

基于新的经验关联公式的 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型 在高超声速流动中的应用^{*}

郑 赟, 李虹杨

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要:为提高 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型在高超声速流动下的转捩预测精度,参考部分高超声速风洞的实验数据对该模型进行改进,在原始经验关联公式的基础上提出了转捩动量厚度雷诺数基于马赫数、湍流度、压力梯度因子的经验关联公式;选取高超声速平板绕流、高超声速圆锥绕流等算例对提出的经验关联公式进行了验证,并将原始经验关联公式和提出的经验关联公式计算得到的重要参数进行对比,分析了提出的公式的作用机理。结果表明:基于低速不可压流动经验关联公式的 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型在高超声速流动中计算得到的流场中 Re_θ 分布偏低(一般只有真实值的40%~60%),进而导致边界层内 Re_θ 偏低而过早达到转捩触发准则,与实验值相比所预测的位置可能提前10%(以参考长度为基准)甚至更多。新的经验关联公式有效地改善了这一问题,计算结果与实验值符合得更好。

关键字:转捩模型;高超声速流动;间歇因子

中图分类号: V411.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2015) 06-0839-07

DOI:10.13675/j.cnki.tjjs.2015.06.006

Application of $\gamma - Re_\theta$ Transition Model in Hypersonic Flow Based on New Correlation Equation

ZHENG Yun, LI Hong-yang

(School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to improve the simulation accuracy of the original $\gamma - Re_\theta$ transition model when applied to hypersonic flow calculation, a new correlation of the transitional moment thickness Reynolds number with Mach number, turbulence intensity and pressure-gradient correction-factor was proposed based on hypersonic wind tunnel data. Verification of the new correlation was conducted on hypersonic flows around the flat plate and cones. Comparison of the key parameters, which was computed by origin correlation and the new correlation, was performed, and mechanism of action of the new correlation was analyzed and elaborated. Results indicate that the $\gamma - Re_\theta$ transition model based on the origin correlation of low speed incompressible flow experiments leads to much lower transitional moment thickness Reynolds number in the flow field (usually only 40% ~ 60% of the actual value), which cause early trigger of the transition, making transition position move upstream 10% or more (based on reference length). The proposed new correlation can improve the prediction of transition location and results agree better with experimental ones.

Key words: Transition model; Hypersonic flow; Intermittency factor

^{*} 收稿日期: 2014-05-13; 修订日期: 2014-06-25。

作者简介: 郑 赟 (1971—), 男, 博士, 讲师, 研究领域为计算流体力学, 叶轮机械流、热、固耦合仿真。

E-mail: zheng_yun@buaa.edu.cn

通讯作者: 李虹杨 (1989—), 男, 博士生, 研究领域为高超声速流动数据仿真, 流、热耦合仿真。

E-mail: buaalihy@hotmail.edu.cn

1 引言

高超声速飞行器已成为目前航空航天领域的研究热点,而边界层转捩预测是高超声速飞行器设计中的关键问题之一^[1]。边界层内湍流的热传导系数可高达层流热传导系数的五倍以上,使用传统全层流或者全湍流计算方法都会导致很大的计算误差。准确预测转捩可以优化热防护系统的设计,减轻飞行器重量,对于高超声速飞行器的精确设计和性能实现有着非常重要意义。

转捩的机理十分复杂,一般可分为自然转捩、旁路转捩、分离诱导转捩以及湍流的再层流化等,雷诺数、湍流度、压力梯度、壁面温度、曲率、粗糙度、射流或抽吸等参数都会影响转捩的发生和发展^[2],而高超声速流动的转捩还要考虑激波边界层干涉以及较强的可压缩效应等因素。由于缺乏能考虑多种转捩机理、诱因的转捩模型,层流——湍流的转捩预测仍然是高超声速飞行器流动和热防护分析中最困难的问题之一。

随着计算机技术的飞速进步,大涡模拟(LES)和直接数值模拟(DNS)等高级湍流预测方法发展迅速,在高超声速流动转捩预测中扮演了重要角色。然而基于线性稳定性理论的 e^n 方法^[3]和基于雷诺平均(RANS)的工程转捩模型方法还是目前应用广泛的转捩预测方法。工程转捩模型方法依据流动转捩现象的统计特征建立模型,与现代计算流体力学(CFD)的理论体系相一致,可以在传统的湍流模型基础上实现,对计算资源要求低,计算周期短,得到了研究者的广泛关注。

