

对转双转子系统临界转速求解方法的改进与对比^{*}

王 存

(北京动力机械研究所 激光推进及其应用国家重点实验室, 北京 100074)

摘 要: 为解决对转双转子航空发动机临界转速求解的难题, 满足转子动力学设计需求, 结合商业有限元软件, 给出直接法和完全法两种临界转速求解方法, 并结合算例详细论述了方法的理论基础和求解过程, 最终以谐波响应分析结果加以验证。研究表明: 基于商业有限元软件特征值分析的完全法不需要任何振型信息, 就可对正反进动曲线进行区分, 极大简化了对转双转子系统临界转速的求解过程, 而由有限元软件生成矩阵后进行处理并计算的直接法不需迭代, 可由一次特征值求解得到全部临界转速。双转子系统临界转速的计算结果表明, 直接法、完全法和谐波响应分析的结果完全一致。双转子对转时, 正进动临界转速曲线随非激励源转子的转速绝对值增加而降低, 使临界转速分布规律区别于同转转子的, 其动力特性需予以细致考虑。

关键词: 转子动力学; 双转子系统; 对转; 临界转速; 直接法; 完全法

中图分类号: V233 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2021) 06-1372-08

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 190763

Improvement and Comparison on Critical Speeds Calculation Methods of Counter Rotating Two Spools Rotor System

WANG Cun

(State Key Laboratory of Laser Propulsion and Application, Beijing Power Machinery Institute, Beijing 100074, China)

Abstract: Two methods named Direct method and Complete method were established based on the commercial finite element software, to resolve the critical speeds calculation problem of counter-rotating rotor system and satisfy the design requirement of rotor dynamics. The basic theory and calculation process of two methods were presented in detail with a typical two spools system, while the results were verified by Harmonic response analysis. Results exhibit that the Complete method based on the eigenvalues analysis of finite element software could distinguish curves of forward or backward precession easily without any information of vibration modes, which means the solving process could be simplified significantly. The Direct method was carried out on the matrices drawn from finite element software, and all the critical speeds could be acquired by only single eigenvalues calculation without iterations. The critical speeds of a typical two spools system obtained by Direct method, Complete method and Harmonic response are exactly the same. When two spools are counter-rotating, forward precession curves descend with the increased absolute rotational speed value of the rotor which is not the excitation source. Therefore, the critical speeds are totally different from those obtained from co-rotating spools, and the dynamic characteristics of counter-rotating spools must be designed carefully.

Key words: Rotor dynamics; Two spools system; Counter-rotating; Critical speed; Direct method; Complete method

^{*} 收稿日期: 2019-11-07; 修订日期: 2020-03-17。

通讯作者: 王 存, 博士, 工程师, 研究领域为航空发动机结构强度振动。E-mail: wangcunwangcun@163.com

引用格式: 王 存. 对转双转子系统临界转速求解方法的改进与对比[J]. 推进技术, 2021, 42(6): 1372-1379. (WANG Cun. Improvement and Comparison on Critical Speeds Calculation Methods of Counter Rotating Two Spools Rotor System [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(6): 1372-1379.)

1 引言

在双转子小涵道比涡扇发动机中,高压转子后轴承为中介支点的支承方案,已在许多军、民用发动机中得到应用,如图1所示^[1]。中介支点的使用可以缩短发动机轴向长度,减少承力框架的数目^[2],但中介支点使高低压转子振动相互耦合而不再是独立的动力学系统,高低压转子两个激励源使系统存在与高低压转子转速分别同步的临界转速,使临界转速特性变得相当复杂^[3]。从高低压转子的旋转方向上,可以将带有中介支点的转子系统分为两类,即高低压转子转向相同与转向相反(同转和对转)^[4]。其中,对转设计能够减少导向器叶片数量从而降低发动机重量,但对转将使发动机临界转速和不平衡响应特征发生显著变化^[5]。

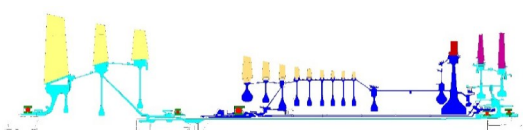


Fig. 1 Typical rotor system of turbofan engine with inner-shaft bearing

已有许多学者对双转子系统同转和对转设计下的固有特性和响应特征进行了理论分析、仿真计算和实验验证。对于同转转子系统,晏砺堂^[6]采用子结构传递矩阵法、洪杰等^[7]采用整体传递系数法计算得到了系统临界转速。对于对转双转子系统,Gunter等^[8]亦通过传递矩阵法计算了系统临界转速,Ferraris等^[9]则获得了刚度不对称的对转转子临界转速、不平衡响应以及进动方向的变化规律。上述文献多是基于传递矩阵法建立的求解方法,相比于有限元法,特别是成熟的商业有限元软件,均存在求解精度、数值稳定性和求解效率上的不足。

