

转子叶片缘板阻尼器设计分析 *

刘 杰, 王延荣

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 为了解决工程中转子叶片缘板阻尼器的设计分析问题, 利用谐波平衡法代替高成本的非线性分析, 建立阻尼器所能提供的阻尼比表达式, 其中使用带圆角的平板模型来刻画缘板阻尼器的特征, 获得接触面切向接触刚度, 且其只随阻尼器轴向长度与接触区域宽度一半的比值以及材料参数的变化而改变。通过对叶片模型进行有限元分析, 分析了不同设计参数对阻尼比特性曲线的影响, 为阻尼器的设计和优化提供了理论依据。以本文的模型为例, 在 50MPa 的许用振动应力下, 当阻尼器质量约为 6g 时, 该阻尼器所能提供的阻尼比最大, 约为 3.1%。该方法为缘板阻尼器设计提供了一种新的思路。

关键词: 缘板阻尼器; 谐波平衡法; 切向接触刚度; 阻尼比特性曲线; 阻尼器设计

中图分类号: V231.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2020) 12-2827-07

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 190414

Design Analysis of a Rotor Blade Underplatform Damper

LIU Jie, WANG Yan-rong

(School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract: To effectively solve the problem of design analysis for the underplatform damper of rotor blade in engineering, harmonic balance method is used to replace the high-cost nonlinear analysis, and the expression of damping ratio provided by the damper is established. Using a flat rounded contact model to characterize the underplatform damper, the tangential contact stiffness of the contact surface is obtained, and it only changes with ratio of damper axial length to half-width of the contact area and material parameters. Through the finite element analysis of the blade model, the influence of different design parameters on the characteristic curve of damping ratio is analyzed, which provides a theoretical basis for the design and optimization of the damper. Taking the model in this paper as an example, given the allowable vibration stress of 50MPa, when the mass of the damper is about 6g, the damper can provide the maximum damping ratio, which is about 3.1%. This method provides a new idea for the design of the underplatform damper.

Key words: Underplatform damper; Harmonic balance method; Tangential contact stiffness; Characteristic curve of damping ratio; Damper design

1 引 言

据统计,现代航空发动机的失效诱因中高循环疲劳所占的比例最大,约为 40%,其中高循环疲劳造成叶片失效的维修成本约占总维修成本的 5%。叶片

振动导致的高循环疲劳是亟待解决的问题,因为一旦叶片发生断裂,将会对航空发动机乃至飞机造成不可估量的影响。振动现象在叶片工作中是无法完全消除的,利用结构阻尼来减小振动就显得尤为重要^[1]。

* 收稿日期: 2019-06-17; 修订日期: 2019-08-20。

作者简介: 刘 杰, 硕士生, 研究领域为航空发动机叶片干摩擦阻尼减振。E-mail: buaa_liujie@163.com

通讯作者: 王延荣, 博士, 教授, 研究领域为航空发动机强度、振动与可靠性等。E-mail: yrwang@buaa.edu.cn

引用格式: 刘 杰, 王延荣. 转子叶片缘板阻尼器设计分析[J]. 推进技术, 2020, 41(12):2827-2833. (LIU Jie, WANG Yan-rong. Design Analysis of a Rotor Blade Underplatform Damper[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(12):2827-2833.)

接触面刚度的确定及动力学特性分析一直是摩擦阻尼研究中的重点和难点。1956年,Goodman等^[2]首次提出在研究接触面的运动状态时考虑接触刚度。1980年,Griffin^[3]运用这一理论对带有缘板阻尼器的转子叶片进行了研究,发现得到的结果与实际情况十分接近。之后,此类研究开始大量采用Goodman的理论来建立模型。Menq等^[4]首次采用耦合系数的概念将接触面的切向位移和法向位移联系起来,得到了耦合系数对叶片振动响应的影响,之后还用带凸肩叶片进行了验证。Yang等^[5]采用二维摩擦模型来模拟缘板阻尼器在切向和法向两个方向上,各种不同相位状态下的迟滞曲线,同时还分析了粘滞-滑移分界点的特征。郝燕平等^[6]设计实验对带缘板阻尼器叶片的振动响应进行了测量,Chen等^[7]建立了该结构的等效质量模型,利用迭代求解的计算方法分析了叶片的非线性响应,计算结果与郝燕平等的实验结果基本相同。郝燕平等^[8]还给出了切向接触刚度与外部激振力及接触正压力的关系式,从中可以计算出切向接触刚度,之后还用缘板阻尼器进行了实验验证。Allara^[9]采用带圆角平板与无限大半平面的接触模型来研究缘板阻尼器的切向接触刚度,并给出了相应的表达式。

