

基于累积损伤模型的NEPE推进剂温度 及率相关破坏准则研究^{*}

韩 龙¹, 陈 雄¹, 赵亚楠², 许进升¹, 周长省¹

(1. 南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094;
2. 中航工业集团沈阳发动机设计研究所, 辽宁 沈阳 110015)

摘 要: 建立考虑温度及应变率因素的适用于粘弹性固体推进剂的破坏准则, 通过对NEPE复合推进剂试件在6组不同环境温度($-50\sim 50^{\circ}\text{C}$)下进行了5组不同拉伸速率($1\sim 500\text{mm/min}$)的等速率拉伸破坏试验, 结合试验数据获取损伤模型参数, 建立了考虑温度及应变率因素的基于累积损伤的结构强度准则。并利用建立的损伤模型来预测推进剂试件在选定温度(20°C , -50°C)及应变率条件下(20mm/min , 200mm/min)的破坏情况, 预测结果与试验数值吻合较好, 说明该损伤模型能够较好地描述NEPE推进剂材料的破坏过程, 可在一定温度($-50\sim 50^{\circ}\text{C}$)及应变率($1\sim 500\text{mm/min}$)范围内作为一种普遍适用的推进剂破坏准则。

关键词: NEPE推进剂; 损伤模型; 强度准则; 单轴拉伸

中图分类号: V435.12 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2015) 12-1895-06

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.2015.12.020

Rate and Temperature Dependent Strength Criterion Based on Accumulative Damage for NEPE Propellant

HAN Long¹, CHEN Xiong¹, ZHAO Ya-nan², XU Jin-sheng¹, ZHOU Chang-sheng¹

(1.School of Mechanics Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2.Shenyang Aero Engine Research Institute of AVIC, Shenyang 110015, China)

Abstract: In order to establish a practicable strength criterion which is capable of considering the rate and temperature factors for composite propellant, a cumulative damage model was employed to describe the damage evolution of the propellant and the damage parameters were calibrated based on tensile tests at five constant rates ($1\sim 500\text{mm/min}$) under six environment temperature ($-50\sim 50^{\circ}\text{C}$) for NEPE propellant. Then, the relationship between damage parameters, strain rates and temperature was curve fitted by the exponential function. Two additional tensile tests (20°C 200mm/min , -50°C 20mm/min) were conducted to verify the accuracy of the established strength criterion. The results show that strength criterion based on cumulative damage model is appropriate for the viscoelastic propellant within a certain range of temperature ($-50\sim 50^{\circ}\text{C}$) and constant crosshead speed ($1\sim 500\text{mm/min}$).

Key words: NEPE propellant; Cumulative damage model; Strength criterion; Uniaxial tensile tests

1 引 言

固体推进剂作为固体火箭发动机的动力供给者和载荷承载者,其结构完整性直接决定着整个火箭

系统及其作战平台的安全性。随着火箭武器远程化战术性能要求的提高,对火箭发动机的性能提出了新的要求。推进剂含能量、发动机长径及装药模数不断提升,能够实现较高装填系数的贴壁浇注火箭

^{*} 收稿日期: 2014-07-26; 修订日期: 2014-09-15。

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK20140772)。

作者简介: 韩 龙(1988—),男,博士生,研究领域为固体火箭发动机药柱结构完整性分析。E-mail: longh.gp@gmail.com

发动机得到广泛重视。为确保固体火箭发动机的安全及性能可靠性,其装药结构的完整性必须给予充分研究。有效的本构模型及准确适用的破坏准则是药柱结构完整性分析的基础。固体火箭推进剂服役期间,长期承受振动冲击及温度等载荷的作用,而药柱破坏特性又与温度及载荷速率密切相关,同种推进剂在不同温度及应变率下,会呈现出不同的破坏特征,因此建立起温度及应变率相关的适用于固体推进剂的破坏准则对于提高药柱结构完整性分析的准确性及保障有较高安全系数需求的固体火箭发动机的预期设计性能等方面具有重要意义。