工程转捩模型包括低雷诺数湍流模型及其修正形式、传统的间歇因子转捩模型以及近些年出现的基于当地变量的新模型等。低雷诺数湍流模型如Schmidt^[4]和Kato和Launder^[5]等提出的模型,传统间歇因子转捩模型如Suzen和Huang^[6]发展的三方程转捩模型,但上述模型或者预测转捩(尤其是旁路转捩)不够准确,或者难以与现代CFD技术相容,应用受到了很大的限制。为解决上述问题,近几年研究者们开发了完全基于当地变量的间歇因子转捩模型,比较典型的有Walters^[7],符松^[8]以及Langtry和Menter^[9]所提出的转捩模型。

Langtry等提出的 $\gamma-Re\theta$ 转捩模型将传统转捩经验关联法(如AG-S经验公式^[10])与间歇因子方法相结合,通过经验关联函数——转捩动量厚度雷诺数来控制边界层内间歇因子的生成,再通过间歇因

子来控制湍流模型中湍流的生成^[18]。该模型在低速流动的转捩预测中取得了很好的效果,如文献[11~13]中所作的研究。

一些国内外学者探讨了 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型在高超声速流动问题中的应用。You等^[14]认为对于简单几何体高超声速绕流问题,转捩经验关联公式可以基于来流湍流度而非当地流动参数,并以此为依据重新定义了转捩动量厚度雷诺数(Re_θ)和临界动量厚度雷诺数(Re_{θ_c})的关联公式;Zhang等^[15]对该模型中转捩经验关联公式进行改进,引入马赫数对转捩动量厚度雷诺数的影响,改善了原始模型转捩过早的现象,并以高超声速双楔算例进行了验证。郝志鹏^[16]使用该模型对高超声速平板、圆锥绕流进行验证,并做了高超声速进气道的数值模拟和分析。本文作者^[17]进行了高超声速流动下压缩面绕流等模拟计算,发现原始的 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型也能较好地预测分离诱导转捩和激波干涉转捩。

$\gamma-Re_\theta$ 转捩模型的经验关联公式是基于低速、不可压平板绕流的实验数据拟合得到的,没有考虑高超声速流动中可压缩效应等的影响。基于低速流动实验经验关联公式的转捩模型会使所预测的转捩位置提前,这一问题在分离或激波等强非线性现象诱导的流动转捩中并不明显,但在自然转捩或者旁路转捩中则比较突出。本文基于高超声速风洞的实验数据和高超声速飞行器的飞行数据对 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型进行了改进,提出了适用于超声速/高超声速流动的经验关联公式,并利用高超声速平板绕流、圆锥绕流等流动转捩问题进行验证与分析。

2 数值方法

2.1 转捩模型方程

$\gamma-Re_\theta$ 转捩模型包含间歇因子 γ 和转捩动量厚度雷诺数 $\tilde{Re}_\theta$ 的两个输运方程。间歇因子用于描述边界层流动为层流或湍流的状态,并控制转捩点下游湍动能生成项的开启,间歇因子无量纲的输运方程^[9]的守恒形式为

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\gamma u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_\gamma \mu_t \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] + P_\gamma - E_\gamma \quad (1)$$

$$P_\gamma = c_{a1} F_{length} \rho S (\gamma F_{onset})^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (2)$$

$$E_\gamma = c_{a2} F_{turb} \rho \Omega \gamma (c_{e2} \gamma - 1) \quad (3)$$

式中 S 为应变率的模, Ω 为涡量的模, y 为离壁面的最小距离, F_{length} 是转捩区的长度, Re_θ 是边界层内

间歇函数开始增加的临界动量厚度雷诺数。 F_{length} 和 Re_{θ_c} 是经验关联函数,它们都是转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ_i} 的函数^[18]。关联函数 Re_{θ_i} 采用 Langtry^[19] 建议的形式(见 2.2 节)。