随着有限元技术的发展,建立反映转子乃至整机系统动力学特征的有限元模型,从而分析转子系统临界转速和响应特性的方法,由其便捷性和准确性开始受到研究人员青睐。对同转转子,陈果^[10]采用翟方法对整机有限元动力学模型进行计算,由整机振动响应峰值提取系统临界转速。李朝峰等^[11]计算分析了轴承支承刚度和转速比对系统临界转速的影响。孙传宗等^[12]将模态缩减后的机匣-双转子有限元模型用于临界转速求解。对于对转转子,缪辉等^[13]利用有限元法分析了转子临界转速特性和振型特点。张大义等^[14-15]基于商业有限元软件,分别在转

子系统、整机系统中计算得到了临界转速,并给出了基于振型筛选的临界转速计算流程,细化了航空发动机设计准则^[16]中的求解方法。路振勇等^[17]验证了简化的双转子系统动力学模型精度,将该模型用于非线性问题分析。

上述文献基本是通过响应峰值求解或特征方程的特征值求解来获得系统临界转速的。前者需要确定的高低压转速关系。后者中,各文献确定对转转子临界转速的方法仍有不同,且除文献^[14]外,均未提供详实的求解流程。文献^[14]以同转和对转时高低压转子陀螺力矩对各阶模态振型作用规律不同为理论基础形成振型筛选法,当模态振型以非激励源转子为主时,选取反进动曲线与转速激励线交点作为临界转速。但振型筛选对经验需求高,且对转时系统特征值由同转时获得,存在一定不足。

本文基于前述研究,给出基于商业有限元软件的同转和对转转子系统临界转速分析方法,对振型筛选法进行简化和改进。作为对比,给出由矩阵进行一次特征值运算从而得到系统全部临界转速的直接法。对两方法的原理和各自优势进行系统论述。

2 特征值和临界转速求解方法

2.1 自转转速对单转子系统特征值及临界转速的影响

在进行方法介绍前,首先明确特征值和临界转速两个概念的关系和区别。若给定转子系统振动微分方程中转子的自转转速,则系统的陀螺矩阵确定,此时可以求得该自转转速下的特征值即进动转速。但该特征值并非系统的临界转速,只有给定的自转转速与特征值(进动转速)相等时,该自转转速才是临界转速,这也是Campbell图法求解临界转速的基本原理。

如图2所示,若不考虑各盘的轴向和扭转振动,则该系统每个盘有两个平动和两个转动自由度 $x_i, \theta_{yi}, y_i, -\theta_{xi}$ 共计四个自由度, i 为盘序号。 θ_{yi} 为盘绕 y 轴,即盘在 zox 平面内转动角度的投影,而 $-\theta_{xi}$ 为盘绕 x 轴,即盘在 zoy 平面内转动角度的投影,以逆时针为正。需要说明的是,在有限元软件中,自由度是按 $x_i, y_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$ 方式排列的。

假设系统在 x 和 y 方向对称,盘质量为 m_i ,直径转动惯量为 J_{di} ,极转动惯量为 J_{pi} ,转子自转转速为 Ω ,引入刚度矩阵 $\mathbf{K}_i$,系统有 N 个盘时,则 zox 平面和 zoy 平面的振动微分方程为

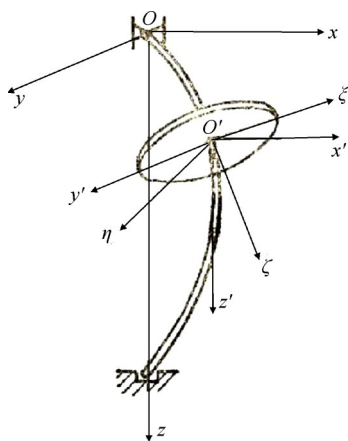


Fig. 2 Rotor system with single disk

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 \{\ddot{u}_1\} + \Omega \mathbf{J}_1 \{\dot{u}_2\} + \mathbf{K}_1 \{u_1\} &= 0 \\ \mathbf{M}_1 \{\ddot{u}_2\} - \Omega \mathbf{J}_1 \{\dot{u}_1\} + \mathbf{K}_1 \{u_2\} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & J_{d1} & & \\ & & \dots & \\ & & & m_N \\ & & & & J_{dN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & J_{p1} & & \\ & & \dots & \\ & & & 0 \\ & & & & J_{pN} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \{u_1\} &= [x_1, \theta_{y1}, x_2, \theta_{y2}, \dots, x_N, \theta_{yN}]^T \\ \{u_2\} &= [y_1, -\theta_{x1}, y_2, -\theta_{x2}, \dots, y_N, -\theta_{xN}]^T \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)中, Ω 前的正负号差异是由于 θ_{yi} 和 $-\theta_{xi}$ 的方向不同所致, 振动微分方程的具体推导可参见文献[18]。

$$\begin{aligned} \{u\} &= \begin{Bmatrix} \{u_1\} \\ \{u_2\} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}_1 \\ -\mathbf{J}_1^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

