

气体静压止推轴承静态性能及振动抑制^{*}

张皓成¹, 吴志强¹, 李跃华², 李亚杰¹, 章国齐¹, 张祥云¹

(1. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072;
2. 天津市微低重力环境模拟技术重点实验室, 天津 300301)

摘要: 为探讨抑制气体轴承自激振动的新手段, 研究了圆盘形单个小孔节流的气体静压止推轴承振动问题。通过两平行圆盘间的气体流动方程, 推导建立了气体轴承静态特性分析模型。通过数值分析的方法, 研究并总结了供气压力和气膜厚度对气体轴承静态承载力、静态气体质量流量、静态刚度以及动态阻尼的影响, 计算得到了一系列气体轴承静态特性变化曲线。然后针对系统出现负阻尼情况, 通过引入非线性能量阱(NES)来抑制自激振动的问题。研究结果表明, 提高供气压力可以有效地提高气体轴承的静态性能; 气体轴承的自激振动主要源于气膜挤压的负阻尼特性; 同时, 当NES的阻尼超过临界阻尼时, 可以使系统的振动得到有效的抑制。

关键词: 轴承; 静态性能; 动态性能; 非线性能量阱; 振动

中图分类号: TH133.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2019) 09-2091-08

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 180620

Static and Dynamic Characteristics and Vibration Suppression of Aerostatic Thrust Bearing

ZHANG Hao-cheng¹, WU Zhi-qiang¹, LI Yue-hua², LI Ya-jie¹, ZHANG Guo-qi¹, ZHANG Xiang-yun¹

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Tianjin Key Laboratory of Microgravity and Hypogravity Environment Simulation Technology, Tianjin 300301, China)

Abstract: To investigate a new method to suppress the self-excited vibration of gas bearing, the vibration of the disk aerostatic thrust bearing with single orifice compensation was studied. Based on the gas flow equation between two parallel discs, the static and dynamic characteristics analysis models of gas bearing were established. By method of numerical analysis, the effects of gas supply pressure and film thickness were studied and summarized, which included static capacity, static gas mass flow rate, static and dynamic stiffness and dynamic damping of air bearing. By calculating, a series of curves of static and dynamic characteristics of air bearing are obtained. A nonlinear energy sink (NES) was introduced to deal with the self-excited vibration of bearing system which caused by negative damping. The results show that the static characteristic of gas bearings can be effectively improved by increasing the supply pressure. The self-excited vibration of gas bearings is mainly due to the negative damping characteristics of gas squeezing. And the vibration of the system can be effectively suppressed when the damping of NES exceeds the critical damping.

Key words: Bearing; Static characteristics; Dynamic characteristics; Nonlinear energy sink; Vibration

* 收稿日期: 2018-10-07; 修订日期: 2018-12-25。

基金项目: 国家自然科学基金(11672349; 11372211); 天津市自然科学基金(青年)项目(17JCQNJC04800)。

作者简介: 张皓成, 硕士, 研究领域为非线性动力学设计与控制。E-mail: zhanghaocheng@tju.edu.cn

通讯作者: 吴志强, 博士, 教授, 研究领域为非线性动力学设计与控制。E-mail: zhiqwu@tju.edu.cn

引用格式: 张皓成, 吴志强, 李跃华, 等. 气体静压止推轴承静态性能及振动抑制[J]. 推进技术, 2019, 40(9):2091-2098. (ZHANG Hao-cheng, WU Zhi-qiang, LI Yue-hua, et al. Static and Dynamic Characteristics and Vibration Suppression of Aerostatic Thrust Bearing[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(9):2091-2098.)

1 引 言

为提高航天器在轨寿命和可靠性,降低发射风险,避免重大经济损失,必须在地面重力环境中进行系统级的动力学与控制性能验证。作为气浮法地面微低重力环境模拟实验的关键设备——气体静压止推轴承,尽管有噪声小、摩擦功耗小、寿命长和洁净无污染等一系列突出优点^[1],但在实际工作过程中,普遍存在自激振动问题,影响航天器地面实验的精度和可靠性。

自1970年国外学者Powell^[2]提出气体静压轴承出现气锤振动现象以来,国内外学者对其做了大量的研究工作。现阶段有关自激振动的机理主要有以下两种解释:(1)由于气体的可压缩性,气膜力与气膜位移存在相位差,系统负刚度导致系统气锤振动^[2]。(2)气膜存在负阻尼特性,气膜力对系统做正功,气浮支承系统不断的摄入能量,使系统振动加剧,最终导致气锤振动现象的发生^[3]。

气体轴承的动力学行为通常采用基于雷诺方程线性化的仿真模型来研究^[4],其用于预测气体轴承的静动态性能^[5-7]。王云飞^[8]提出了气体轴承气锤振动的简单一维理论模型;郭良斌等^[3]从能量的角度研究了气体轴承系统的振动特性,得出气膜具有非定常的负阻尼特性;Franssen等^[9]通过理论分析和物理实验,研究了气体轴承系统的插值系数模型;裴浩等^[10]通过物理实验和数值模拟,得出均压槽内产生气旋是引起气体轴承的微振动的原因之一。