目前国内在进行装药结构完整性分析时所用破坏准则大多以适用于金属材料的最大主应力、主应变及 Mises 准则为主,于洋等^[1]在研究温度载荷下带筋套管形装药结果完整性问题时,选用最大应变理论作为判定药柱破坏的经验准则;隋欣等^[2]在研究 NEPE 推进剂老化过程中其松弛模量的变化对药柱结构完整性的影响时,发现由于 NEPE 良好的延展性,药柱内部的应变值变化并不足以引起内部裂纹的产生,而应力值却随时间有明显变化,从而选用最大应力准则来判定药柱的破坏;丁彪等^[3]在分析大长径比固体火箭发动机旋转过程中的装药结构完整性问题时同样选用最大 Mises 应力来判定药柱。但对于复合粘弹性材料而言,由于其力学性能存在记忆特性,其破坏特性不仅与当前应力及应变状态相关,更取决于其整个应力应变历史过程,因而传统的破坏准则不再适用于描述复合推进剂的破坏过程,无法有效的指导工程装药结构设计。

不同性质的材料,有着不同的破坏形式和规律。主要有脆性破坏和塑性破坏两种基本特征,对于不同的破坏特征,描述其破坏规律的数学表达式即破坏准则方程也不尽相同。众多学者针对不同材料,提出了适用于描述所研究材料破坏规律的破坏准则^[4,5]。对于粘弹性材料而言,常用的应力破坏准则除古典强度理论外,还有后来发展而来的 Hashin 准则、Tsai-Hill 准则、Tsai-Wu 准则、Bresler-Pister 和 Willam-Warnke 的三参数模型、Ottosen 和 Hsieh-Ting-Chen 的四参数模型、Podgorski 和宋玉普的五参数模型等破坏准则^[6,7]。粘弹性材料的应变破坏准则大多是由上述应力破坏准则转换而来,应用了 Hooke 定律等基本假定,得到的破坏准则存在一定偏差。近年来,按能量原理建立起来的强度理论和破坏准则也得到了一定发展,如最小能量原理^[8]、应变能破坏准则^[9]。上述破坏准则的研究,主要集中在复合材

料及岩土类材料,而针对固体推进剂的破坏准则研究文献,尚不多见。

为了建立适用于推进剂的破坏准则,需预先选取能够较好反应推进剂在受载过程中损伤如何演化的损伤模型。国外较早使用以唯象学理论的观点研究内部微观损伤在材料宏观力学性能上的表现,认为材料在受载过程中,是一个损伤不断演化直至破坏的过程,从而提出不同的损伤模型以描述不同材料受载过程中的损伤演化方式^[10~13]。Bill 和 Laheru^[14]认为材料在恒定载荷下损伤随时间线性变化,并对复合推进剂进行了相关研究,提出了幂律形式的线性累积损伤模型。Duncan^[15]利用累积损伤模型来预示 HTPB 固体推进剂的损伤破坏。孟红磊^[16]基于累积损伤模型,提出了适用于双基推进剂的强度破坏准则,并对双基推进剂的破坏强度及时间进行了预测。但目前对于推进剂损伤破坏的研究,均未能考虑材料损伤形成及发展的率相关性和温度相关性。本文拟以 NEPE 推进剂为研究对象,通过试验研究,建立包含应变率及温度项的累积损伤破坏准则,为固体火箭 NEPE 推进剂装药结构的完整性分析计算和装药结构设计提供必要的依据。

2 损伤模型

累积损伤模型最先应用于研究金属材料的疲劳损伤,而这其中应用最广泛的是 Miner 线性累积损伤模型。假定在某一特定载荷下损伤为线性累加,在特定应力水平下 σ_i ,材料的失效时间为 t^* ,如果假设材料经历了一系列应力水平 σ_i ,每次时间为 Δt_i ,如果这时材料破坏,则式(1)成立