式(1)可写为

$$\mathbf{M} \{\ddot{u}\} + \mathbf{G} \{\dot{u}\} + \mathbf{K} \{u\} = 0 \quad (5)$$

式中 $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, 两者均为实对称正定矩阵, $\mathbf{G}$ 为实反对称矩阵。且 $\mathbf{G} = \Omega \mathbf{J}$ 。

令

$$\{z\} = \{u_1\} + i \{u_2\} \quad (6)$$

式中 i 为虚数符号, 式(1)改写为

$$\mathbf{M}_1 \{\ddot{z}\} - i\Omega \mathbf{J}_1 \{\dot{z}\} + \mathbf{K}_1 \{z\} = 0 \quad (7)$$

忽略阻尼的情况下, 可通过式(5)和式(7)分别求解临界转速。

2.1.1 直接法

采用式(7)求解, 本文称之为直接法。该法不能考虑转子的非对称性, 如支承刚度在 x 和 y 方向上的非对称以及质量和转动惯量的非对称性。但对于对称的转子来说, 求解非常便捷。

式(7)的通解为

$$\{z\} = \{A\} e^{i\omega t} \quad (8)$$

式中 ω 为转子公转即进动速度。代入式(7), 有

$$[-\omega^2 \mathbf{M}_1 + \omega \Omega \mathbf{J}_1 + \mathbf{K}_1] \{A\} = 0 \quad (9)$$

同步正进动临界转速下, 公转速度等于自转速度, 并取自转转速方向为正, 则 $\omega = \Omega > 0$ 。代入式(9), 令行列式等于0, 得到式(10), 可求得临界转速。

$$\det(-(\mathbf{M}_1 - \mathbf{J}_1)\omega^2 + \mathbf{K}_1) = 0 \quad (10)$$

可见若系统总自由度数为 $4n$, 由上式可解得 $2n$ 个正值 ω^2 , 并由 $\omega > 0$ 得 $2n$ 个正值 ω 解, 即正进动临界转速值。

若转子做同步反进动, 则有 $\omega = -\Omega < 0$, 代入式(9)并令行列式为0, 得到

$$\det(-(\mathbf{M}_1 + \mathbf{J}_1)\omega^2 + \mathbf{K}_1) = 0 \quad (11)$$

类似的, 可得 $2n$ 个 ω 负值解, 即反进动临界转速值。正反进动临界转速值总数共 $4n$ 个, 与转子系统自由度数目相符。对比式(10)和式(11)可见, 同步正进动临界转速下, 可认为振动微分方程中系统的质量减小, 因而临界转速大于无转速时的系统特征值, 而反进动临界转速下系统的质量增加, 因而临界转速比无转速时的系统特征值小。

综上, 直接法可以通过一次特征值运算直接得到系统的全部正进动临界转速。但在商业有限元软件中, 该方法并不多见。本文将在提取有限元软件生成的矩阵后, 在 Matlab 中对式(10)和式(11)进行计算。

2.1.2 完全法

商业有限元软件, 如 ANSYS 中, 是通过 QR 分解等方法对振动方程(5)进行求解, 来获得广义特征值的。通过求解不同自转转速下系统的特征值, 形成 Campbell 图的方法, 本文称为完全法。

对式(5)无法直接求解特征值, 需进行状态变换, 其过程不再赘述, 状态变换后有

$$\mathbf{D}\psi = \lambda\psi \quad (12)$$

式中 λ 为复特征值, ψ 为右特征向量。

$$D = \begin{bmatrix} -(M^{-1})G & -(M^{-1})K \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 I 为单位矩阵。

求解矩阵(式(13))得到的特征值总数为2倍的自由度数目,即对与2.1.1节相同的转子动力学问题,可获得 $8n$ 个特征值,共 $4n$ 个共轭复数对,且均为纯虚数^[18]。这意味着,所有正反进动解,均具有与之共轭的结果,无法像直接法一样从数值的符号上判断该值是正进动或反进动。

对于单转子系统,陀螺力矩使正进动特征值绝对值增大而使反进动特征值绝对值减小,因此以自转转速 Ω 为横轴(自变量),特征值 λ 虚部的绝对值为纵轴(因变量)作图,即可由正反进动特征值随转速的变化规律,确定各阶正反进动曲线,此时,正进动与 $1 \times$ 转速线的交点即为正进动临界转速。

2.2 自转转速对双转子系统特征值及临界转速的影响

双转子系统,两个转子上的不平衡激励均会激起系统的临界转速,进动转速等于高压转子转速或低压转子转速。同转转子的临界转速求解在技术上并无难度。而对转时,张大义等^[14-15]给出了基于振型筛选的 Campbell 图绘制方法。振型筛选法需要根据转子系统振型中占主导地位的转子对正反进动曲线进行筛选。在高低压转子耦合较小的振型中较为便捷,且误差不大,但由于对转时仍使用了同转得到的特征值,在耦合较强时则可能造成结果较大的误差。因此,本节将从原理出发,给出对转双转子系统临界转速求解的直接法和完全法,以克服振型筛选法的不足。