为了抑制气体轴承的自激振动,Talukder等^[11]通过物理实验研究了气体静压径向轴承气锤振动现象,提出了稳定设计域的概念;杜建军等^[12]以带均压槽的圆盘型气体静压止推轴承为对象,得出了气锤自激振动的稳定性判别方程;文献[4]总结了计算空气静压轴承气膜压力的各种方法,并通过主动补偿措施,使轴承的工作性能得到显著提高。

目前,对气体轴承的自激振动采取被动控制的研究很少。非线性能量阱(Nonlinear Energy Sink, NES)^[13-15]是一种新型被动式减振装置,它具有简单易用、效率高、鲁棒性强、减振所需时间短、减振频带宽等其它减振器不具备的优点^[16-17],具有很高的应用价值。本文将尝试利用NES的以上优点特性来抑制气体轴承的自激振动。第二节阐述了单孔气体轴承的数学模型。第三节计算了不同供气压力,不同气膜间隙厚度下轴承的静动态性能,以及在供气压力为0.5MPa的情况下系统的动态响应,并将NES应用

于气体轴承系统中进行振动抑制。最后,在第四节中得出结论。

2 气体轴承单自由度振动模型

2.1 静态模型

圆盘形气体静压止推轴承的结构示意图如图1所示。气体轴承是轴对称的,半径为 R_2 ;节流孔的半径为 R_1 。假设间隙高度 h 沿轴承表面方向是均匀的。气体通过已知压力 p_s 的进气口供给。气体通过节流孔被挤压,然后气体压力下降到一个压力 p_{th} 。随后,气体通过气膜间隙在大气压 p_a 下流入周围空气。

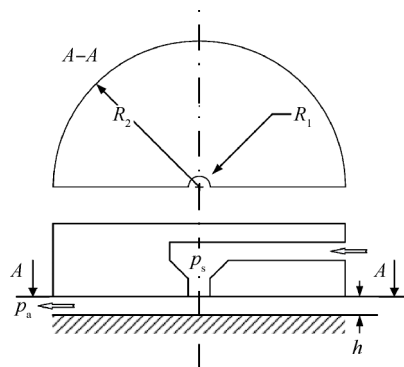


Fig.1 Schematic drawing of a single orifice compensated aerostatic thrust bearing

气体轴承的受力示意图,如图2所示,推力瓦上的总承载力为 F ,气体轴承的质量为 M ,气膜的压力分布为 $p(r)$,气膜产生的非线性刚度为 S ,非线性阻尼为 C 。

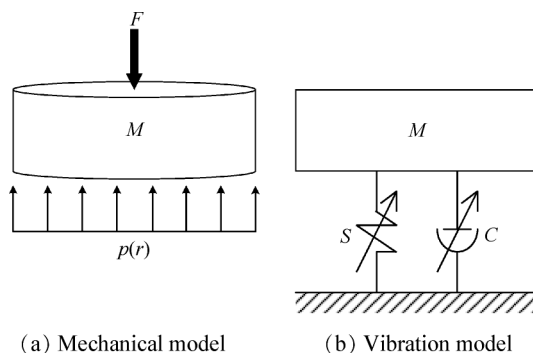


Fig. 2 Models of the air bearing

两平行圆盘间的气体流动方程为

$$\frac{dp^2}{dr} = -\frac{12\mu R_s T q_m}{\pi r h^3} \quad (1)$$

式中 q_m 为气膜区域质量流量, p 为气膜区域压力分布, r 为止推板半径, h 为气膜厚度, μ 为空气的气体黏度, R_s 为空气的气体常数, T 为空气的绝对温度。

假设气膜间隙内质量流量与通过小孔的流量相同。后者质量流量遵循 Bernoulli 方程,即

$$q_m = C_d \frac{A}{\sqrt{R_s T}} \phi(p_s, p_{th}) \quad (2)$$

式中

$$\phi(p_s, p_{th}) = \begin{cases} p_s \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left(\left(\frac{p_{th}}{p_s} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_{th}}{p_s} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} & \text{if } \frac{p_{th}}{p_s} \geq \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \\ p_s \left(\frac{2\kappa}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} & \text{if } \frac{p_{th}}{p_s} < \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \end{cases} \quad (3)$$

式中 C_d 是小孔的流量系数, $A = 2\pi R_1 h$ 是小孔的节流面积, κ 是等熵指数(绝热膨胀系数), p_{th} 是气体进入气膜间隙入口后的理论压力值。

当气体进入气膜间隙时,会发生压力恢复,压力从 p_{th} 上升到 p_{in} 。这种压力恢复是由因子 K 决定的

$$K = \frac{p_s - p_{in}}{p_s - p_{th}} \quad (4)$$

在文献[18]中确定了雷诺数 Re 与因子 K 之间的经验关系。这种关系在文献[19]中也被使用。

$$K = 0.2 + 0.5 \left(1 - e^{-\frac{Re}{1200}} \right)^2 \quad (5)$$

其中雷诺数由下式确定

$$Re = \frac{q_m}{\pi R_1 \mu} \quad (6)$$

静态情况下, $q_1 = 0, h = h_0$ 。对式(1)积分,并代入边界条件, $r = R_1$ 时, $p = p_{in}$; $r = R_2$ 时, $p = p_a$ 。可得

$$q_0 = \sqrt{\frac{\pi h_0^3 (p_{in}^2 - p_a^2)}{12 R_s T \mu \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}} \quad (7)$$

