

基于自适应差分进化算法的变循环发动机模型 求解方法研究^{*}

郝 旺¹, 王占学¹, 张晓博¹, 周 莉¹, 王为丽²

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西省航空发动机内流动力学重点实验室, 陕西 西安 710129;
2. 中国航发四川燃气涡轮研究院, 四川 成都 610500)

摘 要: 为了降低传统迭代算法在求解变循环发动机非线性模型时对初值的依赖性, 将模型的求解问题转换为求最小值的优化问题, 引入差分进化算法进行模型的求解, 并提出一种自适应差分进化算法。自适应差分进化算法借助轮盘赌选择法, 利用种群的进化经验可以自适应地选择最适合当前种群的差分策略与算法控制参数。针对变循环发动机四个典型工作点的模型求解问题, 研究了标准差分进化算法的控制参数对其性能的影响, 获取了标准差分进化算法在求解四个典型工作点时的最优控制参数组合, 对比分析了自适应差分进化算法与标准差分进化算法的性能差异, 最后研究了种群规模对自适应差分进化算法性能的影响。结果表明: 标准差分进化算法在求解发动机模型时具有较好的鲁棒性, 在求解不同工作点时算法的最优控制参数并不完全相同; 相比于使用最优控制参数的标准差分进化算法, 自适应差分进化算法可以在不影响算法鲁棒性的情况下提升效率50%以上; 减少自适应差分进化算法的种群规模会在提升算法效率的同时破坏鲁棒性。

关键词: 变循环发动机; 模型求解; 非线性方程组; 差分进化算法; 自适应机制

中图分类号: V231.1

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2021) 09-2011-11

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 200796

Solving Variable Cycle Engine Model Based on Adaptive Differential Evolution Algorithm

HAO Wang¹, WANG Zhan-xue¹, ZHANG Xiao-bo¹, ZHOU Li¹, WANG Wei-li²

(1. Shaanxi Key Laboratory of Internal Aerodynamics in Aero-Engine, School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;
2. AECC Sichuan Gas Turbine Establishment, Chengdu 610500, China)

Abstract: In order to reduce the dependence of the traditional iterative algorithm on the initial value in solving the nonlinear model of variable cycle engine, the model solving problem was converted to the optimization problem of finding the minimum value. Differential evolution algorithm was introduced to solve the model, and an adaptive differential evolution algorithm was proposed. Using the evolution experience and roulette selection method, adaptive differential evolution algorithm can adaptively select the differential strategy and algorithm control parameters that are most suitable for the current population. For the model solving problem of the four typical op-

^{*} 收稿日期: 2020-10-12; 修订日期: 2020-12-29。

基金项目: 国家自然科学基金 (51876176; 51906214); 国家科技重大专项 (J2019-I-0021-0020)。

作者简介: 郝 旺, 博士生, 研究领域为航空发动机总体性能仿真与设计。

通讯作者: 张晓博, 博士, 副教授, 研究领域为航空发动机总体性能仿真与设计。

引用格式: 郝 旺, 王占学, 张晓博, 等. 基于自适应差分进化算法的变循环发动机模型求解方法研究[J]. 推进技术, 2021, 42(9): 2011-2021. (HAO Wang, WANG Zhan-xue, ZHANG Xiao-bo, et al. Solving Variable Cycle Engine Model Based on Adaptive Differential Evolution Algorithm[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(9): 2011-2021.)

erating points of the variable cycle engine, the effects of the control parameters of standard differential evolution algorithm on its performance were studied. And the optimal combinations of control parameters of standard differential evolution algorithm in solving the four typical operating points were obtained. The performance difference between adaptive differential evolution algorithm and standard differential evolution algorithm was compared. Finally, the effects of population size on the performance of adaptive differential evolution algorithm were studied. The results show that standard differential evolution algorithm has pretty robustness in solving engine model, and its optimal control parameters are not completely the same when solving different operating points. Compared with standard differential evolution algorithm using the best control parameters, adaptive differential evolution algorithm can increase the efficiency by more than 50% without affecting the robustness of the algorithm. Reducing the population size of adaptive differential evolution algorithm will improve the efficiency while destroying the robustness of the algorithm.

Key words: Variable cycle engine; Model solving; Nonlinear equations; Differential evolution algorithm; Adaptive mechanism

1 引言

变循环发动机通过灵活的变几何部件和先进的控制技术,能够根据不同的飞行任务需求改变发动机的涵道比,结合了小涵道比涡扇发动机超声速飞行下的高单位推力和大涵道比涡扇发动机亚声速飞行下的低耗油率优势,是下一代飞机的理想动力装置^[1]。变循环发动机的部件级模型是研究其性能的基础,由于变循环发动机的工作模式多、可调部件多且调节范围宽,使得变循环发动机的部件级模型是比常规发动机更加复杂的多维非线性方程组。良好的模型收敛性是开展变循环发动机性能研究的重要保障^[2],因此本文将对变循环发动机部件级模型的求解进行研究。

目前广泛采用的非线性方程组传统迭代求解方法主要有牛顿-拉夫逊法与 $N+1$ 残量法,其在对发动机模型进行求解时,具有良好的局部收敛性,但无法保证全局收敛性,只有在迭代初值与真实解比较接近时才会收敛。为了克服牛顿-拉夫逊法和 $N+1$ 残量法的不足,文献[2-6]采用遗传算法与混合遗传算法求解发动机模型,与传统方法相比,遗传算法对初值没有要求,可大大提高求解发动机模型的收敛性,但存在运算量较大的问题。文献[7]将神经网络算法与牛顿-拉夫逊法结合,利用神经网络逼近发动机非线性模型的反函数,将神经网络算法的求解结果作为牛顿-拉夫逊法的初值,扩大了模型的收敛范围,提高了模型的收敛速度,但对于维数高、非线性强的问题,依然存在局部收敛的问题。文献[8-9]分别采用粒子群算法与混合粒子群算法求解发动机模型,提高了模型求解的收敛性,但是其采用的标准粒

子群算法的性能依赖算法参数的选择,容易陷入局部最优解,且计算量较大。文献[10-12]采用改进的粒子群算法求解发动机模型,但仍然存在求解速率较低的问题。文献[13-14]采用改进的混合粒子群算法求解了变循环发动机模型,兼顾了传统算法能够快速收敛和改进的粒子群算法全局收敛性较好的优点,在单一的计算点上验证了算法的有效性 & 求解效率,但并没有验证算法在不同工作点多次计算的稳定性。