2.2.1 直接法

双转子系统陀螺矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 0 & J_{01}\Omega_1 & 0 \\ -J_{01}^T\Omega_1 & 0 & J_{02}\Omega_2 \\ 0 & -J_{02}^T\Omega_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

低、高压转子盘极转动惯量形成的矩阵分别为 J_{01} 和 J_{02} , 自转转速 Ω_1, Ω_2 , 将式(7)写为

$$M_1 \{\ddot{z}\} - i \begin{bmatrix} J_{01}\Omega_1 & \\ & J_{02}\Omega_2 \end{bmatrix} \{\dot{z}\} + K_1 \{z\} = 0 \quad (15)$$

式(9)对应的行列式写为

$$\det(-M_1\omega^2 + \omega \begin{bmatrix} J_{01}\Omega_1 & \\ & J_{02}\Omega_2 \end{bmatrix} + K_1) = 0 \quad (16)$$

考虑低压转子激起的正进动临界转速,则系统进动角速度与低压转子自转转速相等,即 $\omega = \Omega_1 > 0$, 假

设高、低压转子转速为比例关系,即 $\Omega_2 = k\Omega_1 = k\omega$ 。代入式(16),可得

$$\det(-M_1\omega^2 + \omega^2 \begin{bmatrix} J_{01} & \\ & kJ_{02} \end{bmatrix} + K_1) = 0 \quad (17)$$

不论 k 值正负,即无论高低压转子转速方向是否相同,求解行列式可得低压转子激起的正进动临界转速。如果将 k 值取值范围设置为 $-\infty \sim +\infty$, 并将不同 k 值得到的临界转速 ω 和高压转子自转转速 $k\omega$ 绘制于以进动转速(低压转速)为纵轴,高压转速为横轴的图中,也可得到低压转子激励的 Campbell 图。

若 $\omega = -\Omega_1 < 0, \Omega_2 = k\Omega_1 = -k\omega$, 代入式(16)有

$$\det(-M_1\omega^2 + \omega^2 \begin{bmatrix} -J_{01} & \\ & -kJ_{02} \end{bmatrix} + K_1) = 0 \quad (18)$$

求解行列式可得低压转子激起的反进动临界转速。求解高压转子激起临界转速的方法不再赘述。显然,直接法不需迭代,一次求解可得确定转速关系下的临界转速。本文在提取有限元软件生成的矩阵后,在 Matlab 中对式(17)和式(18)进行计算。

2.2.2 完全法

在未知转速关系时,直接法不再适用,应绘制 Campbell 图。对于某一组确定的高低压转速值,行列式仍为式(16),此时未给定公转转速与自转转速关系,直接求解行列式变得非常困难,且效率极低。

在有限元软件仍采用 2.1.2 节中的广义特征值法,对式(5)求解某一转速组合对应的特征值。此时无法从数值的正负判断正反进动。为明确对转转子正反进动特征值随转速的变化规律,作如下分析:

首先,对式(15)进行状态变换可得

$$D_0 = \begin{bmatrix} i(M_1^{-1}) \begin{bmatrix} J_{01}\Omega_1 & \\ & J_{02}\Omega_2 \end{bmatrix} & -(M_1^{-1})K_1 \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

此时得到的特征值数目是式(15)自由度数目的两倍,因而与系统自由度总数相等,根为纯虚数,互相不具备共轭关系,正进动对应特征值为正虚数,反进动对应特征值为负虚数。

令高压转速不变 $\Delta\Omega_2 = 0$, 低压转速变化 $\Delta\Omega_1 > 0$, 系统振型不变,则有

$$\Delta D_0 \psi = \Delta \lambda_0 \psi \quad (20)$$

$$\Delta D_0 = \begin{bmatrix} i(M_1^{-1}) \begin{bmatrix} J_{01}\Delta\Omega_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

由式(20)和式(21)可知,此时求得的 $\Delta\lambda_0$ 必为正虚数或 0, 这意味着无论两转子同转或对转,在某一转子转速不变,另一个转子的转速变化 $\Delta\Omega > 0$ 时,正

进动对应的正虚数特征值的绝对值增大,而反进动对应的负虚数特征值的绝对值减小。

借由这一规律,可以对由商业有限元软件计算得到的特征值进行区分。如图3所示,将某一确定 Ω_2 下,不同 Ω_1 时,算得的全部特征值取绝对值后绘制于图中,由前述规律可区分正反进动曲线,上升曲线为正进动,下降曲线为反进动。