式中 q_0 为静态下的气体质量流量, h_0 为静态下的气膜厚度。将式(7)代入式(1),可得

$$p_0 = \sqrt{p_a^2 + \frac{\ln \left(\frac{R_2}{r} \right)}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)} (p_{in}^2 - p_a^2)} \quad (8)$$

式中 p_0 为静态下气膜区域的压力分布。联立式(2), (4), (5), (7), 求解得到 $p_{in}(h, r)$, 再将其代入式(8), 得到 $p_0(h, r)$ 。

将 $p_0(h, r)$ 在圆形止推轴承表面积分, 得气体轴

承静态气膜支持力

$$F_0 = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} p_0 r dr \quad (9)$$

此时气体轴承的静态承载力为

$$W_0 = F_0 - \pi p_a (R_2^2 - R_1^2) \quad (10)$$

气体轴承的静态刚度为

$$S_0 = \frac{\partial W_0}{\partial h} \quad (11)$$

根据气体轴承的受力平衡

$$Mg = W_0 \quad (12)$$

可以得到轴承及载荷的整体质量 $M(h)$ 。

2.2 动态模型

动态情况下, 气膜区域的质量流量由两部分组成, 即

$$q_m = q_0 + q_1 \quad (13)$$

式中 q_1 为气膜区域挤压效应产生的质量流量, 其远小于气体密度与气体体积变化速率的乘积^[20], 即

$$q_1 = \varepsilon \rho(r) \pi (R_2^2 - R_1^2) \dot{h} \quad (14)$$

式中 ε 为小量标记。根据气体状态方程 $p = \rho R_s T$, 可得

$$\rho = \frac{p}{R_s T} \quad (15)$$

而由于系统在平衡点附近振动, 可将气体密度 ρ 近似为静态下的气体密度 ρ_0 , 即

$$\rho = \rho_0 = \frac{p_0}{R_s T} = \frac{\sqrt{p_a^2 + \frac{\ln \frac{R_2}{r}}{\ln \frac{R_2}{R_1}} (p_{in}^2 - p_a^2)}}{R_s T} \quad (16)$$

将式(7), (13), (14), (16)代入式(1), 并联立式(2), (4), (5), 求解得到 $p_1(h, r)$ 。

将 $p_1(h, r)$ 在圆形气体轴承表面积分, 得到气体轴承动态气膜支持力

$$F_1 = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} p_1 r dr \quad (17)$$

运用牛顿第二定律, 可以得到

$$M \ddot{h} = W_1 = F_1 - F_0 \quad (18)$$

若记 $x = h - h_0$ 为气体轴承振动位移, 其与静态气膜厚度比为 x , 则有

$$h = h_0 + x, \dot{h} = \dot{x}, \ddot{h} = \ddot{x}$$

如图 2(b) 模型所示, 将式(18)中的阻尼项进行 Taylor 展开, 并舍去 $\dot{x}$ 的高次项, 此时 W_1 将分为两部分, 即含 $\dot{x}$ 的阻尼项, 与不含 $\dot{x}$ 的刚度项。由此将式(18)简化, 并整理得到单自由度气体系统振动方程

$$M\ddot{x} + C(x)\dot{x} + S(x)x = 0 \quad (19)$$

2.3 NES简介及抑振模型设计

由于气体轴承系统会产生自激振动而导致系统失效,故研究其振动抑制方法非常必要。目前,使用NES针对发散系统进行抑制的研究还较少。

如图3所示,将NES附加到气体轴承单自由度振动模型上,其质量远小于主振子,其刚度为非线性立方刚度,阻尼为线性阻尼。假设主振子的振动位移为 x ,NES的振动位移为 y ,其耦合的两自由度振动方程组为

$$\begin{cases} (M - m)\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + s(x - y)^3 = W_1 \\ m\ddot{y} + c(\dot{y} - \dot{x}) + s(y - x)^3 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中 M 为推力瓦上轴承、载荷及NES的整体质量, m 为NES振子的质量, s 为NES的刚度, c 为NES的阻尼, W_1 为对轴承施加扰动后所产生的动态承载力。

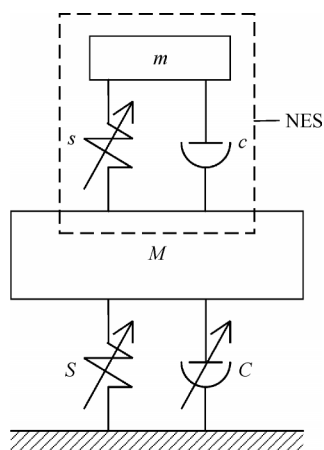


Fig. 3 Models of the air bearing with NES

3 计算结果与讨论

3.1 静态性能

轴承设计的首要步骤是对静态特性的预测^[4],气体静压止推轴承的静态性能主要包括静态承载力、静态刚度以及静态质量流量等性能指标。在本节中主要考虑了供气压力和气膜厚度变化对这些性能指标的影响。