干摩擦阻尼器可以抑制叶片振动,研究其设计方法具有很高的工程价值。Sinha等^[10]采用缘板阻尼器模型推导了整圈叶盘上的非线性摩擦力并研究了阻尼器对旋转叶盘气动弹性的影响。Menq等^[11]比较了单自由度模型与有限元计算模型的瞬态分析结果,取得了很好的一致性。Cameron等^[12]第一次利用阻尼比特性曲线来反映阻尼器的减振规律,同时研究了在无法得到外界激振力时如何设计缘板阻尼器。郝燕平等^[13]通过实验数据进一步优化了缘板阻尼器设计流程。

本文采用谐波平衡法将非线性摩擦力线性化,推导出了阻尼比的计算公式。之后利用文献[9]的研究成果,用带圆角平板与无限大半平面的接触来模拟缘板阻尼器的工作过程,并得到了阻尼器切向接触刚度的表达式。接着对转子叶片进行建模和有限元计算,提取最大模态应力和接触点的模态位移。最后分析了不同设计参数对阻尼比特性曲线的影响,并举例说明了如何进行阻尼器优化设计。

2 干摩擦阻尼模型

2.1 干摩擦模型

干摩擦模型主要有两种:宏滑动模型和微滑动

模型。宏滑动模型的基本假设是当接触面受外力作用时,整个接触面上各点的运动状态是一致的,在分析接触面运动状态时,可以把整个接触面等效为一个点。宏滑动模型又可分为库伦干摩擦模型和滞后弹簧模型,其区别是后者考虑了阻尼器刚度而前者没有。在航空发动机叶片工作状态下,阻尼器经常会处于粘滞状态,而不能忽略阻尼器刚度。所以,滞后弹簧模型更加符合工程实际。

滞后弹簧模型中接触点相对位移为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos \theta \quad (1)$$

式中 A 表示振动幅值, ω 表示振动角频率, φ 表示相对位移与激振力的初始相位差。该模型的摩擦力-位移关系可表示为

$$F_f = \begin{cases} F_d - Ak_d(1 - \cos\theta) & (0 \leq \theta < \beta) \\ -F_d & (\beta \leq \theta < \pi) \\ -F_d + Ak_d(1 + \cos\theta) & (\pi \leq \theta < \beta + \pi) \\ F_d & (\beta + \pi \leq \theta \leq 2\pi) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $F_d = \mu N$, $\beta = \arccos(1 - 2A_{cr}/A)$, $A_{cr} = \mu N/k_d$, $\beta \in [0, \pi]$, μ 表示摩擦系数, N 表示接触面正压力, k_d 表示切向接触刚度。

2.2 阻尼比计算方法

2.2.1 谐波平衡法

用非线性分析法计算阻尼参数精度很高,但是需要大量的计算成本。谐波平衡法是一种将非线性摩擦力线性化的方法,采用线性的等效刚度和等效阻尼代替了非线性振动幅值和振动频率求解问题,具有计算时间短、计算精度可接受的优点。

摩擦接触点的相对位移 $x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos \theta$ 。由文献[14]可知,一维宏滑动模型的等效刚度和等效阻尼的表达式为

$$k_{eq} = \begin{cases} \frac{k_d}{\pi} \left(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) & (A > A_{cr}) \\ k_d & (A < A_{cr}) \end{cases} \quad (3)$$

$$c_{eq} = \begin{cases} \frac{4\mu N}{\pi \omega A} \frac{A - A_{cr}}{A} & (A > A_{cr}) \\ 0 & (A < A_{cr}) \end{cases}$$