转捩动量厚度雷诺数用于控制边界层内间歇因子的增长,与当地涡量雷诺数一起构成转捩触发准则。当涡量雷诺数超过当地转捩动量厚度雷诺数时,开启间歇因子输运方程中的生成项,控制转捩的发生。流场中转捩动量厚度雷诺数 $\tilde{Re}_{\theta_i}$ 的输运方程为^[19]

$$\frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta_i})}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho U_j \tilde{Re}_{\theta_i})}{\partial x_j} = P_{\theta_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta_i} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta_i}}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

$$P_{\theta_i} = c_{\theta_i} \rho (Re_{\theta_i} - \tilde{Re}_{\theta_i}) (1.0 - F_{\theta_i}) / t \quad (5)$$

式中 t 为时间尺度,源项 P_{θ_i} 的设计目标就是使边界层以外的 $\tilde{Re}_{\theta_i}$ 等于经验公式给出的 Re_{θ_i} ,混合函数 F_{θ_i} 的作用是在边界层内关掉生成项 P_{θ_i} 从而使边界层内的 $\tilde{Re}_{\theta_i}$ 通过输运方程由边界层外的 $\tilde{Re}_{\theta_i}$ 扩散得到,在边界层内 F_{θ_i} 等于 1,边界层外 F_{θ_i} 等于 0^[18]。

$\gamma-Re_\theta$ 转捩模型中两个输运方程的目的是获得间歇因子 γ ,还要与湍流模型联合才能模拟转捩过程,即使用间歇因子来修正标准 $k-\omega$ SST 模型中 k 方程的生成项、破坏项和混合函数,具体参见文献[19]。

2.2 经验关联公式的改进

Langtry^[19] 认为转捩动量厚度雷诺数是当地湍流速度 Tu 和压力梯度因子 λ_θ 的函数,完整的经验关联公式如下

$$Re_{\theta_i} = E(Tu) F(\lambda_\theta) \quad (6)$$

$$E(Tu) = 1173.51 - 589.428 Tu + \frac{0.2196}{Tu^2} \quad (7)$$

$$Tu \leq 1.3 \quad (8)$$

$$E(Tu) = 331.50 (Tu - 0.5658)^{-0.671} \quad (9)$$

$$Tu > 1.3 \quad (10)$$

$$F(\lambda_\theta) = 1 + (12.968 \lambda_\theta + 123.66 \lambda_\theta^2 + 405.689 \lambda_\theta^3) \exp[-(Tu/1.5)^{1/5}] \quad (11)$$

$$\lambda_\theta \leq 0 \quad (12)$$

$$F(\lambda_\theta) = 1 + 0.275 \left(1 - e^{-35.0 \lambda_\theta} \right) e^{-Tu/0.5} \quad (13)$$

$$\lambda_\theta > 0 \quad (14)$$

$$\lambda_\theta = Re \frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds} \quad (15)$$

式中 U 是当地的速度, θ 是动量厚度, s 为流线的

弧长。 $F(\lambda_\theta)$ 代表了压力梯度的影响 λ_θ 被称为压力梯度因子。

根据 Langley 风洞的高超声速尖锥的实验数据^[1] (如图 1 所示,其中 Re_{θ_i} 为风洞实验的转捩动量厚度雷诺数),在高速流动条件下 Re_{θ_i} 随着马赫数的增大而显著增大,尽管实验中考虑了不同壁温等其他因素,但从总体趋势上看,当来流马赫数 Ma_∞ 从 0 增加到 12 时, Re_{θ_i} 从 1000 以下增加到了 3000。这说明低速不可压流动下的经验关联公式不能直接适用于高马赫数流动,在高超声速流动中根据原始经验关联公式计算得到的 Re_{θ_i} 的分布低于真实值,这会使转捩模型过早达到转捩触发准则,导致预测的转捩位置提前。