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{t^*(\sigma_i)} = 1 \quad (1)$$

如果 Δt_i 足够小,该损伤过程可看作连续过程,上式可转化为积分形式

$$\int_0^{t_i} \frac{dt}{t^*(\sigma_i(t))} = 1 \quad (2)$$

式中 $t^*(\sigma_i(t))$ 为在某一应力 σ_i 作用下材料蠕变破坏时间; t_i (蠕变寿命)为在任意载荷作用 $\sigma(t)$ 下材料的蠕变破坏时间。

损伤的演化和药柱的受载过程有密切关系,其应力的作用过程即是一个损伤不断演化的过程。Duncan 在研究 HTPB 推进剂时提出了一种损伤模型,该模型认为损伤由应力的作用历史所确定,并给出了损伤演化模型如下^[15]

$$D(t) = \frac{1}{\lambda} \int_0^t \sigma(t)^\beta d\tau \quad (3)$$

式中 λ 和 β 为材料损伤参数。材料在应力一开始作用时,损伤即开始累积,且随着作用时间的延长,损伤不断发展,直至材料破坏,当 $D(t)=0$ 时,认为材料没有任何损伤,当 $D(t)=1$ 时,认为材料破坏。

λ, β 由两组等速率拉伸(最低及最高应变率)试验数据拟合得到。设最小应变率下,材料破坏时间为 $t_f^{(1)}$,对应的应力加载历史为 $\sigma_1(t)$,同理,最大应变率下,材料破坏时间为 $t_f^{(2)}$,对应加载历史为 $\sigma_2(t)$,代入上述累积损伤方程中

$$D(t_f^{(1)}) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{t_f^{(1)}} (\sigma_1(t))^\beta dt = 1 \quad (4)$$

$$D(t_f^{(2)}) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{t_f^{(2)}} (\sigma_2(t))^\beta dt = 1 \quad (5)$$

为获取数值解,对应应力函数 $\sigma_1(t)$ 和 $\sigma_2(t)$ 可选用Saenz^[17]给出的通用函数表出

$$\sigma(t) = \frac{M_0 t}{1 + \left(\frac{M_0 t_f}{\sigma_f} - 2 \right) \frac{t}{t_f} + \left(\frac{t}{t_f} \right)^2} \quad (6)$$

式中 M_0 为应力时间曲线初始斜率。为实现积分变量无量纲化,及便于数值运算求解,设 $X_1 = t/t_f^{(1)}$, $X_2 = t/t_f^{(2)}$,代入式(4)和式(5),并将两式相减可得

$$\int_0^1 (\sigma_1(X_1 t_f^{(1)}))^\beta t_f^{(1)} dX_1 - \int_0^1 (\sigma_2(X_2 t_f^{(2)}))^\beta t_f^{(2)} dX_2 = 0 \quad (7)$$

应用Matlab数值积分及求根法即可求出参数 λ 和 β ,进而得出累积损伤表达式。将给定的应力历史代入至损伤模型,即可得出材料在受载过程中的损伤演化,当模型数值等于1时,即认为材料发生破坏。

由上述方法确定的累积损伤模型,事实上,对两个用于求解参数的极限应变率试验的损伤描述较为准确,但对于中间及其他速率下损伤过程的描述较差,以至于无法预测推进剂在不同加载条件下的推进剂的破坏情况。另外,由于损伤模型不涉及温度相关项,从而难以适用于不同环境温度下推进剂的破坏预测。本文将对损伤演化模型进行改进,认为损伤演化模型的一个损伤参数是关于应变率及温度的函数,并通过实验数据拟合出该损伤参数与应变率的及温度之间的关系表达。

3 实验研究

3.1 实验模型及方案

试验试件选用同一批次的NEPE浇铸推进剂坯料,参照标准QJ924-85切割加工成哑铃状试件,试件尺寸为 $125 \times 25 \times 10 \text{mm}$,标距为50mm,如图1所示。

