比模型的支承刚度值,可知,缩比后两个支承的刚度 分别为1020N/mm和5120N/mm,虽然刚度降低较为 明显,但仍然能够满足工程需求,可通过鼠笼弹性支 承实现支承的设计。

Table 2Similarity ratios of design parameters for RSM ofhigh-pressure rotor system considering distortion

Design parameter	Variable	Similarity ratio
Axial length	C_x	4/5
Radius	C_r	8/25
Elastic modulus	C_E	1
Density	$C_{ ho}$	1
Frequency	C_{ω}	1/2
Critical speed	C_{Ω}	1/2
Moment of inertia	C_J	4096/78125
Mass	C_m	256/3125
Support stiffness	C_k	64/3125
Excitation force	C_f	64/3125

Table 3 Support stiffness of RSM and prototype (N/mm)

Support stiffness	Prototype	RSM
Support 1	5×10^{4}	1.02×10 ³
Support 2	2.5×10 ⁵	5.12×10 ³

通过有限元仿真对相似缩比模型的设计结果进 行验证。由表2中设计参数的相似比建立相似缩比 模型,在此基础上,建立相似缩比模型的有限元一维 模型,如图6所示,并对其进行动力学分析,以获得固 有频率、临界转速和振型。



表4给出了相似缩比模型与原型的动力学特 性对比,可知,按照动力学相似关系缩比后,缩比模 型与原型的临界转速相似比接近1/2,与理论推导 结果基本一致。其中临界转速的最大相似误差为 5.67%,平均相似误差为4.51%,产生的误差主要由 于缩比模型的畸变导致,在本例中,设计误差在可 接受的范围。缩比模型与原型的 MAC 值都接近于 1,具有很高的相关性。因此,缩比模型与原型具有 较好的动力学相似性,通过相似关系获得的缩比模 型基本满足动力学相似设计要求。在这一步设计 中,相似缩比模型的畸变率对相似误差有一定的影 响,因此在设计时可通过仿真对其合理性进行 检验。

 Table 4
 Comparison of dynamic characteristics between

 RSM and prototype

Item	Modal order	1	2	
	Frequency of prototype/Hz	115.01	226.75	
Static	Frequency of RSM/Hz	59.29	117.56	
state –	Similarity ratio	0.52	0.52	
	$C_{ m mac}$	0.99	0.99	
Rotating state —	Critical speed of prototype/(r/min)	7161	14462	
	Critical speed of RSM/(r/min)	3700	7641	
	Similarity ratio	0.52	0.53	
	$C_{ m mac}$	0.99	0.99	
	Similarity error/%	3.34	5.67	

3.3 动力学等效模型的建立及修正

第二步是建立发动机高压转子系统的动力学等 效模型,主要考虑保持动力学相似和结构的尽量简 化。基于动力学等效原则,对相似缩比模型的主要 几何特征进行动力学等效建模。注意到,此处的参 考原型为高压转子的相似缩比模型。对于等效模型 的转轴,通过调整其内、外轴径实现与相似缩比模型 抗弯刚度分布的一致;对于等效模型的轮盘,通过调 整其形状和位置实现与相似缩比模型质量和转动惯 量的分布相似;而对于叶片的等效,将其质量和转动 惯量等效到轮盘;对于支承系统,通过保持支承方案 一致,即等效模型与相似缩比模型的支承刚度和支 点位置保持一致。由于连接件的动力学特性非常复 杂,为了简化和近似,等效模型设计采用刚性连接方 式对其进行处理。

因此,动力学等效模型的结构简化方案设定为: (1)鼓筒式转子结构等效为盘-轴式转子结构;忽略 叶片结构,将其质量、转动惯量等效到轮盘;压气机 盘由9个缩减为2个,涡轮盘个数为1个。(2)支承边 界条件一致,即等效模型与原型的支承方案一致,等 效模型不采用机匣结构,而实际结构中机匣组件对 支承刚度的贡献等效到弹性支承的刚度。(3)转轴的 材料采用30CrMnSi,盘的材料采用45钢。 在图 6 所示的相似缩比模型的基础上,通过结构 简化方案实现动力学等效建模,建立了简化的动力 学相似模型,如图 7 所示。这里,动力学相似模型等 效为 3 个盘,以便接近原型的刚度、质量和转动惯量 分布规律,使相似模型具有较高的精度。在实际应 用中,参考原型的等效方案,动力学相似模型的简化 程度,主要根据工程精度的需求而定。由于模型的 简化,导致动力学相似模型与原型存在一定的误差。 对此,可通过调整动力学等效模型的结构参数实现动 力学相似模型的修正,以提高动力学相似模型的预测 精度。建立动力学等效模型的参数化有限元一维模 型,并基于子问题逼近的优化算法实现对动力学相似 模型的修正,修正的目标函数表达为如下形式