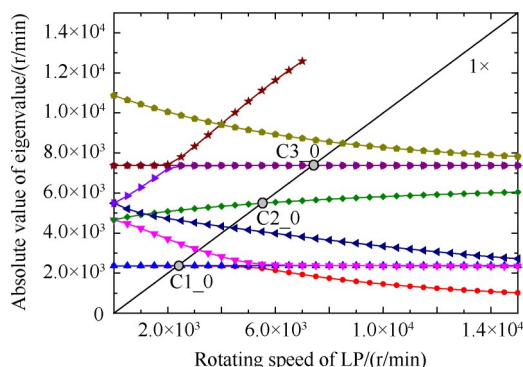
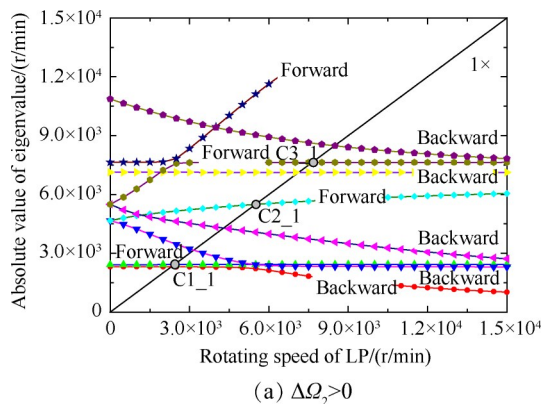
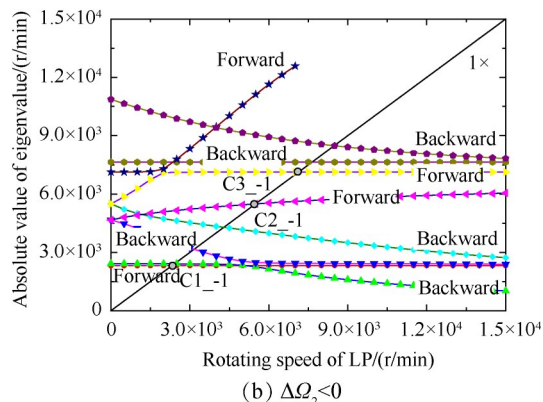


Fig. 3 Critical speeds excited by low-pressure(LP) rotor with constant high-pressure(HP) rotor speed Ω_2

假定一个新的高压转速值,高压转速变化量 $\Delta\Omega_2$,遍历低压转速,仍由前述方法区分正反进动曲线,如图4所示。



(a) $\Delta\Omega_2 > 0$



(b) $\Delta\Omega_2 < 0$

Fig. 4 Critical speeds excited by LP rotor with constant speed $\Omega_2 + \Delta\Omega_2$ of HP rotor

在图3和图4中绘制低压转速等转速线,得到等转速线与正进动曲线的交点,即可得到某确定的高压转速下的临界转速。

由前述推导,对于新的高压转速值,若 $\Delta\Omega_2 > 0$,则在各个固定的 Ω_1 下,正进动对应的正虚数特征值均增大,即正进动曲线整体上移(图4(a)相比图3)。若 $\Delta\Omega_2 < 0$,则正进动对应的正虚数特征值减小,正进动曲线整体下移(图4(b)相比图3)。因此,只要 $\Delta\Omega_2 > 0$,则正进动曲线与等转速线交点的数值必然增大,即 $C_{i-1} > C_{i-0} > C_{i-1}$

最终得到不同高压转速 Ω_2 下的系统进动速度,即图5所示的低压转子激励的Campbell图,可见,各曲线均随着 Ω_2 的增大而增大。

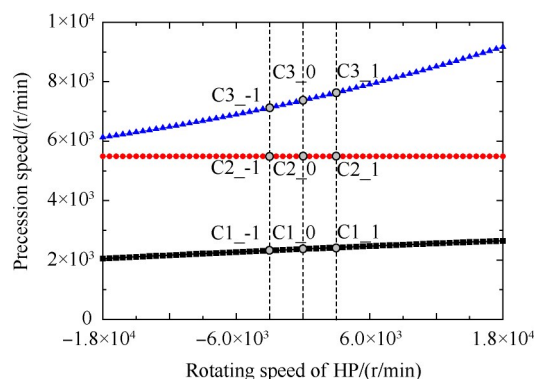


Fig. 5 Campbell diagram excited by LP rotor with different speed of HP rotor

可见,整个过程不涉及高低压转子的振型筛选,大幅简化了振型筛选法求解临界转速的操作流程。

2.2.3 谐响应法

同时,本文采用谐响应方法求解不平衡激励下转子系统的响应,以响应峰值对直接法和完全法计算得到的临界转速结果进行验证。

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{u}}\} + \mathbf{G}\{\dot{\mathbf{u}}\} + \mathbf{K}\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{f}\} \quad (22)$$

低压激励时,有

$$\{\mathbf{f}\} = \{\mathbf{F}\}e^{i\Omega_1 t}, \{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{U}\}e^{i(\Omega_1 t + \alpha)}$$

代入式(22),则有

$$\{\mathbf{U}\}e^{i\alpha} = (-\mathbf{M}\Omega_1^2 + i\Omega_1\mathbf{G} + \mathbf{K})\{\mathbf{F}\} \quad (23)$$