以上文献主要基于遗传算法与粒子群算法求解发动机模型,从而提高了发动机模型的收敛性。遗传算法采用二进制编码、算法控制参数较多、实现较为复杂,因此广大学者采用了算法结构简单、控制参数较少、实数编码的粒子群算法进行发动机模型的求解。目前已经证明了遗传算法的全局收敛性^[15-16],但是也证明了粒子群算法不是一种全局优化算法,且只能以 <1 的概率收敛到全局最优^[17-19],这就使得粒子群算法的应用缺乏坚实可靠的理论依据,这也是粒子群算法容易陷入局部最优解的主要原因。差分进化算法是继遗传算法、粒子群算法等进化算法之后的又一优秀的群智能优化算法^[20-21]。差分进化算法结构简单、控制参数少,采用实数编码易于实现、收敛速度快,并且其收敛性得到了理论证明^[22-25]。

本文采用差分进化算法求解变循环发动机的非线性模型,根据种群的进化经验,提出一种自适应差分进化算法,从效率及鲁棒性两个方面验证了算法改进的有效性,并研究了进化种群规模对算法性能的影响,得到了能快速可靠求解变循环发动机模型的算法。

2 变循环发动机数学模型

本文采用的双外涵变循环发动机结构如图1所示。发动机的主要部件包括:风扇(Fan)、模式选择阀(Mode selector valve, MSV)、核心机驱动风扇级(Core driven fan stage, CDFS)、前可变面积涵道引射器(Forward variable area bypass injector, F-VABI)、高压压气机(High pressure compressor, HPC)、燃烧室(Burner)、高压涡轮(High pressure turbine, HPT)、低压涡轮(Low pressure turbine, LPT)、后可变面积涵道引射器(Rear variable area bypass injector, R-VABI)、喷管(Nozzle)。与常规涡扇发动机的最大区别在于,该发动机将风扇分为前后两段,并且后段风扇由高压涡轮驱动,即核心机驱动风扇级。当模式选择阀打开时,发动机工作在双外涵模式,风扇外涵气流与核心机驱动风扇级外涵气流经过F-VABI掺混后进入R-VABI与核心机出口气流掺混。当模式选择阀关闭时,发动机工作在单外涵模式,风扇出口气流全部进入核心机驱动风扇级,此时发动机的流路与常规混排涡扇发动机无明显区别。

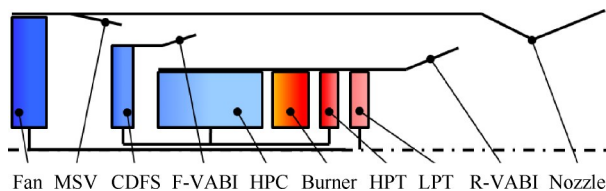


Fig. 1 Structure of double bypass variable cycle engine

本文在常规双轴涡扇发动机性能模拟程序的基础上^[26],采用面向对象的程序设计方法,建立了通用的发动机部件级仿真系统。在仿真系统中,包含常规的发动机部件模型,如图2所示。需要注意的是,风扇模型是通过压气机模型和分流器模型组合封装而成,其封装结构如图3所示,压气机模型将计算结果传递给分流器模型,通过分流器模型可给出风扇内外涵的出口参数。将各部件模型合理连接即可构建出双外涵变循环发动机的数学模型,如图4所示。其中,F-VABI与R-VABI的气动热力过程通过可变面积混合室模型模拟。

发动机设计点性能可以通过依次计算各部件的气动热力模型而获取。当进行非设计点性能计算时,需要迭代各部件的变量以满足各部件之间的流量连续、静压平衡以及功率平衡。流量连续指上游部件传递给当前部件的流量应该与当前部件自身计算的流量相同;静压平衡指两股来流掺混时静压应

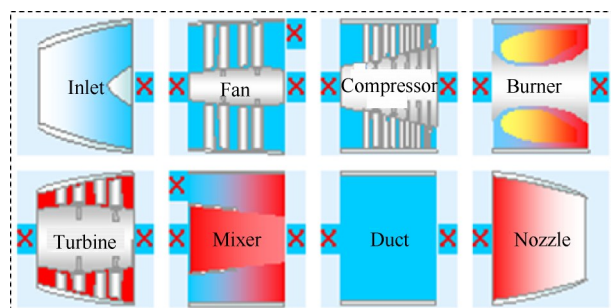


Fig. 2 Component simulation model

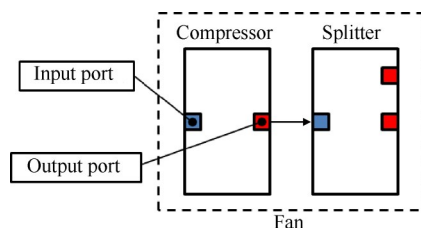


Fig. 3 Fan model composition

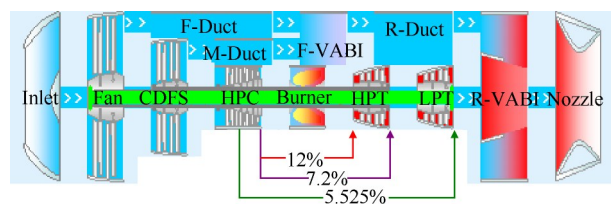


Fig. 4 Simulation model of double bypass variable cycle engine

该相等;功率平衡指同一根轴上消耗的功率应该等于产生的功率。变循环发动机工作在双外涵模式时,迭代变量和残差变量如表1所示。其中,残差变量指的是通过两种方法计算同一变量的差值。以压气机为例,流量残差指的是上游部件传递给压气机进口的流量与通过压气机特性图计算而得的流量之差。进气道 β 值为进气道非设计点入口换算流量与设计点入口换算流量之比,压气机和涡轮部件的 β 值为特性图插值辅助变量^[27]。在单外涵模式时,风扇外涵出口关闭,相当于减少了一个分流器的涵道比迭代变量和混合室的静压平衡残差变量,此时迭代变量和残差变量如表2所示。两种模式下的控制参数均取燃烧室出口温度,因此表1和表2中的迭代变量数量分别减少至10和9,此时迭代变量与残差变量的个数相等,发动机平衡方程封闭。为了使用差分进化算法求解发动机模型的平衡方程,将平衡方程的求解转换为求最小值的最优化问题,构造目标函数为

$$Err(X) = \sum_{i=1}^D err_i^2(X) \quad (1)$$

式中 D 表示平衡方程的阶数, $Err(X)$ 是 D 个残差

的平方和, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_D]$ 为待求解的向量, 其中每个元素代表一个迭代变量, $err_i(\mathbf{X})$ 代表每个残差。差分进化算法的目标就是确定一个向量 $\mathbf{X}^*$, 使其满足 $Err(\mathbf{X}^*) \leq eps$, 其中 eps 为残差限, 本文取 $eps = 1 \times 10^{-8}$ 。

