2018年8月	推进技术	Aug. 2018
第39卷 第8期	JOURNAL OF PROPULSION TECHNOLOGY	Vol.39 No.8

含孔隙三维四向编织复合材料力学性能的双尺度分析*

齐泽文1, 胡殿印^{1,2,3}, 张 龙¹, 曾雨琪¹, 王荣桥^{1,2,3}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院,北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心,北京 100191;
3. 航空发动机结构强度北京市重点实验室,北京 100191)

摘 要:为了更精确地对含孔隙三维四向编织复合材料的力学性能进行预测,基于双尺度分析方法 分别研究了纤维束中的干斑和基体中的孔穴对三维四向编织复合材料宏观力学性能的影响。在纤维束微 观尺度上,采用通用单胞法来预测纤维束等效力学性能参数。在编织结构细观尺度上,利用代表性体积 单元(RVE)和细观力学有限元法预测得到宏观等效弹性常数。将上述计算结果与文献实验数据进行对 比,验证了双尺度分析方法的正确性。采用Monte-Carlo 仿真技术在模型中投入气孔单元,分别在纤维 束和基体中模拟干斑和孔穴,讨论了两种孔隙缺陷对三维四向编织复合材料力学性能的影响规律。结果 表明: 孔隙缺陷率对三维四向编织复合材料力学性能有较大的影响,且纤维束中的干斑较基体中的孔穴 相比影响更大;在给定孔隙缺陷率(P_{mv} = P_{fv} = 4%)情况下,沿编织方向弹性模量仅从13.6GPa变化到 14.2GPa,说明孔隙的位置分布对沿编织方向的弹性模量影响很小。

关键词: 三维四向编织复合材料; 孔隙缺陷; 双尺度; 材料性能预测

中图分类号: V235.13 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2018) 08-1873-07 **DOI**: 10.13675/j. enki. tjjs. 2018. 08. 023

Two-Scale Analysis for Mechanical Properties of 3D Four-Directional Braided Composites with Pore Defects

QI Ze-wen¹, HU Dian-yin^{1,2,3}, ZHANG Long¹, ZENG Yu-qi¹, WANG Rong-qiao^{1,2,3}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

3. Beijing Key Laboratory of Structural Strength of Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to predict the mechanical properties of 3D four-directional braided composites with pore defects more accurately, this essay studied the effects of dry patches in fiber bundles and voids in matrix on the macroscopic mechanical properties of the three-dimensional four-direction braided composites based on the two-scale analysis method. Firstly, generalized method of cells was used to predict equivalent mechanical properties of the fiber bundles at micro-scale. Then, the macroscopic equivalent elastic constants were predicted by representative volume element (RVE) and meso-mechanical finite element method in braided structure on meso-scale scale. The predicted results were in good agreement with the available experimental data, demonstrating the applicability of the two-scale method. Finally, pore elements was distributed by Monte-Carlo technique simulating dry patches elements in fiber bundles and voids elements in matrix in 3D four-directional braided composites RVE model to discuss the influence of two kinds of defects on the mechanical properties of 3D four-directional

* 收稿日期: 2017-08-13;修订日期: 2017-10-25。

基金项目: 国家自然科学基金(51675024; 51305012; 51375031); 国防基础科研计划资助(B2120132006)。 作者简介:齐泽文,男,硕士,研究领域为发动机结构强度、疲劳寿命及可靠性。E-mail: buaa_qizewen@126.com 通讯作者: 胡殿印,女,博士,教授/博导,研究领域为发动机结构强度、疲劳寿命及可靠性。E-mail: hdy@buaa.edu.cn braided composites. The results show that the defects have great influence on the mechanical properties of 3D four-directional braided composites. Dry patches in fiber bundles have more significant effect on the elastic properties than voids in matrix. In the case of given porosity ($P_{mv} = P_{fv} = 4\%$), the elastic modulus of the weaving direction only increased from 13.6GPa to 14.2GPa demonstrating that the positional distribution of defects has little effect on the modulus of elasticity in the braiding direction.