令 $\Omega_2 = k\Omega_1$,代入陀螺矩阵 $\mathbf{G}$, k 可取为正值或负值,表示高压转子与低压转子同转或对转。求得不同转速下的响应。高压激励时类似,见下式

$$\{\mathbf{U}\}e^{i\alpha} = (-\mathbf{M}\Omega_2^2 + i\Omega_2\mathbf{G} + \mathbf{K})\{\mathbf{F}\} \quad (24)$$

求解时应为系统设置一定阻尼,否则在临界转速处,响应理论上趋于无穷大。

3 双转子系统临界转速分析

根据图1所示转子的质量和刚度特征,建立了梁单元有限元模型(图6中显示了梁截面形状,各级轮盘位置布置有质量元以模拟轮盘和叶片的质量及转动惯量),高压后支点为中介轴承。

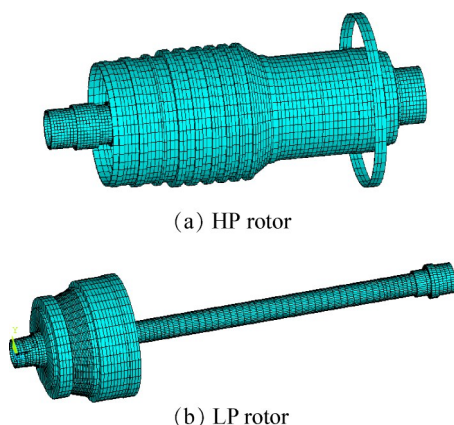


Fig. 6 Beam element model of rotors

3.1 直接法

在临界转速分析中,主要考虑由不平衡激励激起的横向振动,因此约束有限元模型的轴向,以及扭转自由度。将低压和高压转子分别设置为单位转速 1 rad/s 后,由 ANSYS 提取系统的陀螺矩阵。同时提取系统质量 M 和刚度 K 矩阵,并将自由度按照 $x_i, \theta_{yi}, y_i, -\theta_{xi}$ 重新排列,获得形如式(19)中的各矩阵。

采用 Matlab 求解形如式(17)的行列式,可以得到高低压转子转速比 k 为不同数值时,高压转子激起的临界转速,绘于图7中,其中 $k=-0.25, -1, -2, -3, -4, -5, 5, 4, 3, 2, 1, 0.25$ 。纵轴为高低压转子公转转速即进动速度,此时进动速度等于高压转子自转转速。图中实线表示采用同一 k 值计算得到的结果,虚

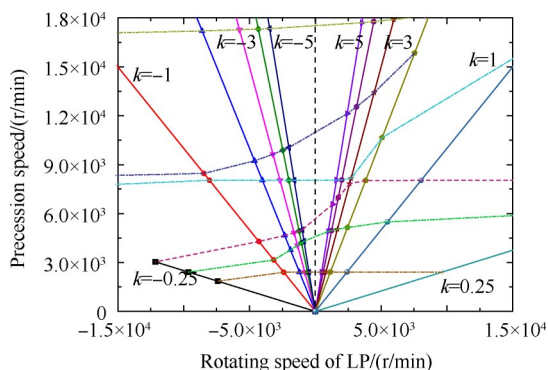


Fig. 7 Forward precession critical speeds solved by direct method

线表示将各 k 值计算得到的结果按大小顺序连接。可见,如想获得实际转子工作线下的临界转速和工作裕度,可以通过设置大量 k 值重复直接法计算的方式获得 Campbell 图实现。

3.2 完全法

直接在 ANSYS 中采用完全法求解高压转子激起的临界转速。类似于 2.2.2 节的求解流程,对高压激励临界转速:(1)选取某一确定的低压转子转速 Ω_1 , 求出不同 Ω_2 下系统特征值。(2)绘制特征值绝对值随 Ω_2 变化的曲线,将 $1\times$ 转速线与所有曲线的交点取出。(3)选取新的低压转子转速 Ω_1 , 重复上述过程。(4)将所有固定 Ω_1 下求得的交点绘于图中并连接,形成高压转子激起临界转速的 Campbell 图如图8所示。(5)去除所有低压转速由 $-\infty \sim +\infty$ 变化而下降的数值即可得到正进动曲线。(6)绘入真实发动机高低压转子共同工作线,得到临界转速,全过程如图8所示。

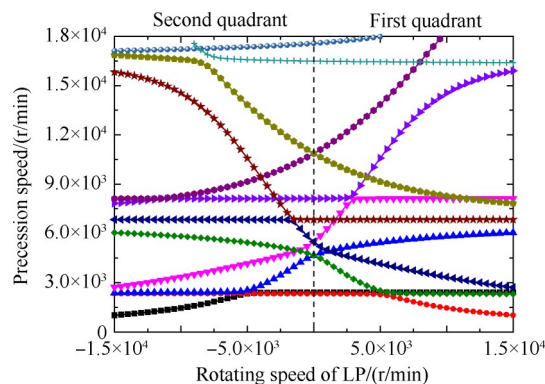


Fig. 8 Campbell diagram excited by HP rotor with different speed of LP rotor

作为对比,将由直接法算得的 $k=5$ 和 -5 时的系统临界转速值一并绘于图9,可见临界转速值完全落于正进动曲线上,即 3.2 节完全法与 3.1 节直接法的求解结果相符。