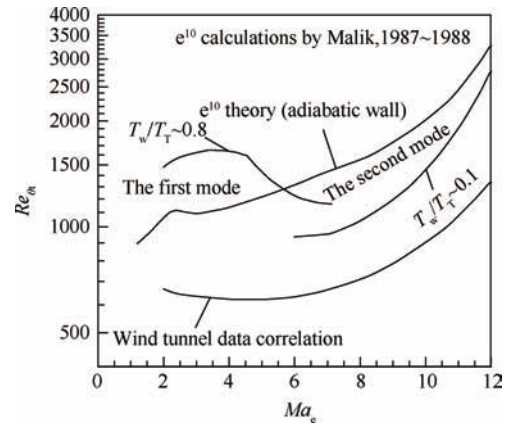


Fig. 1 Experiment data of sharp cone Re_{θ_i} vs. Ma_∞ ^[20]

Nicholas 和 Dennis^[21] 认为虽然基于低速平板实验拟合的经验关联公式在高超声速流动中不再适用,但转捩动量厚度雷诺数与湍流速度依然保持与低速条件下相似的平滑的函数关系,并在此基础上发展了用于高超声速流动转捩预测的 PTM $k-\omega$ SST 模型,其中经验关联公式采用了图 2 所示的马赫数分别为 2.5, 3.5, 4.5 的实验数据。

图 2 中 Mayle 1991^[22] 与 AG-S1982^[10] 分别是经典的经验关联公式, Langtry 2004^[19] 则是 Langtry 等提出的 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型中所采用的经验关联公式,这几个公式所拟合的 Re_{θ_i} 与 $Tu\%$ 的关系曲线是比较接近的。由图中 Ma 为 2.5, 3.5, 4.5 的点可以看出,转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ_i} 随着 Ma 的增大而增大,并且随湍流速度 $Tu\%$ 的变化趋势基本不变。

基于上述规律,并参考图 1 中的实验数据以及 Zhang^[15] 的工作,本文将转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ_i} 的经验关联公式(公式 6)重新定义为

$$Re_{\theta_i} = E(Tu) F(\lambda_\theta) G(Ma) \quad (12)$$

式中 $E(Tu)$, $F(\lambda_\theta)$ 保持不变,而

$$G(Ma) = 0.77679 + 0.20011Ma + 0.08576Ma^2 - 0.01824Ma^3 + 0.00108Ma^4 \quad Ma \in [1, 12] \quad (13)$$

本文所提出的经验关联公式曲线如图3所示(图中的 New correlation), 可以看出马赫数分别等于4.5, 3.5, 2.5时, 采用新的经验关联公式计算得到的 Re_{θ} 值与目标值比较接近, 只有 Ma 为4.5时偏离稍大。

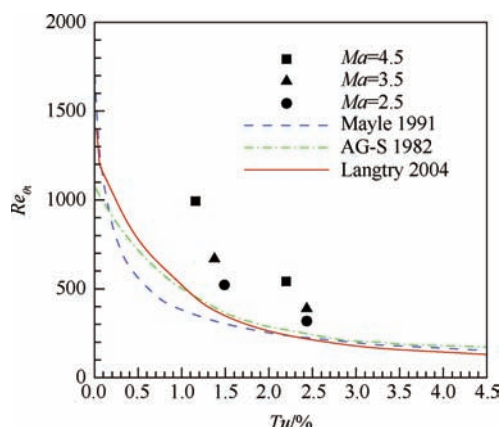


Fig. 2 Comparison of Re_{θ} vs. $Tu\%$ [21]

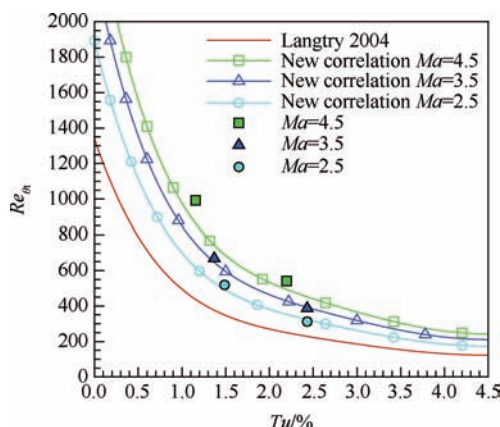


Fig. 3 New correlation of Re_{θ} vs. $Tu\%$

3 计算结果与分析

本文所采用了自行开发的CFD计算程序HGFS, 该程序的空间离散采用基于非结构化网格的有限体积法, 对流通量采用ROE的迎风格式, 粘性通量采用中心格式, 时间推进为全隐式格式, 该程序的验证可参见文献[23, 24], 作者在HGFS程序中添加了 $\gamma-Re_{\theta}$ 转捩模型, 该模型在低速流动转捩预测的验证可以参见文献[17]。