为了使求解过程不会落入无意义的区域, 设置了迭代变量的上下限, 如表 3 所示。

Table 1 Iteration variables and error variables at double bypass mode

Component	Number	Iteration variable	Error variable
Inlet	1	β	—
Compressor	3	β	Mass flow
Splitter	2	Bypass ratio	—
Burner	1	Outlet temperature	—
Turbine	2	β	Mass flow
Mixer	2	—	Static pressure
Nozzle	1	—	Mass flow
Shaft	2	Relative speed	Power
Total number	14	11	10

Table 2 Iteration variables and error variables at single bypass mode

Component	Number	Iteration variable	Error variable
Inlet	1	β	—
Compressor	3	β	Mass flow
Splitter	1	Bypass ratio	—
Burner	1	Outlet temperature	—
Turbine	2	β	Mass flow
Mixer	1	—	Static pressure
Nozzle	1	—	Mass flow
Shaft	2	Relative speed	Power
Total number	12	10	9

Table 3 Boundary of iteration variables

Iteration variable	Lower limit	Upper limit
β of inlet	0	2
β of compressor and turbine	0	1
Bypass ratio	0	5
Burner outlet temperature/K	300	3000
Relative speed/%	0	110

3 差分进化算法及改进

3.1 标准差分进化算法

标准差分进化算法 (Standard differential evolution, SDE) 的介绍如下^[20-21]。

包含 D 个优化变量的向量称为个体, 第 i 个个体表示为

$$\mathbf{X}_{i,G} = [x_{1,i,G}, \dots, x_{j,i,G}, \dots, x_{D,i,G}] \quad (2)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, NP$, NP 表示种群规模, G 表示进化代数, j 表示第 j 个优化变量。

标准差分进化算法的流程如图 5 所示, 其基本操作包括初始化、变异、交叉和选择。通过初始化在搜索空间内随机生成个体, 通过变异和交叉产生新的个体, 通过选择操作来确定哪个个体将进入下一代, 重复此过程直到达到终止条件。

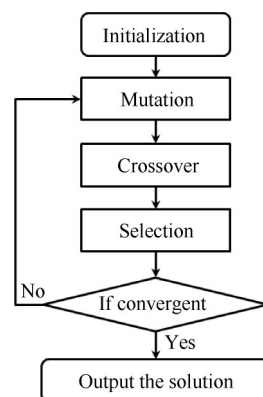


Fig. 5 Flow chart of SDE

3.1.1 变 异

当种群进化至第 G 代时, 对父代个体 $\mathbf{X}_{i,G}$ 实施变异操作得到变异个体, 即

$$\mathbf{V}_{i,G+1} = \mathbf{X}_{r1,G} + F \cdot (\mathbf{X}_{r2,G} - \mathbf{X}_{r3,G}) \quad (3)$$

式中下标 $r1, r2, r3$ 是在 1 和 NP 之间随机选择的与 i 不同的互异整数, $\mathbf{X}_{r1,G}$ 称为基向量, $(\mathbf{X}_{r2,G} - \mathbf{X}_{r3,G})$ 称为差分向量, F 为缩放因子。如果变异个体中的参数超出边界, 则该参数的值将被边界值替换。

3.1.2 交 叉

通过交叉操作产生试验个体为

$$\mathbf{U}_{i,G+1} = [u_{1,i,G+1}, \dots, u_{j,i,G+1}, \dots, u_{D,i,G+1}] \quad (4)$$

其中

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} v_{j,i,G+1}, & \text{if } r_j[0,1] \leq CR \\ & \text{or } j = r(i) \\ x_{j,i,G}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

式中 $r_j[0,1]$ 代表第 j 次计算的随机数, CR 为交叉率。 $r(i)$ 是在 1 和 D 之间随机选取的整数, 可使 $\mathbf{U}_{i,G+1}$ 从 $\mathbf{V}_{i,G+1}$ 获得至少一个变量。

3.1.3 选 择

对于最小化问题, 在试验个体 $\mathbf{U}_{i,G+1}$ 与父代个体 $\mathbf{X}_{i,G}$ 中选择目标函数较小的个体进入下一代种群, 即

$$\mathbf{X}_{i,G+1} = \begin{cases} \mathbf{U}_{i,G+1}, & \text{if } F(\mathbf{U}_{i,G+1}) < F(\mathbf{X}_{i,G}) \\ \mathbf{X}_{i,G}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

式中 $F(\mathbf{X})$ 代表目标函数。

3.1.4 控制参数

标准差分进化算法的控制参数主要包括:种群规模 NP , 缩放因子 F , 交叉率 CR 。 NP 在进化过程中保持不变, 通常取 $NP = 5D \sim 10D$, $F \in [0, 1]$, $CR \in [0, 1]$ 。

标准差分进化算法的变异策略和控制参数在进化过程中始终保持不变, 但是对于不同的优化问题或同一优化问题的不同进化阶段, 最合适的变异策略和控制参数通常都是不同的。因此, 本文在标准差分进化算法的基础上提出了基于统计经验的自适应差分进化算法 (Adaptive differential evolution, ADE)。

3.2 变异策略自适应

标准差分进化算法使用的变异策略通常被称为 DE/rand/1, 其中“rand”表示基向量是在种群中随机选取的, “1”表示差分向量的个数。DE/rand/1 策略具有很好的全局收敛性, 但是存在收敛较慢的缺点。

目前已经发展了多种形式的变异策略, 为了结合不同变异策略的优势, 自适应差分进化算法中构建了变异策略候选池。候选池中除了具有 DE/rand/1 策略外, 还包括以下两种变异策略:

(1) DE/best/1

$$\mathbf{V}_{i,G+1} = \mathbf{X}_{b,G} + F \cdot (\mathbf{X}_{r2,G} - \mathbf{X}_{r3,G}) \quad (7)$$

其中“best”表示基向量 $\mathbf{X}_{b,G}$ 是当前种群中的最优个体。通过 $\mathbf{X}_{b,G}$ 的引导, 种群可以快速收敛, 但是容易陷入局部最优。

(2) DE/best-of-rand/1

$$\mathbf{V}_{i,G+1} = \mathbf{X}_{br,G} + F \cdot (\mathbf{X}_{r2,G} - \mathbf{X}_{r3,G}) \quad (8)$$

其中“best-of-rand”表示基向量 $\mathbf{X}_{br,G}$ 是当前种群中随机选择三个个体中的最优个体, 其余两个个体构成差分向量。与 DE/rand/1 策略不同的是, 该变异策略通过 $\mathbf{X}_{br,G}$ 的引导, 以略微牺牲种群全局搜索能力为代价, 增强了局部搜索能力, 从而增加了收敛速度。

为了在进化的不同阶段都能从变异策略候选池中选取较好的变异策略, 引入基于统计经验和轮盘赌选择法的自适应机制, 算法的基本过程如下:

(1) 在个体执行变异操作之前, 根据每个变异策略被选择的概率 $P_{j,G}$ (j 表示每个变异策略的编号, 总共有 3 种变异策略, 因此初值 $P_{j,0} = 1/3$), 采用轮盘赌选择法从变异策略候选池中选择变异策略, 同时统计每个变异策略被选择的次数 S_j 。

(2) 在个体执行贪婪选择之后, 统计每个变异策

略产生更好个体的次数 B_j 。

(3) 当种群中所有个体进化一代后, 更新每个变异策略产生更好个体的概率为

$$P_{j,G} = \frac{B_j}{S_j} \quad (9)$$

(4) 将 B_j 与 S_j 清零, 并对每个变异策略的选择概率进行归一化处理, 为下一代的进化做准备, 有

$$P_{j,G+1} = \frac{P_{j,G}}{\sum_{j=1}^3 P_{j,G}} \quad (10)$$

3.3 控制参数自适应

自适应差分进化算法使用自适应机制在进化过程中改变控制参数 F 与 CR 。由于 F 与 CR 的值需要在一个实数区间内变化, 但是一个实数区间内有无限多个数值点, 这就使得无法直接统计每个数值产生更好个体的概率。因此, 将控制参数的取值区间均匀划分为 N 个子区间, 基于统计经验和轮盘赌选择法在不同子区间上选取控制参数。

F 通常在 0~1 取值, 当 $F=0$ 时, 变异操作中的差分项等于 0, 此时相当于没有变异操作。此外, 文献 [28] 表明, 如果 F 过小, 即使没有选择压力, 种群依然会收敛, 该文献给出 0.3 是比较可靠的 F 下限值。因此本文 F 的自适应区间为 $[0.3, 1]$, 划分为 7 个子区间。 CR 通常在 0~1 取值, 当 $CR=0$ 时, 试验个体 $\mathbf{U}_{i,G+1}$ 中的元素几乎全部来自父代个体 $\mathbf{X}_{i,G}$, 此时种群几乎没有搜索能力。为了保证种群具有较好的搜索能力, 本文取 CR 的下限值为 0.2, CR 的自适应区间为 $[0.2, 1]$, 划分为 8 个子区间。

将控制参数的取值划分为多个子区间之后, 其自适应方法与变异策略自适应方法类似, 基本过程如下:

(1) 在个体执行变异或交叉操作之前, 根据每个控制参数子区间被选择的概率 $P_{j,G}$ (j 表示每个子区间的编号, 总共有 N 个子区间, 因此初值 $P_{j,0}$ 为 $1/N$), 采用轮盘赌选择法从参数自适应区间内选择子区间, 在该子区间内采用均匀随机数的方法生成控制参数, 同时统计每个子区间被选择的次数 S_j 。

(2) 在个体执行贪婪选择之后, 统计每个子区间产生更好个体的次数 B_j 。

(3) 当种群中所有个体进化一代后, 更新每个子区间产生更好个体的概率为

$$P_{j,G} = \frac{B_j}{S_j} \quad (11)$$

(4) 将 S_j 与 B_j 清零, 并对每个子区间的选择概率

进行归一化处理,为下一代的进化做准备,即

$$P_{j,G+1} = \frac{P_{j,G}}{\sum_{j=1}^N P_{j,G}} \quad (12)$$

自适应差分进化算法基于统计经验和轮盘赌选择法在进化的每一代自适应的选择变异策略和控制参数,较好的变异策略和控制参数有利于产生更优的个体,进而在下一代进化中,该变异策略和控制参数被选择的概率也会随之变大。自适应差分进化算法的自适应选择机制相对简单,因此相对于标准差分进化算法,并没有增加算法的时间复杂度。

4 结果与分析

为了验证算法在求解变循环发动机不同工作点时的性能,选取变循环发动机的四个典型工作点:起飞($H=0\text{km}$, $Ma=0.3$, 双外涵)、亚声速巡航($H=11\text{km}$, $Ma=0.9$, 双外涵)、 $Ma1.5$ 巡航($H=11\text{km}$, $Ma=1.5$, 单外涵)、 $Ma2.0$ 巡航($H=11\text{km}$, $Ma=2.0$, 单外涵)。双外涵模式下,模式选择阀打开,核心机驱动风扇级导叶角度关小,单外涵模式下,模式选择阀关闭,核心机驱动风扇级导叶角度打开,为了使问题一般化,其余参

数均不调节。

4.1 标准差分进化算法控制参数研究

为了对比自适应差分进化算法与标准差分进化算法的性能差别,需要获取标准差分进化算法在求解变循环发动机模型时的最优控制参数。分别设置 F 与 CR 在区间 $[0, 1]$ 内变化,步长为 0.1。种群数 $NP = 10D$ (D 为平衡方程的阶数,单外涵模式时, $D=9$, 双外涵模式时, $D=10$), 最大进化代数 $G_{\max}=1000$ 。每个工作点独立运行 30 次,统计当标准差分进化算法满足发动机模型残差限时进化代数的平均值,结果如图 6 所示。由图 6 可见,标准差分进化算法在大部分参数组合下都可以在 1000 代以内稳定的求解发动机模型。 $Ma2.0$ 超巡点最优的参数组合为 $F=0.5$, $CR=1$, 其余工作点最优的参数组合都为 $F=0.4$, $CR=0.9$ 。可以看出,不同工作点最优的参数组合并不完全相同,为变循环发动机的每一个工作点都做类似的参数研究是不现实的,这也说明了本文发展自适应差分进化算法的必要性。