Key words: 3D four-directional braided composites; Pore defects; Two-scale; Material property prediction

1 引 言

复合材料具有比强度高、比刚度大、耐腐蚀性强和抗冲击性良好等优点,广泛应用于在航空航天、汽车、船舶等高科技制造领域^[1]。其中,三维四向编织复合材料,由于具有多向纤维束构成的空间网状结构,消除了传统"层"的概念,面外性能大大提升^[2],具有承受复杂载荷能力的优势,因此广泛应用于承受复杂热/机械载荷的航空航天部件。

三维四向编织复合材料由纤维束和基体组成, 空间结构十分复杂。微观尺度上,一束纤维束包含 上千根纤维丝以及与之相结合的基体。在细观编织 尺度上,一般通过代表性体积单元(RVE)来预测其 宏观等效力学性能。根据周期性结构分析和实验观 测,可以建立三维编织复合材料的细观尺度 RVE模 型,又称单胞^[3~6]。目前,国内外已经对多尺度分析 方法已经展开了一系列的研究,Hassani等^[7]总结介绍 了双尺度渐进均匀化分析方法,Lions等^[8]在均匀化理 论的基础上提出了小参数渐进展开双尺度分析方法, 吴世平等^[9]利用小参数摄动展开技术引入了细观和宏 观均匀化结构。郑晓霞等^[10]详细地论述了多尺度分 析方法在纤维增强复合材料弹塑地等力学性能中的 研究进展。

现阶段关于三维四向编织复合材料刚度与强度的计算模型,大多是假定材料没有内部缺陷或并未考虑孔隙随机分布等因素对力学性能的影响。然而,不论是基于树脂转移塑模(RTM)工艺的树脂基复合材料,还是基于化学气相沉积(CVI)工艺的陶瓷基复合材料,在制造过程中都不可避免的会产生孔隙缺陷临;。树脂在复合材料中渗透不够充分时,会分别在纤维束和基体中产生孔隙缺陷,纤维束中的孔隙缺陷称为孔穴^[12],两种不同的孔隙缺陷都会对复合材料的力学性能产生不同程度的影响。任明法等^[13]基于两尺度代表体元对含孔隙复合材料单层板的弹性常数进行了预测,但这仅限

于对单层板的研究,并且其所建立的含孔隙 RVE模型 为均匀化后的模型,并未对纤维束和基体进行区分。 同时,由于孔隙随机分布于均匀化的复合材料内部, 而不是仅限于基体中,其假设与实际相悖。Shen等^[14] 和石多奇等^[15]分别通过在基体中添加孔穴的 RVE模 型预测了二维编织和三维编织陶瓷基复合材料的宏 观等效力学性能,但均未考虑干斑对纤维束性能的影 响以及由纤维束尺度的不均匀性所产生的效应。

基于此,本文采用双尺度分析方法研究了干斑 和孔穴对三维四向编织复合材料宏观等效力学性能 的影响。在纤维束尺度上,采用通用单胞法来预测 纤维束等效力学性能参数;在编织结构细观尺度上, 利用 RVE模型和细观力学有限元法预测得到其宏观 等效弹性常数。将计算结果与实验结果进行对比, 验证了双尺度分析方法的正确性。分别在纤维束和 基体中引入干斑和孔穴,讨论了两种孔隙缺陷对三 维四向编织复合材料力学性能的影响规律。

2 双尺度分析方法

尽管三维四向编织复合材料的空间结构十分复杂,但是由于其具有周期性排布特点,所以在细观编 织尺度上可以将其分成许多的 RVE 模型^[6]。本文采 用由底至上的双尺度分析方法:在微观尺度上由基 体和纤维丝属性推导纤维束材料性能;然后在细观 尺度上基于由基体和纤维束构成的单胞模型得到宏 观材料性能,三维四向编织复合材料的双尺度分析 模型如图1所示。

2.1 纤维束通用单胞模型

三维四向编织复合材料的纤维束与单向纤维增强复合材料的性质基本相同。通常情况下,一束理想的纤维束是由500~2000根纤维丝和与之相关联的基体组成^{116]},纤维束的微观结构如图2所示。

本文采用通用单胞法(GMC方法)获取纤维束等 效弹性常数。GMC方法是一种基于均匀化理论,用于 计算周期性复合材料代表性体积单元力学性能的高 效算法,可以直接获得单胞的等效弹性参数。GMC **RVE** model

方法将复合材料纤维束中的单胞划分为多个方形的 子胞,本文采用的二维通用单胞模型如图3所示。



RVE model

Fig. 1 Two scale analysis for 3D four-directional braided composites



Fig. 2 Microstructure of fiber bundles



Fig. 3 2D model of generalized method of cells (GMC)