3.1 平板绕流数值模拟

公开发表的高超声速流动自然转捩的实验数据较少, 难以对计算程序进行充分验证。Coles^[25]进行了马赫数4.5平板的流动转捩的实验, Mohler^[26]等采

用全湍流模型进行了验证, 但没有预测转捩现象。

来流条件为: $Ma_{\infty} = 4.5$, $T_{\infty} = 60.47K$, $p_{\infty} = 671.72Pa$, $Re = 6.89 \times 10^6$, $Tu\% = 2.5$ 。本算例选取的板长为1m, 壁面为绝热粘性壁面。计算域采用二维结构化网格, 网格数为 200×120 , 壁面第一层网格高度为 $1 \times 10^{-5}m$, 增长率为1.12, y^+ 在0.2~0.4。

计算分别采用了层流模拟、全湍流的 $k-\omega$ SST模型, 基于Langtry经验关联公式的原始 $\gamma-Re_{\theta}$ 转捩模型(下文简称“原始模型”, 图中表示为“Langtry's model”), 以及本文提出的新的经验关联公式的转捩模型(下文简称“新模型”, 图中表示为“New correlation”)。图4是计算得到的摩阻系数与实验值的对比, 可以看出原始转捩模型预测的转捩点比实验值靠前, 新模型显著改善了这一问题, 转捩的位置、转捩区长度都和实验符合得很好。本文并未对原始模型中转捩区长度 F_{length} , 临界动量厚度雷诺数 $Re_{\theta c}$ (公式(2), 详细公式本文未列出)的经验公式进行修正, 从本算例的验证结果来看这两个参数的原始经验公式对高超声速流动也同样适用。

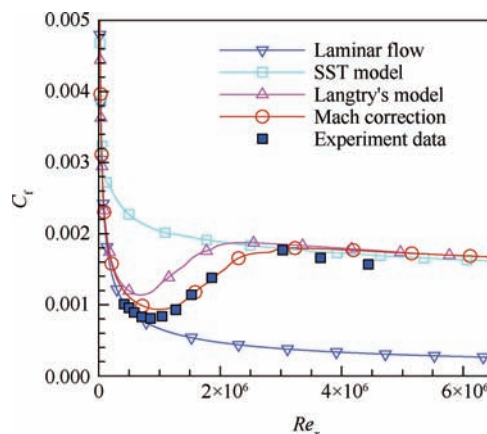
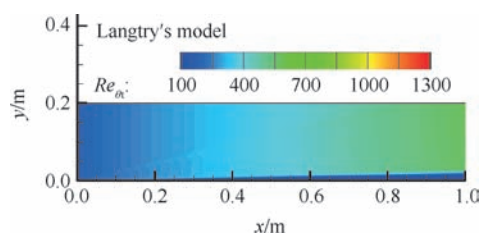


Fig. 4 Comparison of computed and experiment values of wall friction coefficient (plate)

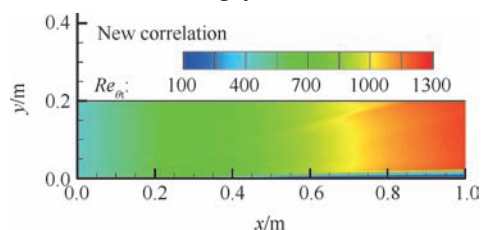
图5将原始模型(a)与本文的新模型(b)计算得到的 Re_{θ} 分布进行了比较, 可以看出流场中原始模型计算得到的 Re_{θ} 比本文新模型的低。边界层内部的 Re_{θ} 由边界层外的值通过输运方程输运到边界层内部, 当流场其他参数近似相同时(尤其是湍流涡黏性系数 μ_t 的分布, 该值对输运方程有着较大的影响)输运效果近似相等, 因此原始模型计算得到的外部 Re_{θ} 偏低导致边界层内部 Re_{θ} 衰减的更快, 从而使流动转捩提前。