此外还可以发现,当 F 接近 0 或 1 时,标准差分进化算法求解每个工作点都很慢,甚至无法在要求的进化代数内达到发动机模型的残差限要求。当 F 小

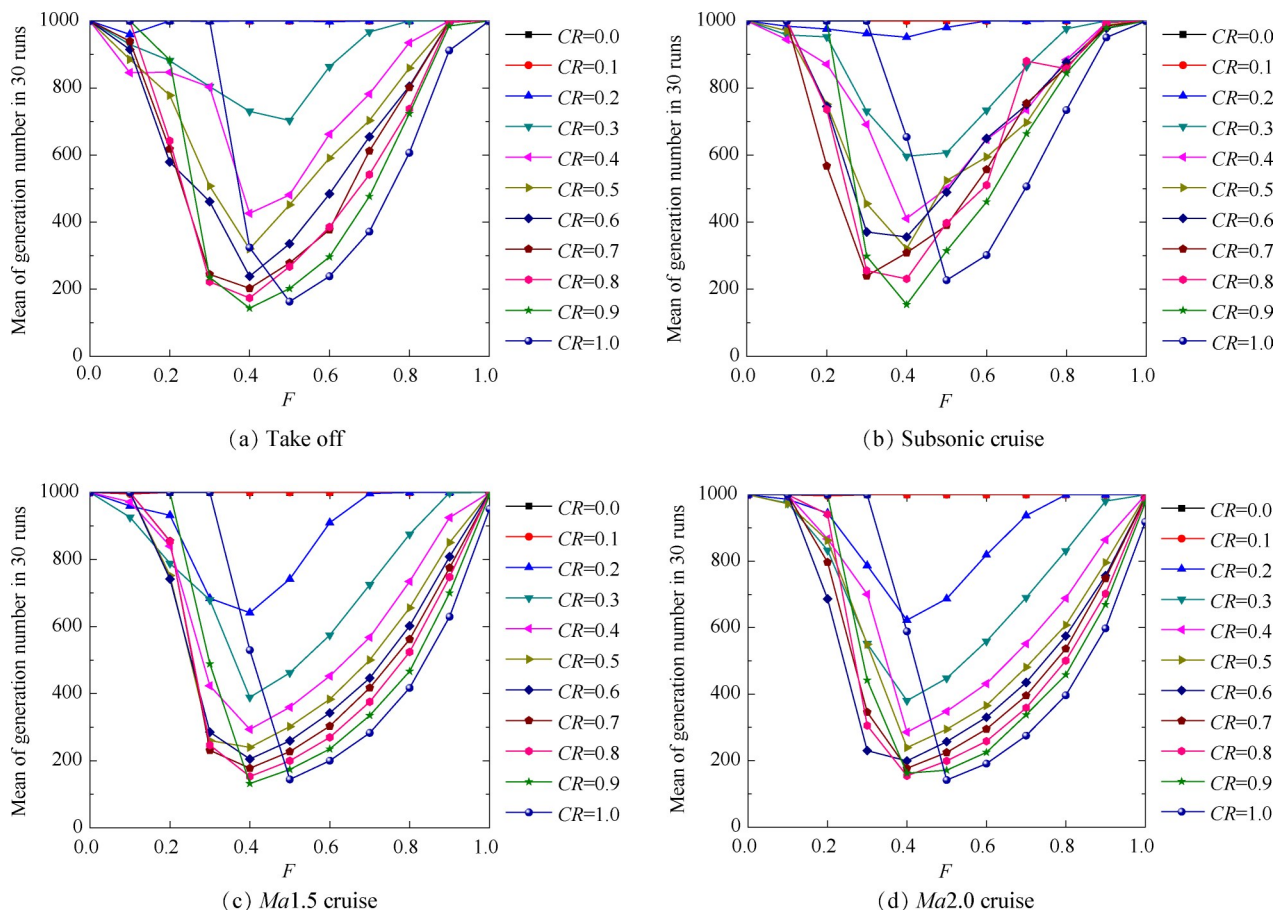


Fig. 6 Mean of generation number in 30 runs of SDE for engine model solving

于0.3时,标准差分进化算法在求解每个工作点时的进化代数都会随着 F 的减小而快速增加,这印证了本文 F 的自适应区间下限取0.3是合理的。与 F 不同的是, CR 即使等于1,也可以在特定的 F 值下快速地求解每个工作点。当 $CR<0.2$ 时,标准差分进化算法在求解每个工作点时都不能在1000代之内达到发动机模型的残差限要求,这也印证了本文 CR 的自适应区间下限取0.2是合理的。

4.2 自适应差分进化算法与标准差分进化算法性能对比

表4列出了自适应差分进化算法与标准差分进化算法在求解变循环发动机四个工作点时,独立运行30次收敛之后的进化代数均值与标准差,图7给出了相应的进化代数盒图。标准差分进化算法在每个工作点上使用的控制参数为上小节中所获取的最优参数组合,自适应差分进化算法的控制参数则使用本文提出的自适应机制, F 与 CR 的自适应区间分别为 $[0.3,1]$ 与 $[0.2,1]$ 。种群数都取 $NP=10D$ 。

从表4可以看出,相比标准差分进化算法,自适应差分进化算法在每个工作点上都获得了较小的均值,在起飞、亚声速巡航、 $Ma1.5$ 巡航与 $Ma2.0$ 巡航状态下,分别减少了进化代数52.7%,55.8%,53.6%,52.2%。从图7可以看出,虽然自适应差分进化算法

有高于均值的异常点,但是即便是异常点,其进化代数也远小于标准差分进化算法最快的样本点。这表明自适应差分进化算法在所有情况下的收敛速度都要优于标准差分进化算法。

从表4可以看出,在起飞和 $Ma1.5$ 巡航状态下,自适应差分进化算法获得了较小的标准差,在亚声速巡航和 $Ma2.0$ 巡航状态下,标准差分进化算法获得了较小的标准差,但是两种算法标准差之间的数值差距并不是很大。从图7可以看出,自适应差分进化算法与标准差分进化算法的样本分布密度并没有明显差别。这表明自适应差分进化算法在减少进化代数的同时对算法的鲁棒性无明显影响。

Table 4 Mean and standard deviation of generation number in 30 runs of ADE and SDE

Condition	ADE mean (Standard deviation)	SDE mean (Standard deviation)
Take off	67.9(5.27)	143.6(5.45)
Subsonic cruise	68.2(6.16)	154.3(5.97)
$Ma1.5$ cruise	61.3(4.22)	132.1(6.19)
$Ma2.0$ cruise	64.5(8.07)	132.1(6.19)