通用单胞法基本过程主要由以下步骤组成^[17]: 确定代表性体积单元,根据图3所示的二维胞元结构 确定胞元宏观应力(或应变)与微观应力(或应变)关 系如下

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \frac{1}{mn} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\alpha=1}^{N_{\alpha}} m_{\alpha} n_{\beta} \bar{\sigma}^{(\alpha\beta)} \\ \bar{\varepsilon} = \frac{1}{mn} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\alpha=1}^{N_{\alpha}} m_{\alpha} n_{\beta} \bar{\varepsilon}^{(\alpha\beta)} \end{cases}$$
(1)

式中 σ 和 ε 分别代表胞元的宏观应力和宏观应 变; $m = \sum_{\alpha=1}^{N_{\alpha}} m_{\alpha}; n = \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} n_{\beta}; \bar{\sigma}^{(\alpha\beta)} \pi \bar{\varepsilon}^{(\alpha\beta)}$ 分别是子胞($\alpha\beta$) 的平均应力和平均应变。

利用单胞界面之间以及 RVE 中子胞界面之间的 平均位移和平均应力的连续性条件建立方程。最早 的 GMC 方法采用子胞平均应变作为未知量,而后 Pindera 和 Bednarcyk^[18]提出了利用子胞平均应力作 为未知量的高效 GMC 算法,大大减少了计算过程中 所需方程的数量,本文即采用此种方法。子胞中的 应变可以由宏观应变以及子胞内塑性应变确定。

$$\bar{\varepsilon}^{(\alpha\beta)} = A^{(\alpha\beta)}\bar{\varepsilon} + D^{(\alpha\beta)}\varepsilon^{I}_{s}$$
(2)

式中A^(φ)和D^(φ)分别为相应的集中系数矩阵;ε[']_s 为所有子胞塑性应变组成的列向量。

复合材料宏观本构方程可以表示为

$$\bar{\sigma} = B^* \left(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}' \right) \tag{3}$$

式中 *ε*^{*i*} 表示胞元塑性应变组成的列向量, *B*^{*i*} 代表复合材料的等效刚度矩阵,表达式为

$$B^* = \frac{1}{mn} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\alpha=1}^{N_{\alpha}} m_{\alpha} C^{(\alpha\beta)} A^{(\alpha\beta)}$$
(4)

本文根据上述方法编写通用单胞模型计算程 序,进行后续计算分析。

2.2 编织结构 RVE 模型

选取两种具有不同编织角的 RVE 模型如表 1 所示^[19]。通过分析编织机床的周期性运动,记录携纱器的运动轨迹,以表 1 中第一种编织结构(No.1)为例,分析预成型编织件的空间拓扑结构^[20],得到纱线 在单胞中的空间位置如图 4(a)所示,图 4(b),(c), (d)分别展示了纤维束、基体以及单胞整体的几何结 构模型。

 Table 1 Braiding parameters and structural parameters of RVE models

	Dimension/mm	$\gamma/(^{\circ})$	$\alpha/(^{\circ})$	$V_{\rm f}$ /%	$\varepsilon / \%$
No.1	20.35×20.35×6	46.71	36.9	51.81	90
No.2	20.35×20.35×6	26.98	19.8	49.65	90

Notes: γ -internal braiding angle; α -surface braided angle; V_i -fiber volume fracture; ε -fiber volume fraction in a fiber bundle

选取模型材料为三维四向碳/环氧树脂编织复合 材料,各组分弹性性能参数如表2所示^[19]。(*E*₁₁*E*₂₂分 别代表面外弹性模量与面内弹性模量,*G*₁₂*G*₁₃分别代 表面外剪切模量与面内剪切模量,*µ*₁₂表示泊松比)。 采用 Hypermesh 软件对上述单胞模型进行网格划分 如图5所示,其中的分网过程需要保证单胞相对两个 面的节点具有一致性,这是为了确保在后续计算过

Table 2 Elastic properties of carbon fiber and resin matrix

	<i>E</i> ₁₁ /GPa	<i>E</i> ₂₂ /GPa	<i>G</i> ₁₂ /GPa	<i>G</i> ₁₃ /GPa	$\mu_{\scriptscriptstyle 12}$
C fiber	230.0	40.0	24.0	14.3	0.26
Epoxy	3.5				0.35

程中周期性边界条件的顺利施加,从而有效预测单 胞模型的力学性能。





(a) Location and orientation of fiber bundles



(c) Matrix

(d) Whole structure

Fig. 4 RVE of the 3D braided structures

2.3 预测结果

依据上述所建立的微观-细观双尺度分析方法, 对三维四向编织复合材料进行宏观弹性常数预测, 采用 2.1 中所述方法,建立纤维束的通用单胞模型, 应用 MATLAB 自编程序,计算纤维束的力学性能参 数如下: E_{11} =208.150GPa, E_{22} = E_{33} =25.966GPa, μ_{12} = μ_{13} = 0.273, μ_{23} =0.378, G_{12} = G_{13} =12.942GPa, G_{23} =9.289GPa。