实验夹具采用标准QJ924-85推荐的夹具。NEPE单轴拉伸试验在QJ系列电子万能试验机上进行,配备高低温控制箱,数据采集仪器等。选用20kg量程的S型拉压传感器以获取试验过程中试件的力值变化,同时通过CCD图像采集处理系统实时测量试件的应变值。

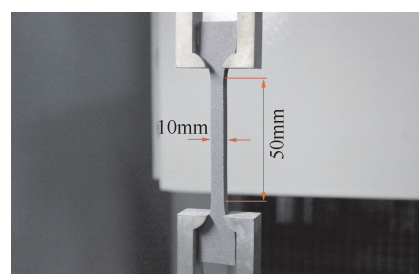


Fig. 1 Specimen and clamp of tensile tests

选取5个不同的拉伸速率(500mm/min, 100mm/min, 20mm/min, 5mm/min, 1mm/min)在7个选定环境温度(-50°C , -35°C , -20°C , 0°C , 20°C , 35°C , 50°C)下,对试件进行等速率拉伸,直至破坏,记录整个试验过程中试件的应力应变随时间的变化,同组试验重复5次,取平均值为当组最终结果。其中 $-35 \sim 50^\circ\text{C}$ 试验用于确定模型参数, -50°C 用于验证所建立破坏准则的准确性。另外,在常温下额外增加一组200mm/min的等速率拉伸试验,同样用于模型的验证。

图2为 20°C 温度水平下,NEPE推进剂在不同拉伸速率下的应力响应。可以看出,NEPE的力学性能具有明显的应变率相关性,拉伸速率越大,对应应力数值越高。图3给出了不同温度水平下,NEPE在100mm/min拉伸速率下的应力响应,由图可知,NEPE推进剂力学性能受外在温度的影响较大,低温下材料屈服应力大幅提高,对于高温条件下,材料由线性区进入平台区较为平滑。

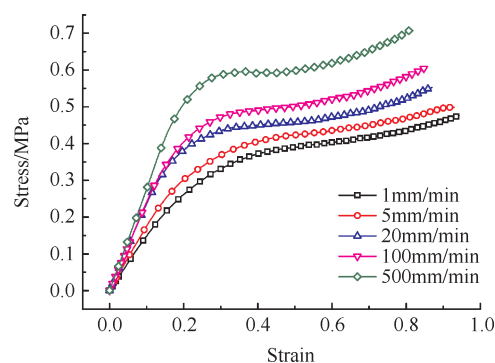


Fig. 2 Stress response of NEPE under different crosshead speed

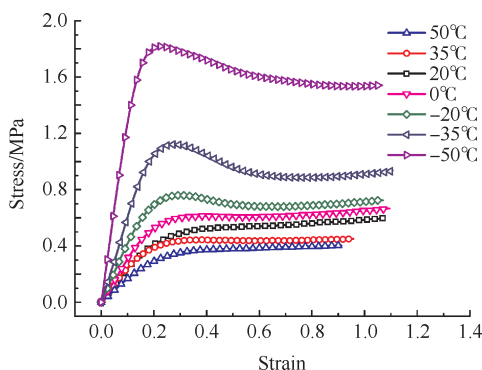
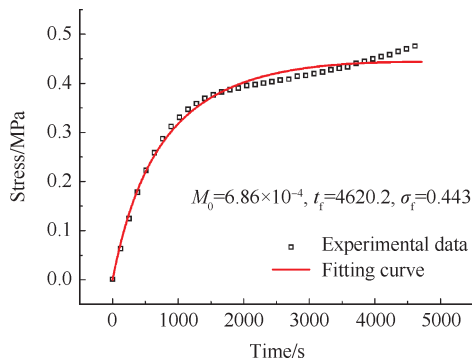