缘板阻尼器的工作位置在叶片根部的缘板处,而且质量很小,所以对叶片固有振动特性几乎没有影响。因此可以将叶片-缘板阻尼器模型简化为单自由度模型。模态坐标下等效单自由度模型的集总模态质量和集总模态刚度的表达式为

$$m = \left(\frac{1}{\phi_{1d}} \right)^2, k = \left(\frac{\omega_1}{\phi_{1d}} \right)^2 \quad (4)$$

式中 ϕ_{1d} 表示一阶振型向量质量归一化以后在接触点处的模态位移, ω_1 表示一阶固有频率。

由文献[15]可知,在阻尼器实际工作中,阻尼器产生的干摩擦阻尼远远大于叶片结构的材料阻尼,为了简化分析过程,本文忽略了材料阻尼对系统减振效果的影响。系统的力学模型如图1所示。叶片结构系统阻尼比为

$$\zeta = \frac{c_{eq}}{2\sqrt{m(k+k_{eq})}} \quad (5)$$

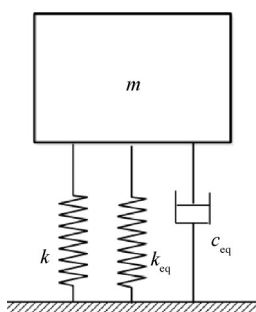


Fig. 1 Mechanical model of turbine blade with an underplatform damper

2.2.2 能量法

干摩擦阻尼器的工作原理是叶片与阻尼器间产生摩擦,将叶片的振动动能转化成热能耗散掉,以减小叶片的振动幅值和振动应力。能量法就是从摩擦耗能的角度,研究在一个振动周期内,摩擦耗能与总动能比值的变化规律。摩擦耗能是指摩擦力在一个振动周期内所做的功,可以用摩擦力-位移曲线来描述阻尼器耗散掉的能量,迟滞曲线围成的区域面积就是摩擦耗能的大小。由文献[16]可知,阻尼器耗散掉的能量 $W_f = c_{damp} \pi \omega_d A^2$, 式中 c_{damp} 表示阻尼系数, ω_d 表示振动频率。最大动能 $W_{max} = m_m A^2 \omega_d^2 / 2$, 式中 m_m 表示叶片的模态质量。由此可以得到

$$\frac{W_f}{W_{max}} = 4\pi \frac{c_{damp}}{2m_m \omega_d} \approx 4\pi \zeta \quad (6)$$

即模态阻尼比 ζ 的表达式为

$$\zeta \approx \frac{1}{4\pi} \frac{W_f}{W_{max}} \quad (7)$$

所以只要计算出阻尼器耗散掉的能量和最大动能,就可以估算模态阻尼比 ζ 的值。

3 切向接触刚度的确定

由文献[9]可知,在阻尼器轴向长度远大于摩擦接触区域宽度时,可以视接触区域为带有圆角的平板和无限大的半平面之间的接触,如图2所示,其中, R 表示平板圆角的半径, a , b 和 c 分别表示阻尼器平直区,接触区和粘滞区的二分之一宽度, p 和 Q 分别表示轴向单位长度上阻尼器所受的正压力和切向力。

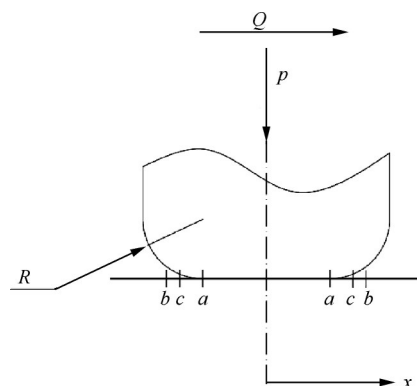


Fig. 2 Flat rounded contact model^[9]