细观尺度上,将纤维束的力学性能参数作为均 质化参数,应用到三维四向编织复合材料 RVE 有限 元模型中。利用有限元软件 ABAQUS/Standard 对单 胞模型施加周期性边界条件^[21,22],对其进行 *x*,*y*,*z*方 向纯拉伸和 *xy*,*yz*,*zx*方向纯剪切的应力分析,计算过 程中需要保证每种情况的应变均为单胞尺寸大小的 1%。图6为单胞模型沿z方向单轴拉伸的应力分布 云图,图7为沿yz方向纯剪切的应力分布云图。从两 幅图中可以看出,载荷主要由纤维束承担,基体只承 担了较少部分的应力,同时,在纤维束与基体的交界 面处出现了局部应力集中现象。从图7中可以看出, 在剪切过程中,尽管单胞的横截面发生了翘曲,但是 整个单胞模型的相对表面却始终保持着同样的变 形,证明周期性边界条件的成功施加,达到了"周期 性变形"的目的。





(a) 3D braided RVE model



Fig. 5 Finite element model of RVE for 3D braided structures

整体小变形情况下,应变-应力关系可表示为 $\bar{\zeta}_{ij} = S_{ijkl}\bar{\sigma}_{kl}$ 。其中, $\bar{\zeta}_{ij}$ 和 $\bar{\sigma}_{kl}$ 分别是RVE单元的平均应 变和平均应力, S_{ijkl} 是不同情况下对应的柔度矩阵。 根据柔度矩阵,得到三维四向编织复合材料的力学 性能参数。

依据本文提出的双尺度分析方法,三维四向碳/ 环氧树脂编织复合材料的弹性常数的预测结果及误 差对比如表3所示,可以发现预测值与实验值^[19]基本 相同,其误差来源在于本文所建立的RVE模型并未 考虑纤维束的扭曲变形等因素,但总体上数值精度 拟合较好,这说明本文的双尺度分析方法可以较好 地预测三维四向编织复合材料的宏观弹性常数。

Elastic properties	Num	ber 1	Nun	nber 2
	Experiment	Prediction	Experiment	Prediction
<i>E</i> ₁₁ /GPa	17.91	17.10	56.31	53.880
<i>E</i> ₂₂ /GPa		9.644		32.844
<i>E</i> ₃₃ /GPa		9.632		32.853
<i>G</i> ₁₂ /GPa		13.008		19.530
<i>G</i> ₁₃ /GPa		13.073		19.526
<i>G</i> ₂₃ /GPa		15.186		20.860
$\mu_{\scriptscriptstyle 12}$	0.67	0.684	0.79	0.724
$oldsymbol{\mu}_{\scriptscriptstyle 13}$		0.679		0.721
$\mu_{\scriptscriptstyle 23}$		0.488		0.518

Table 3 Comparison of the elastic constants between predicted and experimental data





Fig. 7 Stress contour of RVE under yz shear load

3 孔隙缺陷对力学性能的影响规律

3.1 孔隙缺陷随机分布

目前工程中通常采用无损检测技术^[12]可以有效 测得纤维束中孔隙率P_{fr}与基体中孔隙率P_{mv}的大小。 复合材料成型工艺过程中,孔隙缺陷的大小和位置 随机排布,导致在仿真过程中难以量化表征孔隙的 分布形式,传统的多孔结构会使得网格划分过程非 常复杂,网格划分质量较差。本文则是采用气孔单 元法^[23]来模拟纤维束和基体中的孔隙在单胞模型中 的存在形式。具体操作方法即在单胞模型中,通过 Monte-Carlo仿真技术,按照无损检测实测得到的孔 隙率,在纤维束及基体中随机投放气孔单元。其中, 气孔单元视为无刚度,但为了保证计算的收敛性,不 能使得每个气孔单元的刚度均为0,而是选取一个很 小的正值(本文取10⁻⁵Pa)。

本节为了消除气孔单元位置随机性所造成的影响,以表1中第一种编织结构(No.1)为例进行了40组 气孔单元的随机投放,按孔隙率 P_{mv}=P_{fv}=4%,在纤维 束和基体中分别投放气孔单元如图8所示。