4.3 自适应差分进化算法自适应机制分析

自适应差分进化算法优于标准差分进化算法的主要原因就是自适应差分进化算法可以根据种群进

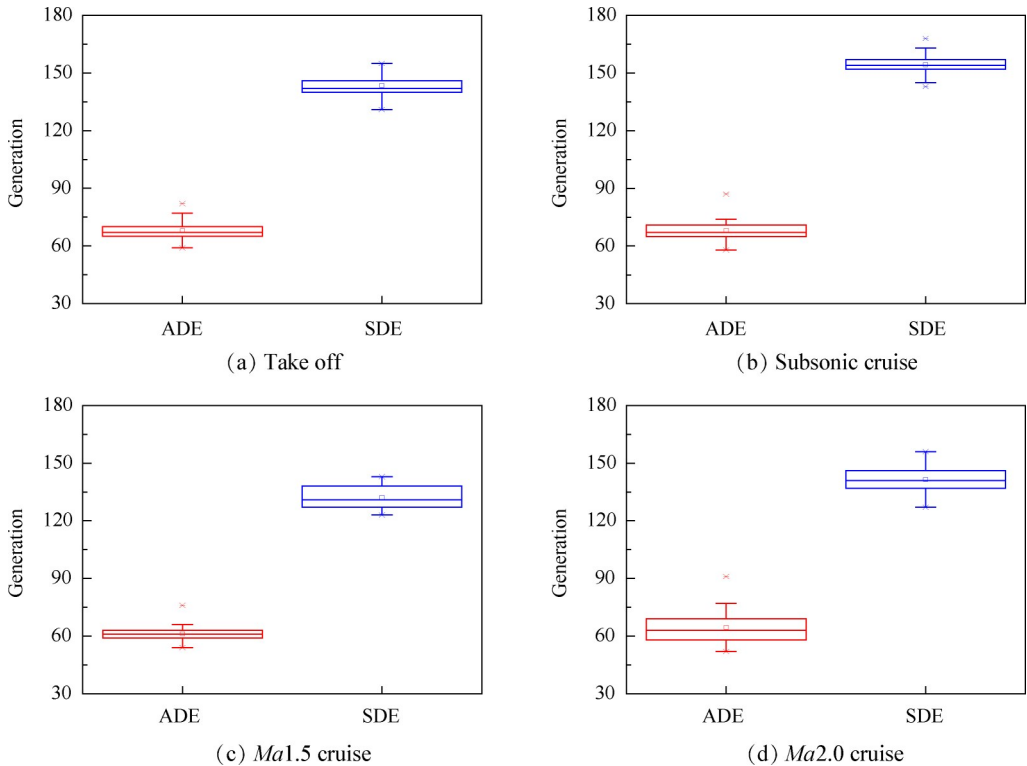


Fig. 7 Box chart of generation number in 30 runs of ADE and SDE

化经验选择当前进化中最合适的变异策略与控制参数,而标准差分进化算法的控制参数在整个进化过程中都保持不变。

图 8 给出了自适应差分进化算法在单次求解四个工作点时变异策略随进化代数的概率分布。可以看出,对于起飞和 $Ma1.5$ 巡航状态,在整个进化过程中,DE/best/1 具有较大的被选择概率,DE/rand/1 和 DE/best-of-rand/1 被选择的概率较小且基本相同。对于亚声速巡航和 $Ma2.0$ 巡航状态,其在进化前期的概率分布与前面两个工作点类似,但是在进化后期,DE/rand/1 被选择的概率为 0,且 DE/best/1 具有较大的被选择概率,这说明自适应差分进化算法在进化的前期使用 DE/rand/1 来保证算法的全局收敛能力,在进化后期充分利用了 DE/best/1 局部搜索能力较强的特点,从而在保证全局收敛的情况下加速了种群的收敛速度。显然,自适应差分进化算法在进化过程中会根据不同问题或者同一问题的不同阶段,自适应分配每个变异策略被选择的概率,从而有效地结合了各变异策略的优势。

图 9 给出了自适应差分进化算法在单次求解四个工作点时,控制参数随进化代数的分布。由于只有进化成功的个体才能增加其控制参数被选择的概率,因此图中只给出了进化成功的个体所对应的控制参数。控制参数的分布即可代表不同子区间上控制参数被选择的概率分布。从图 9 可以看出,自适应差分进化算法会根据进化经验不断调整控制参数的分布范围,从而可以在不同的进化阶段都使用较好

的控制参数。对比图 6 与图 9 可以看出,对于不同工作点,自适应差分进化算法在进化后期控制参数的分布区域与图 6 中具有较快收敛速度的参数分布区域基本吻合,这也说明了自适应差分进化算法控制参数自适应策略的有效性。

通过以上结果可以看出,自适应差分进化算法通过控制参数的自适应可以获取接近于标准差分进化算法最优控制参数的参数分布,从而可以具有与标准差分进化算法在最优控制参数下类似的性能。再结合变异策略的自适应,综合利用了不同变异策略的优势,从而在保证不影响算法鲁棒性的情况下大幅降低了算法的进化代数。

4.4 自适应差分进化算法种群规模研究

本文标准差分进化算法与自适应差分进化算法都采用固定的种群规模 $NP = 10D$ 。当自适应差分进化算法的变异策略与控制参数都采用自适应机制后,仅剩 NP 在进化中保持不变。由于种群规模的减少会使每一代进化时发动机模型的调用次数减少,此时即使进化代数保持不变,算法收敛的速度依然会增加,因此本小节直接使用发动机模型调用次数来评估种群规模对自适应差分进化算法性能的影响。

图 10 给出了自适应差分进化算法求解四个工作点时, NP 对发动机模型调用次数的影响,自适应差分进化算法在每个种群规模下独立运行 30 次。其中, ADE-10D 表示 NP 设定为 $10D$ 的自适应差分进化算法,其余与之类似。可以看出,对于所有工作点,随

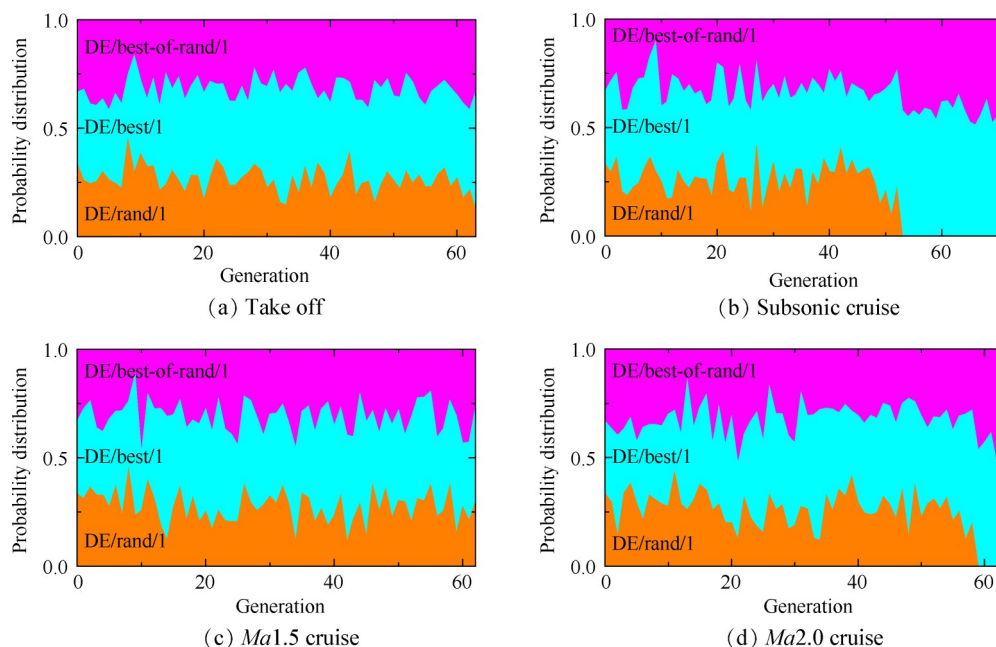


Fig. 8 Probability distribution of mutation mode during evolution

着 NP 的减少,发动机模型调用次数呈减少的趋势。然而除了起飞条件,其余工作点在 NP 减少至 $8D$ 后均出现了远大于均值的异常点,这表明随着 NP 的减少,虽然模型调用有所减少,但是算法的鲁棒性也随