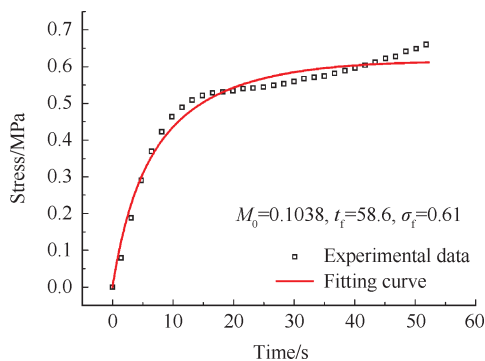
Fig. 3 Stress response of NEPE under 100mm/min at different temperature

3.2 试验结果分析

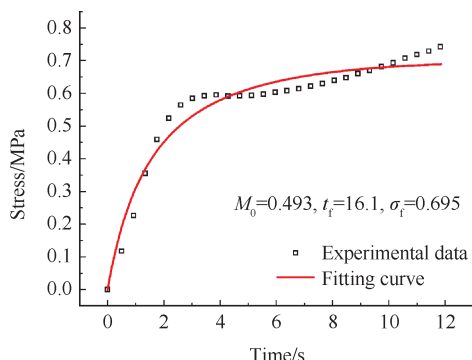
选定 20℃ 下, 将拉伸速率 1, 100, 500mm/min 下推进剂试件的应力时间变化, 以式(6)拟合, 如图 4 所示, 散点表示试验获得的应力时间变化过程, 实线为



(a) 1mm/min



(b) 100mm/min



(c) 500mm/min

Fig. 4 Fitting results of tensile tests by general function

依试验数据由通用函数(6)拟合得到的曲线, 由图可见, 拟合情况较好, 说明该函数能够较好的描述 NEPE 推进剂在等应变率拉伸下的应力响应。

通过上述拟合参数, 代入到式(7), 通过 Matlab 数值积分及求根法得到参数 $\beta=13.736$, λ 的数值即可通过式(4)或式(5)求取。对于 20℃ 下, 对应于不同的拉伸速率, λ 的值由表(1)给出, 将 λ 的值拟合成关于应变率的函数形式, 如图 5 所示, 由 λ 值分布点可以看出, λ 值和应变率基本呈幂律关系, 可由幂函数拟合, 拟合曲线如图 5 中实线所示, 具体函数表达为

$$\lambda = a \times \dot{\epsilon}^b \quad (8)$$

$$a = 0.000474, b = -0.36$$

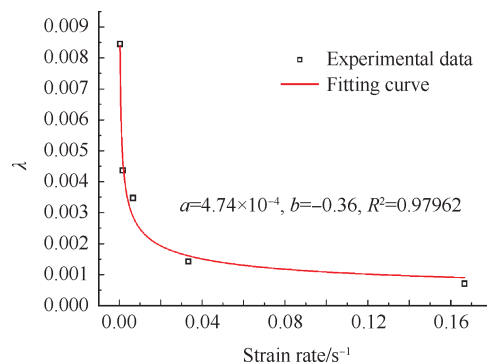


Fig. 5 Value of λ under different strain rates at 20℃

假设 β 的数值不随温度变化而变化, 而 λ 同时也是温度的函数, 与 20℃ 处理方式一致, 可以得到不同温度, 不同拉伸速率下的损伤参数 λ 的数值, 如表 1 所示。

Table 1 Value of λ under different strain rates at other temperature

$T/^\circ\text{C}$	0.00023/s	0.0017/s	0.00550/s	0.02658/s	0.16888/s
-35	70	58	45	38	27
-20	1.3	0.86	0.7	0.32	0.22
0	0.11	0.045	0.031	0.02	0.008
20	0.0085	0.0044	0.0035	0.0014	7×10^{-4}
35	0.006	0.0039	0.0013	5×10^{-4}	3.8×10^{-4}
50	0.005	0.0021	0.0008	4.12×10^{-4}	3.6×10^{-4}