在阻尼器与叶片所用材料相同的情况下,两者接触远点间的相对切向位移和切向力的表达式为

$$\delta_x = \frac{2}{\pi E^*} \left[- \int_{-b}^b q(r) \ln \left| \frac{r}{b} \right| dr + Q \left(\ln \left| \frac{L}{b} \right| + \frac{\nu}{1-\nu} \right) \right] \quad (8)$$

$$E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$$

式中 $q(r)$ 表示摩擦力在接触面长度方向上的分布, L 表示阻尼器轴向长度, E 和 ν 分别表示材料的弹性模量和泊松比。令 $\bar{x} = r/b$, 对式(8)进行归一化处理,整理可得

$$\bar{\delta}_x = \frac{\pi E^* \delta_x}{2\mu p} = - \int_{-1}^1 \bar{q}(\bar{x}) \ln |\bar{x}| d\bar{x} + \bar{Q} \left(\ln \left| \frac{L}{b} \right| + \frac{\nu}{1-\nu} \right) \quad (9)$$

式中 $\bar{q}(\bar{x}) = \frac{bq(x)}{\mu p}$, $\bar{Q} = \frac{Q}{\mu p}$, μ 表示摩擦系数。由文献[17]可知,真实切向刚度与归一化的切向刚度之间的关系为

$$k_d = \frac{\pi E^*}{2} \bar{k}_d \quad (10)$$

$$\text{式中 } k_d = \left. \frac{dQ}{d\delta_x} \right|_{\delta_x=0}, \bar{k}_d = \left. \frac{d\bar{Q}}{d\bar{\delta}_x} \right|_{\bar{\delta}_x=0}。$$

不难发现,当 $a/b = 0$ 时,带圆角平板与平面的接触可以简化为圆柱与平面的接触。可以利用这种特殊情况来巧妙地计算切向刚度。圆柱与平面接触时,正压力和切向力分布的表达式为

$$p(x)=\frac{2p}{\pi b^2}\sqrt{b^2-x^2}\tag{11}$$

$$q(x)=\begin{cases}\mu p(x)-\frac{2\mu p}{\pi b^2}\sqrt{c^2-x^2}&(|x|<c)\\ \mu p(x)&(c\leq|x|\leq b)\end{cases}\tag{12}$$

式中 $b=\sqrt{\frac{4pR}{\pi E^*}}$, $c=b\sqrt{1-\frac{Q}{\mu p}}$, 对 $q(x)$ 进行归一化并代入式(9)中,可得

$$\bar{k}_d=\frac{1}{\ln\left|\frac{2L}{b}\right|+\frac{\nu}{1-\nu}}\tag{13}$$

将式(13)代入式(10)中,可得阻尼器真实切向刚度为

$$k_d=\frac{\pi E^*}{2\left(\ln\left|\frac{2L}{b}\right|+\frac{\nu}{1-\nu}\right)}\tag{14}$$

从式(14)不难得出,真实切向刚度 k_d 只随着阻尼器轴向长度与接触区域宽度一半的比值 L/b ,以及材料参数 E 和 ν 的变化而变化。

4 涡轮叶片缘板阻尼分析

4.1 叶片结构有限元分析

本文以图3所示的半圆形缘板阻尼器为例,建立转子叶片的几何模型和有限元模型,来验证上述方法的可行性。缘板阻尼器的工作位置在叶片根部,且质量较小,几乎不影响叶片固有振动特性。在分析叶片振型时,可以不考虑缘板阻尼器的质量。转子叶片有限元模型如图4所示。叶片材料参数见表1。在榫头挡板接触面施加轴向位移约束,榫齿接触面施加法向位移约束。

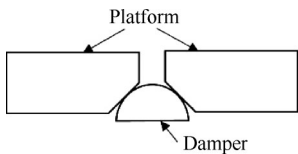


Fig. 3 Contact model of a semicircular underplatform damper

Table 1 Material parameters of the blade

Parameter	Value
Density $\rho/(\text{kg/m}^3)$	7800
Young modulus E/GPa	210
Poisson ratio ν	0.3

在进行有限元计算时,分别取 $7.5\times10^3, 8.5\times10^3, 1.0\times10^4\text{r/min}$ 三个转速,对叶片进行静力分析和模态分析。三个转速下的一阶固有频率见表2。