之下降。因此可以认为 $NP \geq 9D$ 是较为合理的选择,同时考虑到本文也仅仅测试了四个典型工作点,考虑到需要在全包线范围内留有足够的鲁棒性裕度,本文建议 NP 取为 $10D$ 。

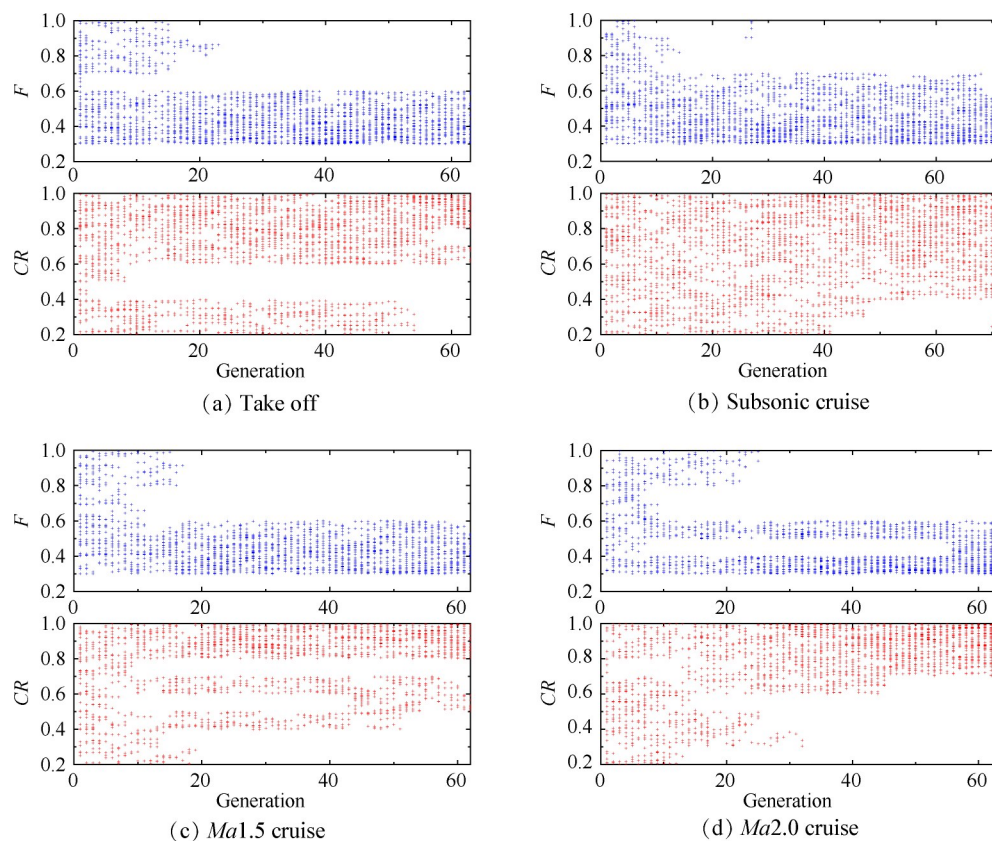


Fig. 9 Parameter distribution of F and CR during evolution

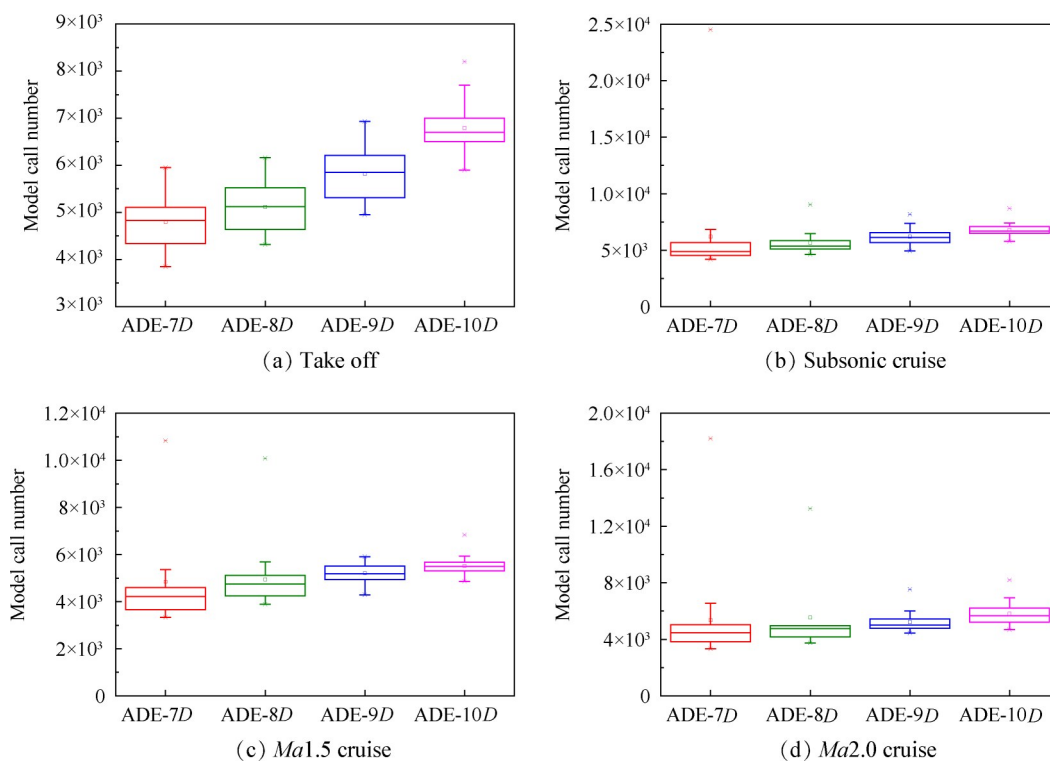


Fig. 10 Box chart of model call number in 30 runs of ADE with different population size

5 结 论

本文针对变循环发动机总体性能计算模型中的复杂求解问题,提出采用优化算法求解的思路,发展了一种改进型自适应差分进化算法,并应用于变循环发动机计算模型中。通过研究,得到以下结论:

(1)标准差分进化算法在求解变循环发动机模型时具有较好的鲁棒性,可以在大部分的控制参数组合下稳定地求解发动机模型。对于标准差分进化算法,存在最优的控制参数组合使得发动机模型求解速度最快,且对于发动机的不同工作点,最优的控制参数组合并不完全相同。

(2)本文提出的自适应差分进化算法可以根据进化经验在进化过程中自适应地调整算法的变异策略和控制参数。与使用最优控制参数的标准差分进化算法相比,自适应差分进化算法在求解变循环发动机四个典型工作点时,可以在保证算法鲁棒性的同时,分别减少算法平均进化代数 52.7%, 55.8%, 53.6%, 52.2%。

(3)种群规模对自适应差分进化算法的鲁棒性影响较大,当种群规模过小时,虽然自适应差分进化算法的平均效率有所提升,但是鲁棒性却随之降低,通过本文的研究,种群规模取 $10D$ (D 表示平衡方程的阶数)可以兼顾算法的效率与鲁棒性。此外,本文自适应差分进化算法还是采用了固定的种群规模,后期可考虑加入相应的种群规模自适应机制。

致 谢:感谢国家自然科学基金与国家科技重大专项的资助。

参考文献

- [1] Johnson J E. Variable Cycle Engine Developments at General Electric 1955-1995[R]. AIAA 97-15033.
- [2] LI Song-lin, SUN Jian-guo. Application of Genetic Algorithm to Solving Nonlinear Model of Aeroengines[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2003, 16(2): 69-72.
- [3] 苏三买, 廉小纯. 遗传算法在航空发动机非线性数学模型中的应用[J]. 推进技术, 2004, 25(3): 237-240. (SU San-mai, LIAN Xiao-chun. Application of Genetic Algorithm in Aeroengine Nonlinear Mathematical Models [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(3): 237-240.)
- [4] 苏三买, 陈永琴. 基于混合遗传算法的航空发动机数学模型解法[J]. 推进技术, 2007, 28(6): 661-664. (SU San-mai, CHEN Yong-qin. Hybrid Genetic Algorithm in Solving Aeroengine Nonlinear Mathematical Model [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2007, 28(6): 661-664.)
- [5] 孟荣华, 覃太贵, 余 刚, 等. 变循环发动机模型的求解算法研究[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(14): 71-79.
- [6] 伍建伟, 刘夫云, 甘 林, 等. 遗传算法求解变循环发动机稳态性能参数研究[J]. 上海航天, 2016, 33(5): 77-83.
- [7] 杨 伟, 冯雷星, 彭靖波, 等. 求解航空发动机数学模型的混合智能方法[J]. 推进技术, 2008, 29(5): 614-616. (YANG Wei, FENG Lei-xing, PENG Jing-bo, et al. An Intelligent Algorithm for Solution of Nonlinear Mathematical Model for Aeroengine [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2008, 29(5): 614-616.)
- [8] 黄飞燕, 黄洲荣, 陈洪骏. 基于粒子群算法的变循环发动机部件法建模及优化[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(14): 107-116.
- [9] 王 军, 隋岩峰. 求解航空发动机数学模型的迭代算法及其改进算法的收敛性研究[J]. 系统仿真学报, 2014, 26(2): 310-314.
- [10] 钱海鹰, 杨培源, 徐松林. 基于粒子群算法的发动机部件模型求解[J]. 推进技术, 2012, 33(6): 974-980. (QIAN Hai-ying, YANG Pei-yuan, XU Song-lin. Application of Particle Swarm Optimization in Obtaining Solution of Aeroengine Component-Level Model [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2012, 33(6): 974-980.)
- [11] 王星博, 王永华, 于光辉. 引入平均最好位置的量子粒子群算法及在航空发动机非线性模型求解中的应用[J]. 航空发动机, 2013, 39(1): 23-29.
- [12] 李 丹, 黎国保, 杨欣毅. 基于分层克隆粒子群算法的航空发动机性能仿真[J]. 系统仿真技术, 2015, 11(1): 32-39.
- [13] 白 洋, 段黎明, 柳 林, 等. 基于改进的混合粒子群算法的变循环发动机模型求解[J]. 推进技术, 2014, 35(12): 1694-1700. (BAI Yang, DUAN Li-ming, LIU Lin, et al. Solving Variable Cycle Engine Model Based on Improved Hybrid Particle Swarm Optimization [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(12): 1694-1700.)
- [14] 肖红亮, 李华聪, 李 嘉, 等. 基于QPSO混合算法的变循环发动机建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(2): 305-315.
- [15] Qi Xiaofeng, Palmieri F. Theoretical Analysis of Evolutionary Algorithms with an Infinite Population Size in Continuous Space, Part I: Basic Properties of Selection and Mutation[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1994, 5(1): 102-129.
- [16] 明 亮. 遗传算法的模式理论及收敛理论[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2006.
- [17] Bergh F V D. A Study of Particle Swarm Optimization Particle Trajectories [J]. *Information Sciences*, 2006,

- 176(8): 937-971.
- [18] 任子晖, 王 坚, 高岳林. 马尔科夫链的粒子群优化算法全局收敛性分析[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(4): 462-466.
- [19] 潘 峰, 周 倩, 李位星, 等. 标准粒子群优化算法的马尔科夫链分析[J]. 自动化学报, 2013, 39(4): 381-389.
- [20] Storn R, Price K. Differential Evolution—A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1995, 23(1).
- [21] Storn R, Price K. Differential Evolution—A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 25(11): 341-359.
- [22] 贺毅朝, 王熙照, 刘坤起, 等. 差分演化的收敛性分析与算法改进[J]. 软件学报, 2010, 21(5): 875-885.
- [23] Ghosh S, Das S, Vasilakos A V, et al. On Convergence of Differential Evolution over a Class of Continuous Functions with Unique Global Optimum[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2012, 42(1): 107-124.
- [24] Zhong Hu, Shengwu Xiong, Qinghua Su, et al. Sufficient Condition for Global Convergence of Differential Evolution Algorithm[J]. *Journal of Applied Mathematics*, 2013, 2013(1): 1044-1065.
- [25] 宁桂英, 周永权. 基于差分进化算法的收敛性分析[J]. 南通大学学报(自然科学版), 2014, 13(3): 90-94.
- [26] Sellers J F, Daniele C J. DYNGEN: A Program for Calculating Steady-State and Transient Performance of Turbojet and Turbofan Engines[R]. *NASA TN D-7901*, 1975.
- [27] Joachim K. How to Get Component Maps for Aircraft Gas Turbine Performance Calculation[R]. *ASME 96-GT-164*.
- [28] Daniela Zaharie. Critical Values for the Control Parameters of Differential Evolution Algorithms[C]. *Brno: 8th International Conference on Soft Computing*, 2002.

(编辑:朱立影)