将每个温度下, 不同拉伸速率对应的 λ 值拟合为应变率的函数, 得到不同温度下 λ 值的拟合参数 a 和 b , 如图 6 和 7 所示, 由图中可以看出, 参数 a 的对数值与温度可由指数函数拟合, 而参数 b 的数值与温度基本呈线性关系, 拟合结果如图中实线所示。

代入参数, 即可得到考虑应变率及温度因素的 λ

值的表达式为 $\lambda = 10^{(-4.566 + 2.077 \times 0.97^T)} \times \dot{\epsilon}^{(-0.0046T - 0.32116)}$, 代入累积损伤模型即得 NEPE 推进剂的强度准则表述如下

$$D(t) = 10^{(4.566 - 2.077 \times 0.97^T)} \times \dot{\epsilon}^{(0.0046T + 0.32116)} \int_0^t (\sigma(t))^{13.736} dt \leq 1 \quad (9)$$

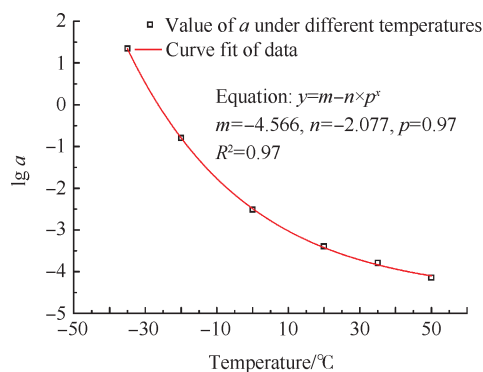


Fig. 6 Parameter a of λ under different temperature

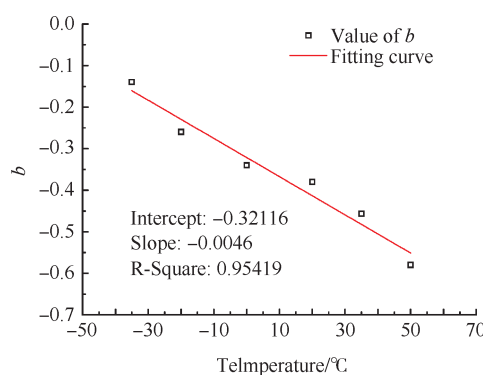


Fig. 7 Parameter b of λ under different temperature

3.3 损伤模型验证

损伤方程的参数确定之后,利用得到的损伤模型,并结合 -50°C 温度下 20mm/min 及常温下 200mm/min 等速率拉伸试验数据,利用数值积分,获得对应的损伤演化曲线如图 8、图 9 所示,图中点划线为由孟红磊模型得出的损伤演化曲线,具体模型形式见文献[16],由于孟红磊模型没有计及温度相关项,且推进剂力学性能受温度影响较大,在低温下,试件破坏时,由孟红磊模型得出的损伤数值远大于 1,故图 9 中未给出由孟红磊模型计算获取的损伤曲线。由图可知,损伤在载荷作用初期,损伤演化很慢,损伤数值接近 0,随后伴随着时间的增长,应力的增大,损伤逐渐发展,直至破坏,由于 -50°C 温度下,NEPE 具有明显的应力软化现象,导致损伤演化曲线存在一个由较高的演化速率转向低演化速率的阶段,而常温下,NEPE 应力时间曲线有较为明显的应力强化现象,对应的损伤演化曲线随着损伤值的增大,损伤演化率也不断增加。对于常温 200mm/min 拉伸试验,损伤

模型数值为 1 时,对应的破坏时间为 26.7s ,破坏应力为 0.534MPa , -50°C 温度下 20mm/min 拉伸试验,损伤模型数值为 1 时,对应的破坏时间为 144.5s ,破坏应力为 1.66MPa 。选用破坏准则对应的破坏时间、强度与实际试验数值的差值的绝对值与对应试验数值的比作为验证所建立破坏准则的准确性指标

$$\varphi_1 = \frac{|\bar{t}_f - t_f|}{t_f}, \quad \varphi_2 = \frac{|\bar{\sigma}_f - \sigma_f|}{\sigma_f}$$