在本文的计算中采用了以下参数值:小孔半径 $R_1 = 0.25\text{mm}$,轴承半径 $R_2 = 30\text{mm}$,大气压 $p_a = 0.1\text{MPa}$,绝对温度 $T = 293\text{K}$,气体动力黏度 $\mu = 1.805 \times 10^{-5}\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$,相对气体常数 $R_s = 287\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,绝热膨胀系数 $\kappa = 1.405$,重力加速度 $g = 9.81\text{m}/\text{s}^2$,小孔节流系数 $C_d = 0.8$ 。

在计算静态性能时,气膜厚度 $h=h_0$ 分别利用式(10),(11),(2),可以计算得出气体轴承静态承载力 W_0 ,静态刚度 S_0 与静态气体流量 q_0 在不同供气压力 p_s 下,随气膜厚度 h 的变化曲线。

如图4所示,可以明显看出气体轴承的静态承载力 W_0 ,静态刚度 S_0 与静态气体流量 q_0 随供气压力 p_s 的增大而增大;而随着气膜厚度 h 的增大,静态承载力 W_0 与静态气体流量 q_0 减小,静态刚度 S_0 先增大后减小。

经计算,静态刚度 S_0 达到最大值时的气膜厚度 h 为小孔节流器出现阻塞时的气膜厚度。也就是说,在小孔节流器未出现阻塞时,静态刚度 S_0 随着气膜厚度 h 的增大而增大;小孔节流器出现阻塞时,静态刚度 S_0 随着气膜厚度 h 的增大而减小。

如图5所示,通过与文献[9]中计算结果的对比,可以验证计算结果的正确性。

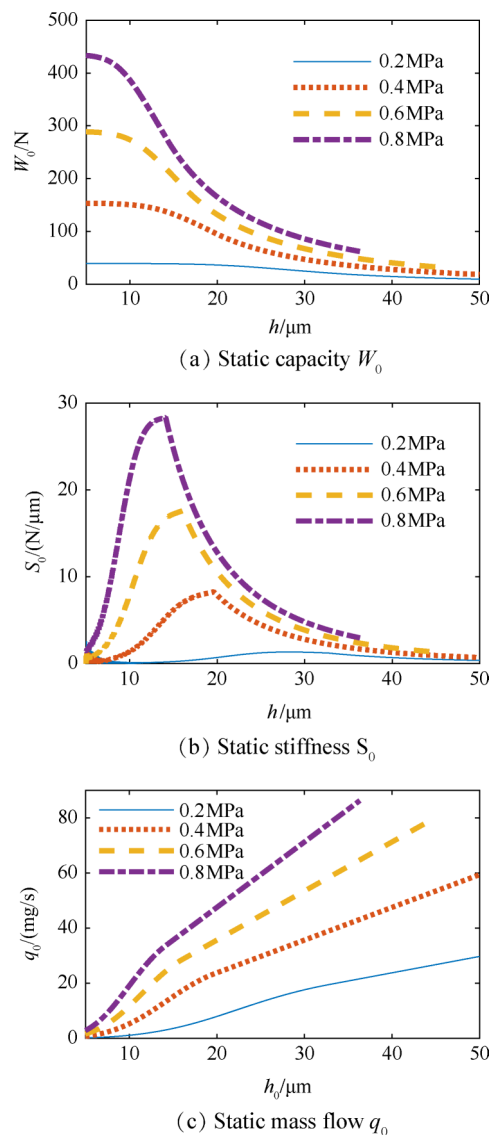


Fig. 4 Static characteristics of the air bearing

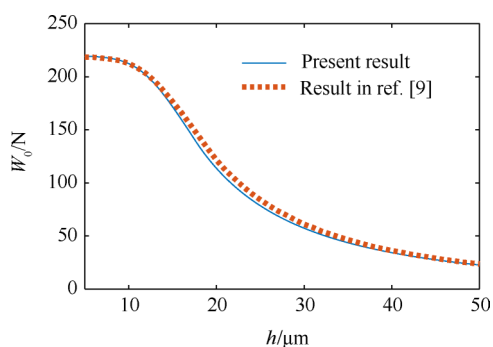


Fig. 5 Comparison of the present result with ref[9]

综上,若欲使轴承的静态承载力尽量高,应尽量提高供气压力 p_s ,同时保证气膜厚度 h 尽量小;但考虑到要同时保证轴承的静态刚度,应将气膜间隙 h 的范围控制在小孔节流尚未发生阻塞时的气膜厚度附近。具体的参数设计,还应根据轴承实际应用的工况综合考虑。