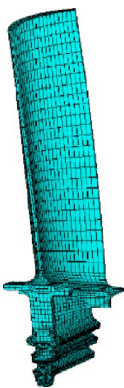


Fig. 4 Finite element model of a turbine blade

Table 2 Natural frequency of the first mode

Rotating speed $\omega/(\text{r/min})$	7.5×10^3	8.5×10^3	1.0×10^4
1st mode frequency f_1/Hz	760.8	775.0	798.8

缘板阻尼器在工作时与左右两个相邻的叶片接触,因此它能产生的阻尼比是左右两个接触面产生的阻尼比之和。提取模态位移在左右两个接触面上的分量并计算其平均值,记为 $\phi_{1d,L}$ 和 $\phi_{1d,R}$,这样就可以用单自由度模型来刻画单个叶片,得到集总模态刚度 k 和集总模态质量 m 。

由文献[18]可知,阻尼比与接触面相对位移有关,用两个接触点来代替阻尼器与相邻两个叶片的接触,提取左右两个接触点的相对位移值,可以得到接触面切向相对位移 $x_{\text{ref},L}$ 和 $x_{\text{ref},R}$ 。

如果模态振型已知,则振动应力与振动位移为正比例关系。在实际振动应力 σ_v 给定时,实际振动位移 x_v 可以表示为

$$x_v=\frac{x_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}}\sigma_v\tag{15}$$

将叶片叶身处最大模态 Von Mises 应力 σ_{ref} 和接触面切向相对位移 x_{ref} 代入式(15)中,可以得到实际振动应力与实际振动位移的关系,进而得到阻尼比与实际振动应力的关系。

4.2 阻尼器切向接触刚度分析

求解阻尼比特性曲线时,需要预先求得切向接触刚度 k_d 的值。转速变化会导致阻尼器离心力的变化,进而导致接触正压力的改变。不同转速下的切向接触刚度见表3。

影响阻尼比的相关参数的初始取值如表4所示,采用谐波平衡法(HBM)和能量法(EM)分别求该缘板阻尼器的阻尼比特性曲线,如图5所示。由图5可知,采用两种方法得到的结果差异很小。

航空发动机工作状态变化大,转速范围宽。在其它参数均为初始值的情况下,取 $7.5\times10^3, 8.5\times10^3,$

$1.0 \times 10^4 \text{ r/min}$ 三个转速进行计算, 阻尼比特性关系如图 6 所示。转速是通过影响叶片的固有特性和接触面正压力来影响接触参数和阻尼比的。随着转速增大, 峰值阻尼比减小, 峰值阻尼比对应的振动应力增大。

Table 3 Tangential contact stiffness for different rotating speeds

Rotating speed $\omega/(\text{r/min})$	Tangential contact stiffness $k_d/(\text{N/m})$
1.0×10^4	5.596037×10^8
8.5×10^3	5.481428×10^8
7.5×10^3	5.396313×10^8

Table 4 Initial value of parameters affecting the damping ratio

Parameter	Initial value
Rotating speed $\omega/(\text{r/min})$	1.0×10^4
Damper mass m/g	10
Damper radius R/mm	1.5
Damper axial length L/mm	24
Friction coefficient μ	0.15

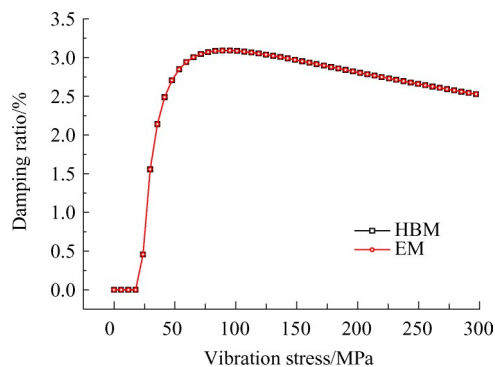


Fig. 5 Damping ratio characteristic curves of an underplatform damper by use of HBM and EM