$k=5$ 时,高压激起的临界转速对应高压转子转速

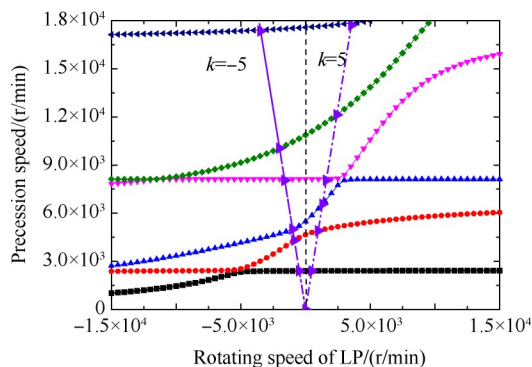
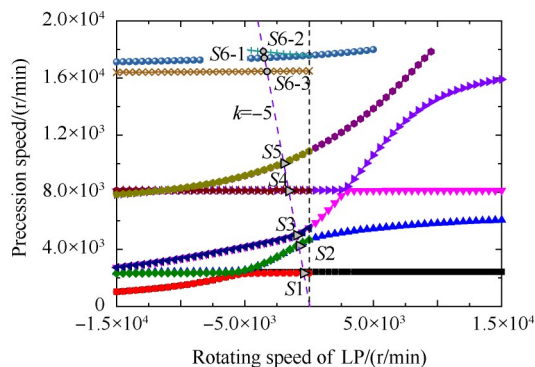


Fig. 9 Comparison between direct and complete method

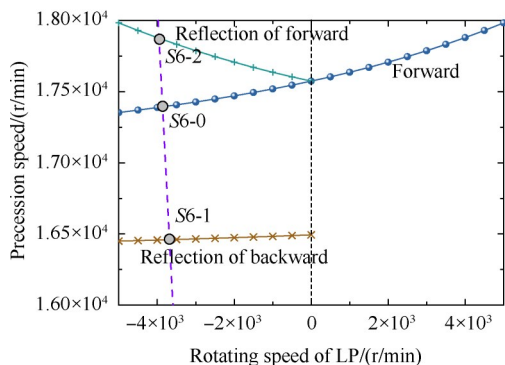
为 2408r/min, 4908r/min, 6566r/min, 8053r/min, 12125r/min, 17705r/min。当 $k=-5$ 时, 高压激起的临界转速对应高压转子转速为 2407r/min, 4304r/min, 5002r/min, 8043r/min, 10044r/min 和 17344r/min。

作为对比, 采用文献[13]给出的振型筛选法对本例进行分析。利用同转时的计算结果, 对图 8 中第一象限里的曲线进行筛选, 对高压转子激起的低压转子为主的振动选取下降曲线, 对高压转子激起的高压转子为主的振动选取上升曲线, 再对称到第二象限作为对转结果, 结果如图 10 所示, 作为对比, 保留了图 9 中的正进动曲线。同时, 绘制 $k=-5$ 转速线, 取交点数值, 由振型筛选法获得的高压激起的前五阶临界转速对应的高压转子转速分别为 2319r/min, 4302r/min, 5015r/min, 8127r/min, 10043r/min, 与完全法结果接近。而第六阶临界转速, 无论取与对称到第二象限的同转时的正进动曲线交点 (S6-2) 17483r/min, 或对称到第二象限的同转时反进动曲线交点 (S6-3) 16438r/min, 均与完全法结果 17344r/min (S6-1) 相差较大, 这正是由该阶振型下高低压转子耦合振动所致。

对于本例给出的转子, 高低压转子振型耦合较小, 因而仅对第 6 阶临界转速有较大影响。



(a) Campbell diagram

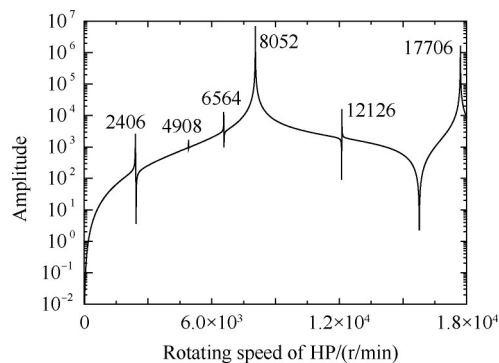


(b) Zoom-view

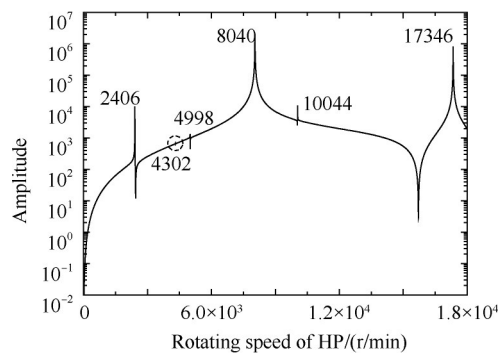
Fig. 10 Comparison between vibration selection and complete method