3.2 动态性能

气体静压止推轴承的动态性能主要包括动态静态刚度以及动态阻尼等性能指标。在本节中主要考虑了供气压力和气膜厚度变化对这些性能指标的影响;以及在初始气膜厚度 $h_0 = 10\mu\text{m}$,供气压力 $p_s = 0.5\text{MPa}$ 下,单自由度气体轴承系统振动的时间历程。

为了计算气体轴承的动态性能,由式(18), (19),可得到气体轴承的动态刚度 S_l 及动态阻尼 C 。

如图6(a)所示,可以看出在气体轴承动态刚度随供气压力 p_s 的增大而增大,这与气体轴承的静态刚度性质类似;但其随初始气膜厚度 h_0 的增大而单调减小,且 h_0 越小,减小的速度越快。

图6(b)显示了气体轴承的动态阻尼特性。当气体轴承动态阻尼表现为负,其绝对值随供气压力 p_s 的增大而有所减小,但变化不大;其绝对值随初始气膜厚度 h_0 的增大而减小,且 h_0 越小,减小的速度越快。

为了计算气体轴承的动态响应,选取初始气膜

厚度为 $h_0 = 10\mu\text{m}$,供气压力为 $p_s = 0.5\text{MPa}$ 。并假设系统的初始条件为,主振子的初始位移 $x = 1\mu\text{m}$,主振子的速度 $\dot{x} = 0$,计算此时气体轴承的时间历程。

如图7所示,由于负阻尼的作用,系统不断从外界吸收能量,导致气体轴承振幅不断增大,产生了自激振动,发生失稳导致系统失效。因此,抑制气体轴承的振动十分必要。

3.3 NES对气体轴承系统的减振效果

与3.2节相同,选取供气压力 $p_s = 0.5\text{MPa}$,初始气膜厚度 $h_0 = 10\mu\text{m}$ 。假设系统的初始条件为,主振子的初始位移 $x = 1\mu\text{m}$,主振子的速度 $\dot{x}$,NES的初始位移 y 和初始速度 $\dot{y}$ 都为0,计算此时NES对气体轴承自激振动的影响。

由于NES的参数由其结构决定,不随气膜厚度变化,故本节所选参数皆相对于气体轴承处于平衡位置时的系统参数。

当选取 $m = 0.05M$, $s = 1S$, $c = 0.5|C|$ 时,虽然系统响应仍然不断增大,但失效时间要比未加NES时长得多,说明NES对系统的振动抑制起到了一定的作用,如图8所示。

当选取 $m = 0.05M$, $s = 1S$, $c = 2|C|$ 时,可以取得较好的减振效果,自激振动几乎完全被抑制,将振动幅值控制在平衡位置附近,如图9所示。

如图9(d)所示,系统的动能随着时间逐渐降低至0附近,说明系统的能量被NES有效耗散,起到了很好的抑振作用。

经大量的计算发现,当 $m = 0.05M$, $s = 1S$ 时,系统中NES的临界阻尼为 $c = 1.0235|C|$,此时系统不发散,达到稳定时系统的振幅固定,如图10所示。

经计算NES在 $m = 0.05M$ 的条件下,超过临界阻尼时,在一个很大的刚度范围内,如 $s = 0.01S \sim 100S$,系统都能取得类似图9的减振效果,能将振动抑制下来。