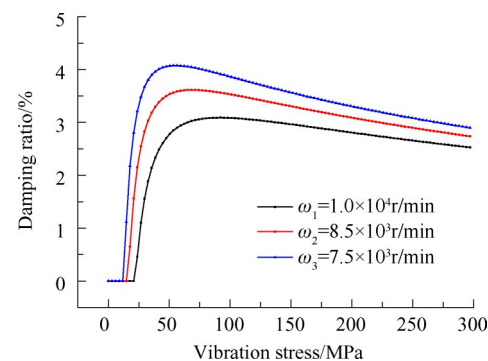


Fig. 6 Damping ratio characteristic curves at different rotating speeds

4.3 阻尼比的影响因素分析

利用谐波平衡法考察阻尼比对相关参数的敏感

性, 具体包括切向刚度、摩擦系数、阻尼器半径、阻尼器轴向长度和阻尼器质量。

切向刚度对阻尼比特性有很大影响。在它其他参数均为初始值的情况下, 取 $0.5k_d$, k_d , $2k_d$ 三个切向刚度进行计算, 阻尼比特性关系如图 7 所示。从图中可以得出, 随着切向刚度增大, 峰值阻尼比显著增大, 峰值阻尼比对应的振动应力减小。

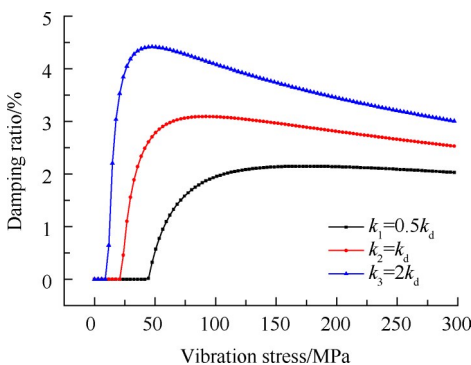


Fig. 7 Damping ratio characteristic curves for different contact stiffness

工作中, 阻尼器接触面会发生磨损。随着工作时间的增加, 阻尼器接触面会发生变化, 接触面摩擦系数随之改变。在其它参数均为初始值的情况下, 取 0.15, 0.2, 0.3 三个摩擦系数进行计算, 阻尼比特性关系如图 8 所示。从图中可以得出, 随着摩擦系数的增大, 峰值阻尼比基本不变, 峰值阻尼比对应的振动应力增大。或者说, 摩擦系数的变化不会改变阻尼比特性曲线的形状, 而只改变其在坐标系中的位置。

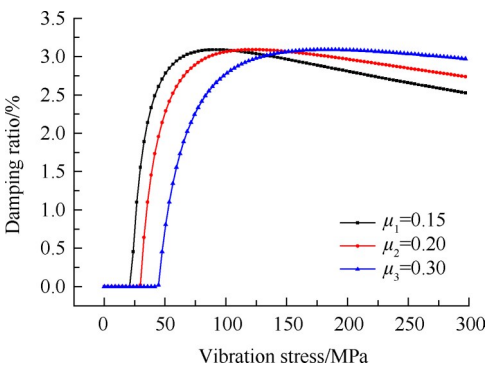


Fig. 8 Damping ratio characteristic curves for different friction coefficients

在其它参数均为初始值的情况下, 取 1.5, 3, 5mm 三个阻尼器半径进行计算, 得到的阻尼比特性关系如图 9 所示。由图可知, 随着阻尼器半径的增大, 峰值阻尼比略有增大, 这是因为阻尼器半径增大会引

起质量增大,使接触面正压力增大,进而使峰值处的摩擦耗能增大,峰值阻尼比对应的振动应力略有减小。

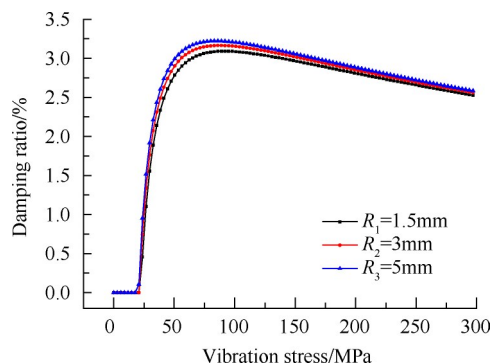


Fig. 9 Damping ratio characteristic curves for different damper radius

在其它参数均为初始值的情况下,取 24, 16, 10mm 三个阻尼器轴向长度进行计算,阻尼比特性曲线如图 10 所示。从图中可知,随着阻尼器轴向长度的增大,峰值阻尼比及其对应的振动应力均增大,这是由于增大阻尼器轴向长度会导致一个振动周期内的摩擦耗能增大,进而使峰值阻尼比增大。这说明在设计缘板阻尼器时,应该尽量增大阻尼器轴向长度来达到增大摩擦耗能的目的。