$$\begin{cases} \min g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{2} w_{i} (1 - C_{\max}^{i})^{2} + \sum_{j=1}^{2} w_{j} (\frac{1}{2} - \frac{\Omega_{m}^{j}}{\Omega_{p}^{j}})^{2} + \\ \sum_{k=1}^{2} w_{k} (\frac{1}{2} - \frac{\omega_{m}^{k}}{\omega_{p}^{k}})^{2} \end{cases}$$
(14)

 $s.t. \quad \boldsymbol{x}^{1} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x}^{u}$

式中,设计变量 x 主要由转轴半径和盘的半径、 厚度以及位置组成,目标函数 g(x)表达为 MAC 值、临 界转速 Ω 和固有频率 ω 的函数,设定动力学相似模型 修正目标为:前两阶固有频率和临界转速都为原型 的 1/2,且对应的振型相关性设为 1。i,j和 k表示阶 次,加权系数 w_i, w_j 和 w_k 都设为 1,目标函数 g(x)的收 敛公差 τ 设为 0.01。



similarity model

表5给出了修正后动力学相似模型与原型的动力学特性对比。由表5可知,修正前模型与原型的前 两阶固有频率的相似比分别为0.48和0.57,固有频率 的最大相似误差为14.19%,平均相似误差为8.68%; 前两阶临界转速的相似比分别为0.48和0.57,临界转 速的最大相似误差为13.05%,平均相似误差为 8.47%。修正后前两阶固有频率的相似比分别为0.49 和0.52,其最大相似误差从14.19%降到3.84%;前两 阶临界转速的相似比分别为0.48和0.50,其最大相似 误差从13.05%降到0.86%。修正后模型与原型的第 二阶振型的相关性得到了较大改善,修正后的固有 振型和临界转速主振型的相关性均>0.96。由以上结 果可知,修正后动力学相似模型的预测精度明显提 高,这也说明动力学等效建模的方案是可行的。通 过等效建模与修正能够得到与原型动力学相似的简 化模型,基于该模型进行试验研究能够有效降低成 本和提高效率。

3.4 动力学相似模型的验证

为了对发动机转子系统动力学相似设计方法的 有效性进行检验,通过动力学相似模型的频率及其 相似关系对发动机高压转子原型的Campbell图进行 预测。图8给出了动力学相似模型预测值与原型参 考值的对比,可见,动力学相似模型预测的进动频率 曲线与原型的基本吻合,这说明通过修正获得的动 力学相似模型能够有效预测原型的临界转速,且临 界转速基本满足1/2的相似关系。

图 9 对比了动力学相似模型(m)与原型(p)的模



Fig. 8 Comparison of Campbell diagrams between dynamic similarity model and prototype

Table 5 Comparison of dynamic characteristics between updated dynamic similarity model and prototype

Mode	Ondan Dratations	Label II	Undated	Similarity ratio		Similarity error/%		$C_{ m mac}$		
	Order	rototype	rototype Initial	Updated	Initial	Updated	Initial	Updated	Initial	Updated
Frequency/Hz	1	115.01	55.69	55.99	0.48	0.49	3.16	2.63	0.96	0.99
	2	226.75	129.46	117.73	0.57	0.52	14.19	3.84	0.80	0.96
Critical speed/(r/min)	1	7161	3441	3440	0.48	0.48	3.89	3.92	0.96	0.99
	2	14462	8175	7293	0.57	0.50	13.05	0.86	0.84	0.98

态应变能分布,由图9可知,高压转子系统第一阶临 界转速的应变能主要集中在支承1处,原型与模型 的应变能在整个转子系统中的占比分别为73.81% 和76.58%,而第二阶临界转速的应变能主要分布在 支承2处,原型与模型的应变能占比分别为65.33% 和58.77%。此外,原型和模型在第一阶临界转速时 转子上的应变能占比分别为16.52%和11.88%,在第 二阶临界转速时分别为23%和21.67%。由仿真分 析结果可知,动力学相似模型能够有效预测原型的 应变能分布,达到了较好的效果,而产生的误差主要 由模型的简化所致,进一步改进结构简化方案进行 设计能够使得动力学相似模型的预测结果与原型更 为接近。



dynamic similarity model and prototype

4 结 论

本文对航空发动机转子系统的动力学相似设计 方法进行了研究,得到的主要结论如下:

(1)采用本文的动力学相似设计方法能够得到 发动机高压转子系统的动力学相似模型,该模型结 构简单,尺寸和质量缩减明显,能够有效预测原型的 临界转速、振型和模态应变能分布,其中前两阶临界 转速相似误差分别为3.92%和0.86%,对应振型的相 关性均>0.98。

(2) 在相似缩比模型设计时, 应考虑畸变率对模型精度和支承刚度工程实现的影响, 若模型畸变产生的误差较大, 可在动力学等效建模的基础上, 对动力学相似模型进行适当修正。

(3)在动力学相似模型的等效建模中,动力学相 似模型的精度取决于对参考原型几何结构的简化程 度,本文采用的等效方案是可行的,在实际应用中, 模型的简化程度视实际工程精度的需求而定。 由于航空发动机结构的复杂性,原型发动机结 构本身的动力学建模研究,动力学的准确分析和确 定的认识,对动力学的相似设计起重要作用。在实 际工程设计应用中还需要明确原型需求,以完善动 力学相似性前提,进而建立关联机制,实现有效的 设计。

致 谢:感谢国家自然科学基金委员会与中国工程物理 研究院联合基金的资助。

参考文献

- [1] 付才高. 航空发动机设计手册 19册, 转子动力学及整 机振动[M]. 北京: 中国航空工业出版社, 2000.
- Zang C P, Ewins D J. Model Validation for Structural Dynamics in the Aero-Engine Design Process [J]. Frontiers of Energy and Power Engineering in China, 2009, 3 (4): 480-488.
- [3] 徐 挺.相似方法及其应用[M].北京:机械工业出版社,1995.
- [4] Coutinho C P, Baptista A J, Dias Rodrigues J. Reduced– Scale Models Based on Similitude Theory: A Review up to 2015 [J]. Engineering Structures, 2016, 119 (7): 81-94.
- [5] Casaburo A, Petrone G, Franco F, et al. A Review of Similitude Methods for Structural Engineering [J]. Applied Mechanics Reviews, 2019, 71(3): 1-32.
- [6] Balawi S, Shahid O, Mulla M A. Similitude and Scaling Laws-Static and Dynamic Behaviour Beams and Plates
 [J]. Procedia Engineering, 2015, 114: 330-337.
- [7] Zhu Y P, Wang Y, Luo Z, et al. Similitude Design for the Vibration Problems of Plates and Shells: A Review
 [J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2017, 12 (2): 253-264.
- [8] 罗 忠,朱云鹏,韩清凯,等.动力学相似理论及在 结构振动分析中的应用研究评述与展望[J].机械工 程学报,2016,52(23):114-134.
- [9] 周 颖,陈 瑾. 轨道-路基体系一致动力相似设计 方法与动力试验[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47(6): 815-823.
- [10] 刘财芝,唐国金,周利霖.运载火箭1/5动力学缩比模型设计[J].国防科技大学学报,2017,39(2):27-31.
- [11] Wu J J. Prediction of Lateral Vibration Characteristics of a Full-Size Rotor-Bearing System by Using Those of Its Scale Models [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2007, 43(10): 803-816.
- [12] Young Y L. Dynamic Hydroelastic Scaling of Self-Adap-

- [13] Baxi C B, Telengator A, Razvi J. Rotor Scale Model Tests for Power Conversion Unit of GT-MHR[J]. Nuclear Engineering and Design, 2011, 251: 344-348.
- [14] Motley M R, Young Y L. Scaling of the Transient Hydroelastic Response and Failure Mechanisms of Self-Adaptive Composite Marine Propellers [J]. International Journal of Rotating Machinery, 2012, (7): 1-11.
- [15] 殷 杰,王艾伦,陈 杰.燃气轮机拉杆转子畸变相 似问题研究[J].中国机械工程,2013,24(22):3066-3070.
- [16] 罗 忠,陈广凯,李建章,等.考虑轴承刚度的转子

系统动力学相似模型设计[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015, 36(3): 402-405.

- [17] 王永亮,孙立权,崔 颖,等.考虑陀螺效应的转子 动力学相似准则[J]. 航空动力学报,2015,30(12): 2840-2847.
- [18] Ishida Y, Yamamoto T. Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications [M]. Weinheim: Wiley, 2013.
- [19] Rao S S. Engineering Optimization: Theory and Practice[M]. Hoboken: John Wiley and Sons, 2009.
- [20] Allemang R J. The Modal Assurance Criterion: Twenty Years of Use and Abuse [J]. Sound and Vibration, 2003, 37(8): 14-23.

(编辑:梅 瑛)