3.3 谐响应法

在 ANSYS 中采用谐响应方法获得幅频曲线, 并由响应峰值确定临界转速。代入高低压转子转速关系 $k=5$ 和 -5 , 高压激励时响应幅值随转速变化曲线在图 11 中给出。频率分辨率为 0.1Hz, 即 6r/min, 系统设置 0.001 的阻尼比。系统的响应幅值并非关注的重点, 因此, 只提取幅值对应的转速值。



(a) $k=5$



(b) $k=-5$

Fig. 11 Vibration amplitude of 1st stage compressor on different rotating speeds

响应峰值对应转速与 3.1 节和 3.2 节的结果吻合, 转速差异由谐响应频率步长不足导致。结果表明, 无论同转还是对转双转子系统, 三种方法能够获得完全一致的结果。

4 结 论

通过本文研究, 得到以下结论:

(1) 直接法能够在只求一次特征方程的情况下获得系统的全部正进动临界转速, 在双转子系统具有简单转速关系时, 求解高效快速。

(2) 完全法借助于有限元软件特征值分析模块实现, 可以在没有任何振型信息的情况下得到完整的 Campbell 图, 实现对任意转速关系下系统的临界转速裕度的评估, 是对振型筛选法的简化和改进。

验证表明, 本文方法计算结果准确可靠, 具有实

际工程应用价值。

参考文献

- [1] 洪杰, 马艳红, 张大义. 航空燃气轮机总体结构与动力学分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [2] 肖国树. 涡喷及涡扇发动机总体[M]. 北京: 中国航空工业出版社, 2000.
- [3] 陈予恕, 张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. 航空学报, 2011, 32(8): 1371-1391.
- [4] 蒋云帆, 廖明夫, 刘永泉, 等. 同转/对转双转子系统的动力学特性[J]. 航空动力学报, 2013, 28(12): 2771-2780.
- [5] 胡绚, 罗贵火, 高德平. 反向旋转双转子稳态响应计算分析与试验[J]. 航空动力学报, 2007, 22(7): 1044-1049.
- [6] 晏砺堂. 航空燃气轮机振动与减振[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- [7] 洪杰, 韩继斌, 朱梓根. 用整体传递系数法分析转子系统动力特性[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(1): 39-42.
- [8] Gunter E J, Barrett L E, Allaire P E. Design of Nonlinear Squeeze-Film Dampers for Aircraft Engines [J]. *Journal of Lubrication Technology*, 1977, 99(1): 57-64.
- [9] Ferraris G, Maisonneuve V, Lallane M. Prediction of the Dynamic Behavior of Non-Symmetrical Coaxial Co-or Counter-Rotating Rotors[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 1996, 195(4): 649-666.
- [10] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报, 2011, 24(6): 619-632.
- [11] 李朝峰, 刘广超, 周世华, 等. 双转子多盘转子系统的动态特性[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2013, 34(7).
- [12] 孙传宗, 杨瑞, 陈予恕, 等. 机匣-双转子高维系统建模与实验验证[J]. 振动与冲击, 2018, 37(18): 152-157.
- [13] 缪辉, 王克明, 翟学, 等. 反向旋转双转子系统动力学特性的有限元分析[J]. 沈阳航空航天大学学报, 2011, 28(4): 27-32.
- [14] 张大义, 刘焯辉, 梁智超, 等. 航空发动机双转子系统临界转速求解方法[J]. 推进技术, 2015, 36(2): 292-298. (ZHANG Da-yi, LIU Ye-hui, LIANG Zhi-chao, et al. Prediction for Critical Speed of Double Spools System in Aero Engines[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(2): 292-298.)
- [15] 张大义, 刘焯辉, 洪杰, 等. 航空发动机整机动力学模型建立与振动特性分析[J]. 推进技术, 2015, 36(5): 768-773. (ZHANG Da-yi, LIU Ye-hui, HONG Jie, et al. Investigation on Dynamical Modeling and Vibration Characteristics for Aero Engine [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(5): 768-773.)
- [16] 朱梓根. 航空涡轴、涡桨发动机转子系统结构设计准则[M]. 北京: 中国航空工业出版社, 2000.
- [17] 路振勇, 侯磊, 孙传宗, 等. 六点支承航空发动机双转子系统动力学离散模型[J]. 中国科学: 技术科学, 2016, 48(11): 1185-1192.
- [18] 钟一谔, 何衍宗, 王正, 等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.

(编辑: 朱立影)