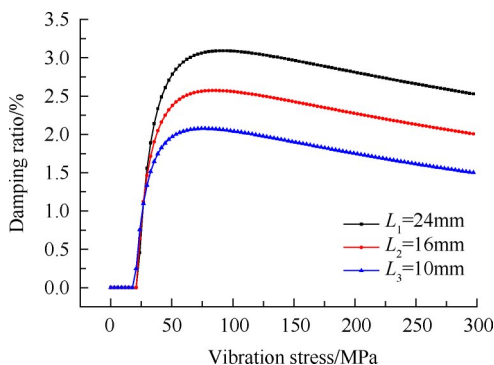


Fig. 10 Damping ratio characteristic curves for different damper axial lengths

阻尼器质量是设计阻尼器的关键参数之一,对阻尼比特性有很大的影响。在其它参数均为初始值的情况下,取 4, 6, 10, 14g 四个阻尼器质量进行计算,阻尼比特性关系如图 11 所示。从图中可以得出,随着阻尼器质量的加大,峰值阻尼比及其对应的振动应力均增大。

设定许用振动应力 $\sigma = 50\text{MPa}$, 计算不同阻尼器质量所对应的阻尼比,就可以得到该许用应力状态下,阻尼比与阻尼器质量的关系曲线,如图 12 所示。

由图中可以看出,随着阻尼器质量的加大,阻尼比呈现先增大后减小的变化规律。阻尼比峰值对应的阻尼器质量约为 6g,最大阻尼比约为 3.1%。

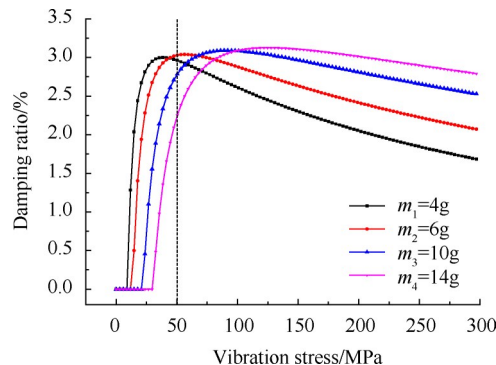


Fig. 11 Damping ratio characteristic curves for different damper mass

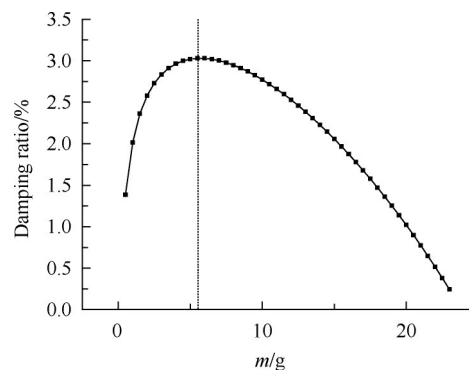


Fig. 12 Damping ratio distribution to damper mass

由上述分析可知,在同一转速下,如果切向刚度、接触面摩擦系数、阻尼器半径、阻尼器轴向长度、阻尼器质量等因素发生变化,阻尼比特性也会随之发生明显变化。若许用振动应力和期望的阻尼比范围给定,则可得到这几个设计参数的取值范围,这就为缘板阻尼器的振动特性分析和减振设计提供了一种新的思路。另外,这种方法的计算量非常小,可以用于工程中的设计分析。

5 结 论

通过上面的分析,可以得到的结论如下:

(1) 用带圆角平板与无限大半平面接触的模型来模拟缘板阻尼器,可以得到真实切向刚度只与阻尼器轴向长度与接触区域宽度一半的比值以及接触体材料参数有关,便于工程设计分析。