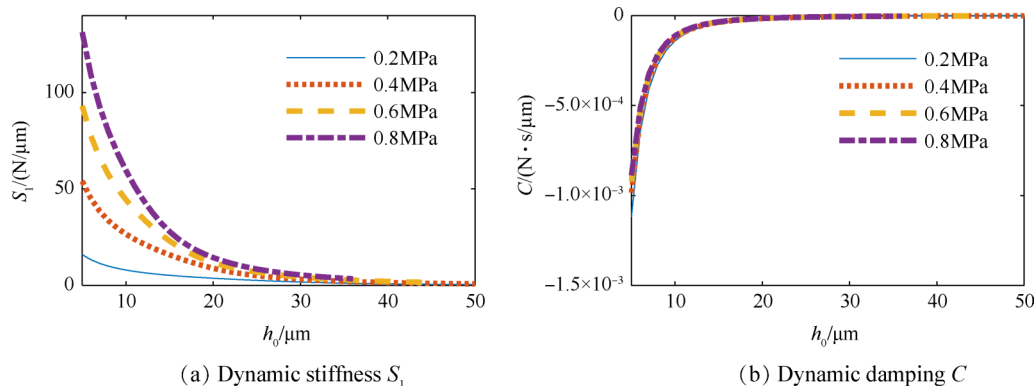


Fig. 6 Dynamic characteristics of the air bearing

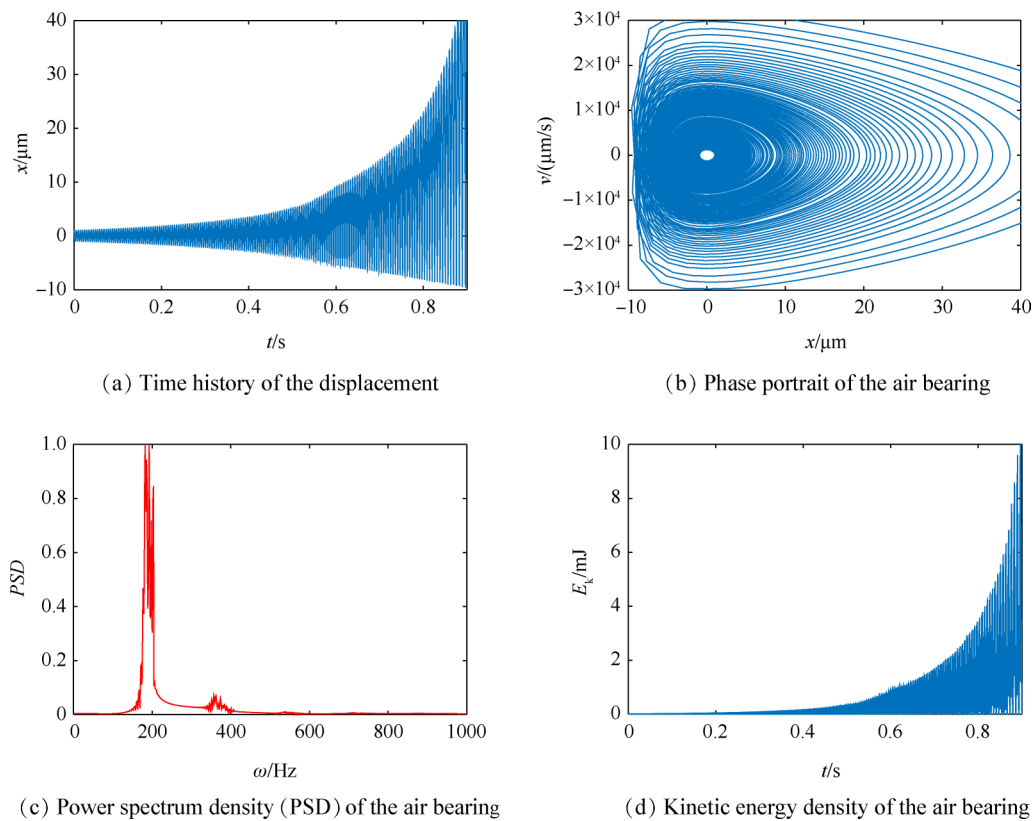


Fig. 7 Response of the air bearing with $h_0 = 10\mu\text{m}$, $p_s = 0.5\text{MPa}$

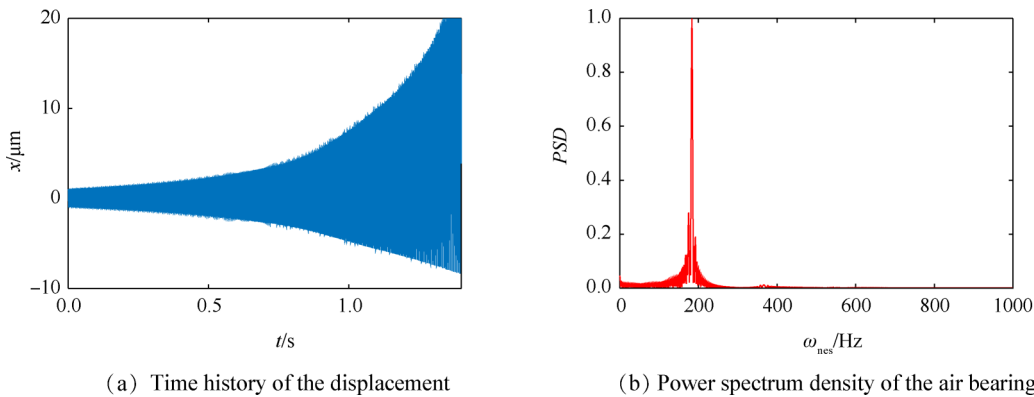
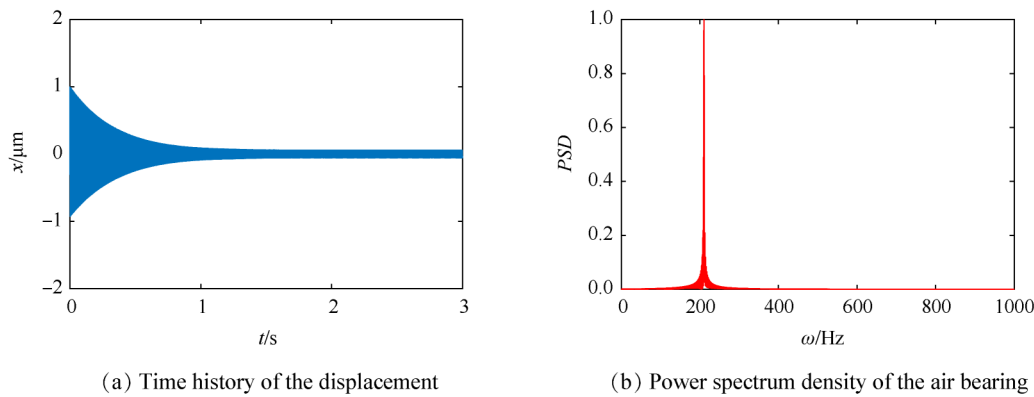