常温 200mm/min

$$\varphi_1^{(1)} = 2.6\%, \quad \varphi_2^{(1)} = 0.53\%$$

-50°C , 20mm/min

$$\varphi_1^{(2)} = 12.2\%, \quad \varphi_2^{(2)} = 4.2\%$$

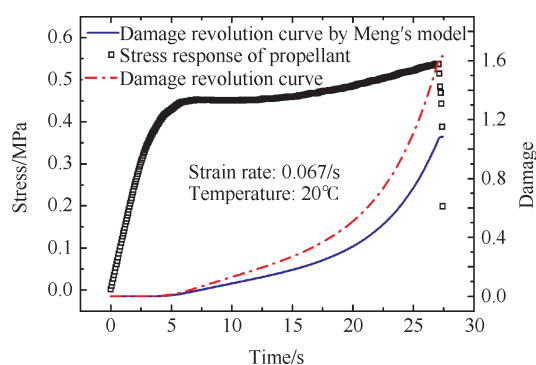


Fig. 8 Damage evolution curve of NEPE propellant at 200mm/min

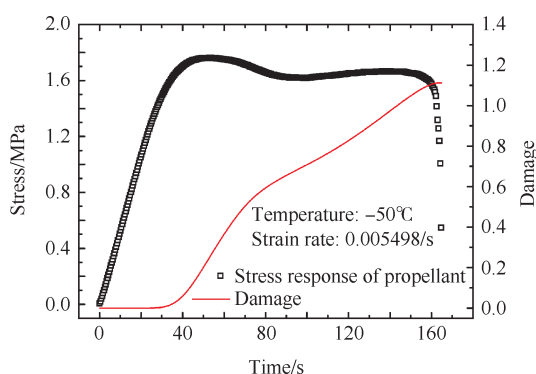


Fig. 9 Damage evolution curve of NEPE propellant under 20mm/min at -50°C

由预测结果可以看出,损伤模型对常温下推进剂的拉伸破坏预测较为准确,因引入了率相关参数,对不同速率的预测结果较孟红磊的模型预测准确度有较大提高。复合固体推进剂是在一定的环境温、湿度条件下,经过混合、浇注和固化等工艺过程制造而成的两相结构的复合材料。环境温、湿度、工艺温度和时间,加料顺序等工艺因素对推进剂的最终性能都有不同程度的影响。复合推进剂在单轴拉伸、相同受载条件下,其最终力学性能存在较大散差,就本文具体试验而言,同一试验条件下的 5 个试件,其

延伸率(破坏时间)最高相差可达25%之多。将一组试验中5个试件的试验结果得出的5个破坏时间进行平均处理,得到一条平均试验曲线,5个试件的破坏时间与平均值相比较,差值最大的即可视为预测值可容许的误差范围,本文实际处理得出低温下容许误差范围为16%,故模型得出的预测值与实际平均值误差12.2%在可接受范围之内。说明该损伤模型可以很好的预测NEPE推进剂在不同速率及温度下的损伤过程。模型在一定温度及应变率范围内,具备描述NEPE推进剂损伤演化的能力,可作为一普遍适用的强度准则来用于推进剂的破坏预测。

4 结 论

本文对NEPE复合推进剂考虑温度及应变率因素的破坏准则进行了研究,得到的主要结论如下:

(1) NEPE推进剂作为典型的粘弹性材料,其力学性能具有明显的率相关及温度相关性,其破坏不仅与当前应力应变状态相关,更取决于整个加载历史,故传统的强度准则不再适用于判定NEPE推进剂的破坏情况。

(2) 结合6个不同环境温度下,5个不同拉伸速率的单轴等速拉伸试验,得到损伤模型的两个损伤参数,并拟合为温度及应变率的函数,从而建立了考虑温度及应变率因素的改进型累积损伤模型。