运用上文中所建立的双尺度分析模型,分别计 算出每次投入气孔单元时三维四向碳/环氧树脂编织 复合材料的弹性常数。其中, E₁₁的概率分布如图9 所示,可以看出,*E*₁₁的分布全部集中在13.6~ 14.2GPa的范围内。这说明只要孔隙率保持不变,气 孔位置的随机分布对复合材料沿编织方向的宏观弹 性常数影响不大。



(b) Voids in matrix

Fig. 8 RVE models with two kinds of defects

3.2 孔隙缺陷百分比

(a) Dry patches in fiber bundles

对于复合材料而言,孔隙缺陷的体积分数对其 力学性能有着重要的影响,通过本文中所建立的双 尺度分析模型,对表1中第一种编织结构(No.1)的三 维四向编织复合材料进行分析,纤维束中不同孔隙 率所对应的纤维束等效力学参数计算结果如表4所 示。从表中可以看出,随着P₆的不断增加,所有的弹 性常数均呈现下降的趋势;其中,除沿编织方向弹性 模量E₁₁外,其余参数均随着P₆的增加而显著减小, 结果表明纤维束中孔隙的存在对于纤维束力学性能 的影响很大。



Fig. 9 Probability distribution histogram for E_{11} of C/epoxy resin composites

 Table 4
 Elastic constants of the fiber bundles with different void fraction

$P_{\rm fs}/\%$ $E_{\rm 11}/{\rm GPa}$ $E_{\rm 22}/{\rm GPa}$ $G_{\rm 12}/{\rm GPa}$ $\mu_{\rm 12}$ $\mu_{\rm 22}$	3
0 208.150 25.966 12.942 0.273 0.3	78
1 207.980 21.919 10.731 0.258 0.3	67
2 207.749 17.348 7.823 0.250 0.3	33
3 207.518 12.302 5.348 0.212 0.3	01
4 207.363 5.743 3.030 0.180 0.2	37

图 10展示了表 1 中第一种编织结构(No.1)的三 维四向编织复合材料在不同纤维束孔隙率以及不同 基体孔隙率下的力学性能计算结果。从图 10(a), (b)中可以看出,单胞纵向方向的弹性模量大于横向 方向的弹性模量,说明三维四向编织复合材料纵向 拉伸性能强于横向拉伸性能,当*P*_{mv}增加时,纵向弹 性模量*E*₁₁与横向弹性模量*E*₂₂,*E*₃₃均减小。图 10 (c),(d)中,随着*P*_{mv}的增加,横向泊松比µ₂₃逐渐减小 且趋势明显,纵向两个方向的泊松比µ₁₂和µ₁₃呈现缓 慢上升趋势,表明孔隙缺陷的存在,促进了三维四 向编织复合材料在纵向载荷下的横向变形。图 10 (e)中,随着*P*_{mv}的增加,*G*₁₂,*G*₁₃呈现与µ₁₂,µ₁₃相反的 趋势。





Fig. 10 Influences of the void volume fraction P_{fv} and P_{mv} on the elastic constants

当 $P_{f_{t}}$ 逐渐增大时,除了横向泊松比 μ_{23} 外,其它 宏观力学性能参数均随着 $P_{f_{t}}$ 的增加而减小。对比各 力学性能参数随着 $P_{f_{t}}$ 和 P_{m} 的变化趋势,可以发现, P_{fx}对三维四向编织复合材料力学性能参数的影响作 用要大于P_{mv}。对于弹性模量和剪切模量而言,P_{fx}的 影响效果则更加明显。

4 结 论

通过本文研究,得到如下结论:

(1)当孔隙率一定时(P_m=P_f=4%),沿编织方向 弹性模量仅从13.6GPa变化到14.2GPa,说明孔隙位 置的随机分布对沿编织方向弹性模量的影响几乎可 以忽略。

(2) 孔隙率对三维四向编织复合材料力学性能 参数有一定的影响。无论是随着纤维束中孔隙率的 增加还是基体中孔隙率的增加,除了横向泊松比外, 其余的力学性能参数均呈现下降的趋势。

(3)纤维束中孔隙率对于三维四向编织复合材料力学性能的影响作用要大于基体中孔隙率对其的影响作用。

参考文献:

- Bilisik K. Three-Dimensional Braiding for Composites: A Review[J]. Textile Research Journal, 2013, 83(13): 1414-1436.
- [2] Miravete A. 3-D Textile Reinforcements in Composite Materials[M]. UK: Woodhead Publishing, 1999.
- [3] Kalidindi S R, Abusafieh A. Longitudinal and Transverse Moduli and Strengths of Low Angle 3-D Braided Composites [J]. Journal of Composite Materials, 1996, 30(8): 885-905.
- [4] Wang R, Zhang L, Hu D, et al. A Novel Approach to Impose Periodic Boundary Condition on Braided Composite RVE Model Based on RPIM[J]. Composite Structures, 2017, 163: 77-88.
- [5] Chen L, Tao X M, Choy C L. RETRACTED: On the Microstructure of Three-Dimensional Braided Preforms [J]. Composites Science & Technology, 1999, 59(3):391-404.
- [6] 巩龙东,申秀丽.细观周期性结构复合材料热固耦合 双尺度渐进均匀化分析方法及有限单元法实现[J]. 推进技术,2016,37(1):18-24.(GONG Long-dong, SHEN Xiu-li. Thermal-Elastic Two-Scale Asymptotic Analysis Method for Micro Periodic Composites and Implementation Utilizing Finite Element Method[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(1):18-24.)
- [7] Hassani B, Hinton E. Homogenization Theory for Media with Periodic Structure [J]. Homogenization & Structural Topology Optimization, 1998, 69(6): 707-717.
- [8] Lions J L. Some Methods in the Mathematical Analysis

of Systems and Their Control [M]. New York: Gordon and Breach, 1981.

- [9] 吴世平,唐绍锋,梁 军,等.周期性复合材料热力 耦合性能的多尺度方法[J].哈尔滨工业大学学报, 2006,38(12):2049-2053.
- [10] 郑晓霞,郑锡涛, 缑林虎. 多尺度方法在复合材料力学 分析中的研究进展[J]. 力学进展, 2010, 40(1):41-56.
- [11] Hamidi Y K, Altan M C, Aktas L. Formation of Microscopic Voids in Resin Transfer Molded Composites [J]. Journal of Engineering Materials & Technology, 2003, 126(4): 555-569.
- [12] 戴福洪,杜善义.复合材料RTM制造工艺数值模拟研究进展[J]. 宇航材料工艺,2002,32(6):14-18.
- [13] 任明法,常 鑫.基于两尺度代表体元的含孔隙复合 材料单层板弹性常数预测[J].复合材料学报,2016, 33(5):1111-1118.
- [14] Shen X, Gong L. RVE Model with Porosity for 2D Woven CVI SiC_f/SiC Composites [J]. Journal of Materials Engineering & Performance, 2016, 25(12): 5138-5144.
- [15] 石多奇, 牛宏伟, 景 鑫, 等. 考虑孔隙的三维编织
 陶瓷基复合材料弹性常数预测方法[J]. 航空动力学
 报, 2014, 29(12): 2891-2897.
- [16] Ismar H, Schröter F, Streicher F. Modeling and Numerical Simulation of the Mechanical Behavior of Woven SiC/ SiC Regarding a Three-Dimensional Unit Cell[J]. Computational Materials Science, 2000, 19(1-4): 320-328.
- [17] Aboudi J. Micromechanical Analysis of Thermo-Inelastic Multiphase Short-Fiber Composites [J]. Composites Engineering, 1995, 5(7): 839-850.
- Pindera M J, Bednarcyk B A. An Efficient Implementation of the Generalized Method of Cells for Unidirectional, Multi-Phased Composites with Complex Microstructures [J]. Composites Part B: Engineering, 1999, 30 (1):87-105.
- [19] 修英姝.四步法三维编织复合材料力学性能的有限 元分析[D].天津:天津工业大学,2001.
- [20] 郑锡涛. 三维编织复合材料细观结构与力学性能分析[D]. 西安:西北工业大学, 2003.
- [21] Wang R, Zhang L, Hu D, et al. Evaluation of Three Unit Cell Models in Predicting the Mechanical Behavior of 3D Four-Directional Braided Composites [J]. Journal of Composite Materials, 2017, 51(27).
- [22] Wang R, Zhang L, Hu D, et al. Progressive Damage Simulation in 3D Four-Directional Braided Composites Considering the Jamming-Action-Induced Yarn Deformation[J]. Composite Structures, 2017, 178: 330-340.
- [23] 袁义云.含孔隙陶瓷基复合材料基体的力学性能和 失效问题研究[D].南京:南京航空航天大学,2008.

(编辑:朱立影)