Fig. 8 Response of the air bearing with NES when $m=0.05M$, $s=1S$, $c=0.5|C|$



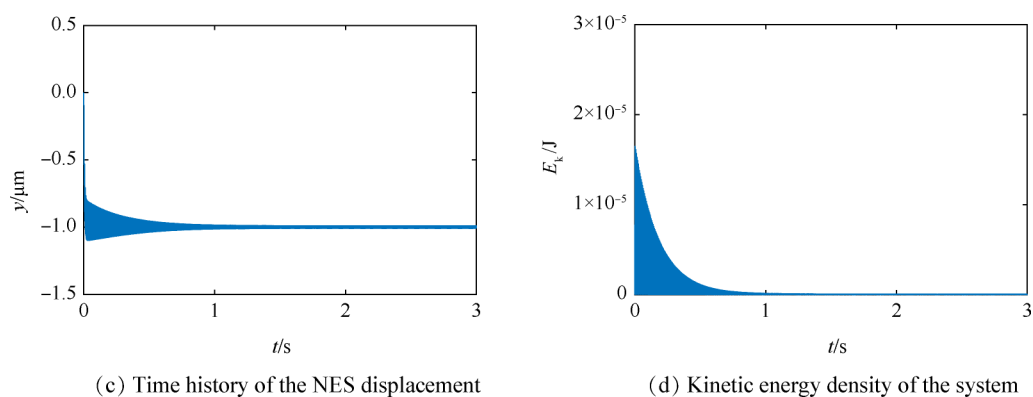


Fig. 9 Response of the air bearing with NES when $m=0.05M$, $s=1S$, $c=2|C|$

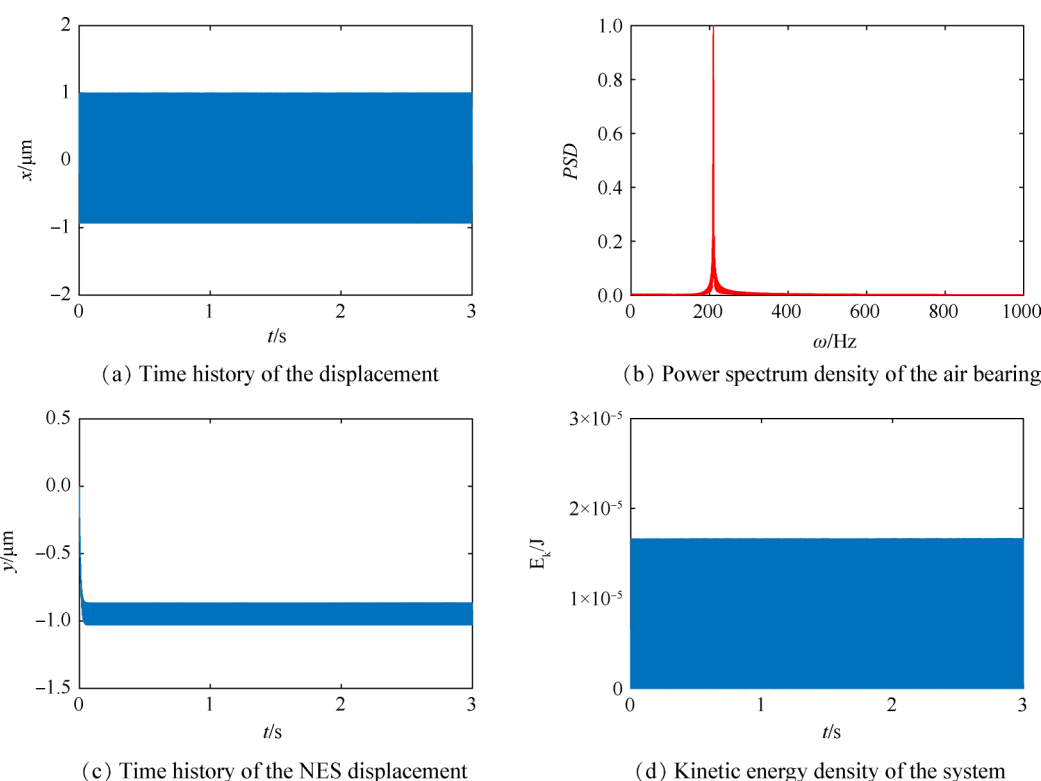


Fig. 10 Response of the air bearing with NES when $m=0.05M$, $s=1S$, $c=1.0235|C|$

综上,选取适当的NES参数,可以完全抑制气体轴承的自激振动。并且对NES的刚度的设计要求不太高,故利用NES抑制气体轴承的振动是一种有潜力的方法。

4 结 论

本文针对圆盘形单个小孔节流的气体静压止推轴承,建立了气体轴承静动态特性分析模型,研究并总结了供气压力和气膜厚度对气体轴承静态承载力、静态气体质量流量、静态刚度以及动态阻尼的影响规律;然后引入NES对系统振动进行抑制。在本文研究参数范围内,主要结论如下:

(1)根据对气体静压止推轴承的静态性能分析

可以得出,系统的静态承载力随供气压力的增大而增大,随气膜厚度增大而减小。系统的静态刚度随供气压力的增大而增大,随气膜厚度增大先增大后减小。系统的气体流量随供气压力的增大而增大,随气膜厚度增大而增大。

(2)根据对气体静压止推轴承的动态性能分析可以得出,系统的动态刚度随供气压力的增大而增大,随气膜厚度增大而减小。系统的动态阻尼表现为负阻尼特性,其绝对值随供气压力的增大而增大,随气膜厚度增大而减小。

(3)选择合适的NES系统参数,可以抑制气体轴承的自激振动。为解决NES抑振的实用化问题,开展参数优化及相关实验研究很有必要。

致 谢:感谢国家自然科学基金、天津市自然科学基金(青年)项目的支持。

参考文献:

- [1] 韩东江, 杨金福, 陈昌婷, 等. 轴承供气压力对静压气体轴承-转子系统动力学特性影响的实验[J]. 推进技术, 2014, 35(9): 1265-1270. (HAN Dong-jiang, YANG Jin-fu, CHEN Chang-ting, et al. Experimental Research for Effects of Bearing Supply Gas Pressure on Aerostatic Bearing-Rotor System Dynamic Characteristics [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(9): 1265-1270.)
- [2] Powell J W. Design of Aerostatic Bearings [M]. New York: The Machinery Publishing Co, Ltd, 1970.
- [3] 郭良斌, 王祖温. 环面节流静压圆盘止推气体轴承的动特性计算[J]. 液压与气动, 2006, (7): 7-11.
- [4] Al-Bender F. On the Modelling of the Dynamic Characteristics of Aerostatic Bearing Films: From Stability Analysis to Active Compensation[J]. *Precision Engineering*, 2009, 33(2): 117-126.
- [5] Bhat N, Kumar S, Tan W, et al. Performance of Inherently Compensated Flat Pad Aerostatic Bearings Subject to Dynamic Perturbation Forces[J]. *Precision Engineering*, 2012, 36(3): 399-407.
- [6] Chen X, Ye Y. Influences of the Restrictor Design Parameter and Operating Conditions of Aerostatic Bearings on Its Dynamic Characteristics [C]. Singapore: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2009.
- [7] Majumdar B C. Dynamic Characteristics of Aerostatic Thrust Bearings with Porous Inserts[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1980, 22(2): 55-58.
- [8] 王云飞. 气体润滑理论与气体轴承设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
- [9] Franssen R H M, Potze W, De Jong P, et al. Large Amplitude Dynamic Behavior of Thrust Air Bearings: Modeling and Experiments[J]. *Tribology International*, 2017, 109: 460-466.
- [10] 裴 浩, 龙 威, 杨绍华, 等. 空气静压轴承微振动形成机理分析[J]. 振动与冲击, 2018, (5): 71-78.
- [11] Talukder H M, Stowell T B. Pneumatic Hammer in an Externally Pressurized Orifice-Compensated Air Journal Bearing [J]. *Tribology International*, 2003, 36(8): 585-591.
- [12] 杜建军, 刘 瞰, 张国庆, 等. 带有圆周方向均压槽的静压气体止推轴承的气锤自激[J]. 润滑与密封, 2010, 35(1): 9-12.
- [13] Vakakis A F, Gendelman O. Energy Pumping in Nonlinear Mechanical Oscillators. II. Resonance Capture [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2001, 68(1): 42-48.
- [14] Vakakis A F. Inducing Passive Nonlinear Energy Sinks in Vibrating Systems[J]. *Journal of Vibration & Acoustics*, 2001, 123(3): 324-332.
- [15] Gendelman O, Manevitch L I, Vakakis A F, et al. Energy Pumping in Nonlinear Mechanical Oscillators, Part I—Dynamics of the Underlying Hamiltonian Systems [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2001, 68(1).
- [16] 张也弛, 孔宪仁, 杨正贤, 等. 非线性吸振器的靶能量传递及参数设计[J]. 振动工程学报, 2011, 24(2): 111-117.
- [17] Nucera F, Vakakis A F, McFarland D M, et al. Targeted Energy Transfers in Vibro-Impact Oscillators for Seismic Mitigation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 50(3): 651-677.
- [18] Carfagno S P, McCabe J T. Summary of Investigations of Entrance Effects in Circular Thrust Bearings[R]. NASA-CR-67177, 1965.
- [19] Holster P L, Jacobs J A H. Theoretical Analysis and Experimental Verification on the Static Properties of Externally Pressurized Air-Bearing Pads with Load Compensation [J]. *Tribology International*, 1987, 20(5): 276-289.
- [20] 孔中科. 气体静压轴承气锤振动机理分析与实验研究[D]. 北京: 中国工程物理研究院, 2013.

(编辑:史亚红)