(3) 利用建立的损伤模型,得到常温下200mm/min及-50℃下20mm/min等速率拉伸载荷下的损伤演化曲线,得到预测破坏时间及破坏应力,并将预测值与试验值相比较,差值在合理范围之内,说明本文建立的考虑温度及应变率因素的基于累积损伤的强度准则在一定的拉伸速率范围内(1~500mm/min)及温度范围内(-50℃~50℃)对NEPE推进剂具有较好的适用性,能够为固体推进剂装药结构完整性分析方法、推进剂破坏研究、及推进剂非线性本构模型建立提供一定依据。

参考文献:

- [1] 于 洋,王宁飞,张 平. 温度载荷下带筋套管形装药结构完整性分析[J]. 推进技术, 2006, 27(6): 492-496. (YU Yang, WANG Ning-fei, ZHANG Ping. Structural Integrity Analysis for the Canular Solid Propellant Grains Subjected to Temperature Loading[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2006, 27(6): 492-496.)
- [2] 隋 欣,万 谦,王宁飞,等. 高温老化过程中推进剂模量变化对药柱结构完整性的影响[J]. 推进技术, 2009, 30(3): 370-374. (SUI Xin, WAN Qian,

WANG Ning-fei, et al. Effects of Modulus Changes on the Structure Integrity of NEPE Propellants during High Temperature Aging[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2009, 30(3): 370-374.)

- [3] 丁 彪,张春龙,邱 欣. 大长径比固体火箭发动机旋转发射过程装药结构完整性分析[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(9): 906-910.
- [4] 寇剑锋,徐 绯,郭家平,等. 黏聚力模型破坏准则及其参数获取[J]. 机械强度, 2011, 33(5): 714-718.
- [5] Chen Y, Jiang M Q, Wei Y J, et al. Failure Criterion for Metallic [J]. *Philosophical Magazine*, 2011, 91(36): 4536-4554.
- [6] 宋玉普. 多种混凝土材料的本构关系和破坏准则[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2002.
- [7] 陈 磊. 复合材料结构宏、微观强度破坏分析[D]. 南京:南京航空航天大学, 2006.
- [8] 赵阳升,冯增朝,万志军. 岩体动力破坏的最小能量原理[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(11).
- [9] 谢和平,鞠 杨,黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17).
- [10] Alfredsson K S, Stigh U. Continuum Damage Mechanics Revised: Principle for Mechanical and Thermal Equivalence [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, 41: 4025-4045.
- [11] ZHANG W H, CAI Y Q. Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications [M]. China: Zhejiang University Press, 2010.
- [12] Kim E H, Rim M S, Lee I, et al. Composite Damage Model Based on Continuum Damage Mechanics and Low Velocity Impact Analysis of Composite Plates[J]. *Composite Structures*, 2013, 95: 123-134.
- [13] Reis J M L, Coelho J L V, Mattos H S. A Continuum Damage Model for Glass/Epoxy Laminates in Tension [J]. *Composites: Part B*, 2013, 52: 114-119.
- [14] Laheru K L. Development of a Generalized Failure Criterion for Viscoelastic Materials[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1992, 8(4): 756-759.
- [15] Duncan E J S. A Nonlinear Viscoelastic Theory for Solid Rocket Propellants Based on a Cumulative Damage Approach[J]. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 1998, 23: 94-104.
- [16] 孟红磊,赵秀超,鞠玉涛,等. 基于累积损伤的双基推进剂强度准则及实验[J]. 推进技术, 2011, 32(1): 109-112. (MENG Hong-lei, ZHAO Xiu-chao, JU Yu-tao, et al. Strength Criterion Based on Accumulative Damage for Double-Base Propellant and Experiment[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2011, 32(1): 109-112.)
- [17] Saenz I P. Discussion of Equation of the Stress-Strain Curve of Concrete[J]. *Journal of the American Concrete Institute*, 1964, 61(9): 1229-1235.

(编辑:张荣莉)