(2) 用一个与实际相近的涡轮叶片示例,给出了转速、切向接触刚度、摩擦系数、阻尼器半径、阻尼器轴向长度以及阻尼器质量等参数对阻尼比特性曲线的影响;当叶片许用振动应力给定时,可以得到阻尼

器最佳质量及其峰值阻尼比。以本文所用的模型为例,当许用振动应力为50MPa时,阻尼器最佳质量约为6g,其峰值阻尼比约为3.1%。

参考文献

- [1] 李其汉,王延荣. 航空发动机结构强度设计问题[M]. 上海:上海交通大学出版社,2014.
- [2] Goodman L E, Klumpp J H. Analysis of Slip Damping with Reference to Turbine Blade Vibration[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1956, 23(2): 421-429.
- [3] Griffin J H. Friction Damping of Resonant Stresses in Gas Turbine Engine Airfoils[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1980, 102(2): 329-333.
- [4] Menq C H, Griffin J H, Bielak J. The Influence of a Variable Normal Load on the Forced Vibration of a Frictionally Damped Structure[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines & Power*, 1986, 108(2): 300-305.
- [5] Yang B D, Menq C H. Modeling of Friction Contact and Its Application to the Design of Shroud Contact[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines & Power*, 1997, 119(4): 958-963.
- [6] 郝燕平,单颖春,朱梓根. 缘板摩擦阻尼器的减振实验研究[J]. 航空动力学报,2001,16(1): 55-58.
- [7] Chen Yu-di, Wang Yan-rong. A Method for the Resonant Response Evaluation of Blades System with Underplatform Dampers[C]. *Guiyang: 6th International Symposium on Instrumentation & Control Technology Sensors Automatic Measurement Control & Computer Simulation*, 2014.
- [8] 郝燕平,朱梓根. 叶片摩擦阻尼器切向刚度研究[J]. 航空动力学报,2002,17(4): 426-431.
- [9] Allara M. A Model for the Characterization of Friction Contacts in Turbine Blades[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 320(3): 527-544.
- [10] Sinha A, Griffin J H. Effects of Friction Dampers on Aerodynamically Unstable Rotor Stages[J]. *AIAA Journal*, 1983, 23(2): 262-270.
- [11] Menq C H, Griffin J H. A Comparison of Transient and Steady State Finite Element Analyses of the Forced Response of a Frictionally Damped Beam[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1985, 107(1): 19-25.
- [12] Cameron T M, Griffin J H, Kielb R E, et al. An Integrated Approach for Friction Damper Design[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1990, 112(2): 175-182.
- [13] 郝燕平,朱梓根. 叶片摩擦阻尼器的优化设计方法研究[J]. 航空动力学报,2002,17(3): 349-356.
- [14] 陈毓迪. 带冠叶片阻尼模型与振动特性分析[D]. 北京:北京航空航天大学,2014.
- [15] 毛辛男,王延荣. 一种基于模态的叶片缘板阻尼器减振设计方法[J]. 推进技术,2018,39(6): 1361-1368. (MAO Xin-nan, WANG Yan-rong. An Efficient Design Method of an Underplatform Damper for Suppression of Blade Vibration in a Given Eigen-Mode[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2018, 39(6): 1361-1368.)
- [16] Rao S S (著). 李欣业,张明路(译). 机械振动[M]. 北京:清华大学出版社,2009.
- [17] 罗杨雄,蒋向华,王延荣. 叶片缘板阻尼器切向接触刚度及其微滑动摩擦建模[J]. 推进技术,2018,39(6): 1354-1360. (LUO Yang-xiong, JIANG Xiang-hua, WANG Yan-rong. Modeling of Tangential Contact Stiffness in a Blade Underplatform Damper and Its Microslip Friction[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2018, 39(6): 1354-1360.)
- [18] Sanliturk K Y, Ewins D J, Stanbridge A B. Underplatform Dampers for Turbine Blades: Theoretical Modeling, Analysis, and Comparison with Experimental Data[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1999, 123(4): 919-929.

(编辑:史亚红)