图6是原始模型(a)与本文的新模型(b)计算得到的间歇因子对比, 图中可以看出原始模型转捩点

在 $x=0.1\text{m}$ 附近,新模型计算的转捩点在 $x=0.25\text{m}$ 附近,间歇因子 γ 的分布规律与图 5 中 Re_{θ} 的分布是近似对应的。

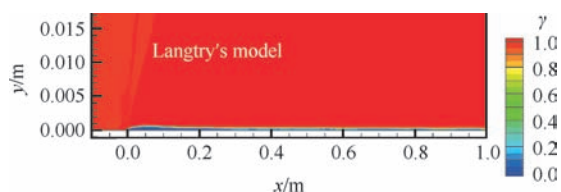


(a) Langtry's model

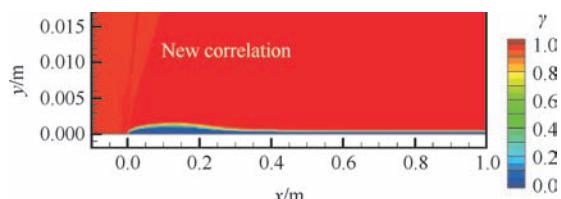


(b) New correlation

Fig. 5 Comparison of Re_{θ} computed by different model (plate)



(a) Langtry's model



(b) New correlation

Fig. 6 Comparison of intermittency computed by different model (plate)

3.2 圆锥绕流数值模拟

圆锥绕流是最典型的高超声速流动问题之一。Kimmel^[27]进行了马赫数 7.93 的圆锥绕流实验,本文选取其中一组实验数据进行验证。

来流条件为: $Ma_\infty = 7.93$, $p_\infty = 305.0\text{Pa}$, $T_\infty = 53.18\text{K}$, $Re = 6.80 \times 10^6$, $Tu\% = 1.5$, 壁面热边界条件为 $T_w = 303.24\text{K}$ 。圆锥的半锥角为 7° , 计算模型选取的轴向长度为 2m 。

由于流动的轴对称特征,计算域选取为圆锥体的 $1/180$ 。计算域采用以六面体网格为主的三维混合型网格,网格总数约为 1.6×10^5 ,第一层网格厚度为 $5 \times 10^{-6}\text{m}$,增长率为 1.15,壁面外第一层网格的 y^+ 在 $0.2 \sim$

0.6。计算得到的斜激波和压力分布如图 7 所示。

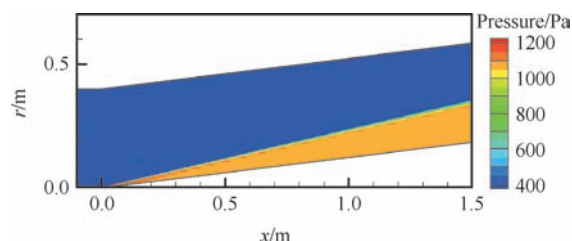


Fig. 7 Pressure contour of 7° half angle cone

湍流边界层的热传导系数高于层流边界层的热传导系数,因此对于壁温为常数的实验,可以通过测量壁面传热系数来预测转捩。Stanton 数是工程上常用的表征对流换热强度的无量纲准则数,本文采用的定义式为

$$St = \frac{\dot{q}}{\rho_\infty U_\infty [h(T_0) - h(T_w)]} \quad (14)$$

式中 $\dot{q}$ 为热流量, ρ_∞ 为来流的密度, U_∞ 为来流速度, T_0 为来流滞止温度, T_w 为壁面温度, h 为焓。

图 8 是原始转捩模型与新模型计算得到的 Stanton 数的对比。计算中还采用了层流流动和全湍流的 $k-\omega$ SST 模型进行对比验证。可以看出本文新模型预测的转捩位置比实验值稍有延后,转捩区长度更短,从层流区到转捩区的过渡段与实验值有一定的差别,但总体符合得比较好。原始模型所预测的转捩位置过于靠前,这与上文平板绕流中存在的问题是一致的。

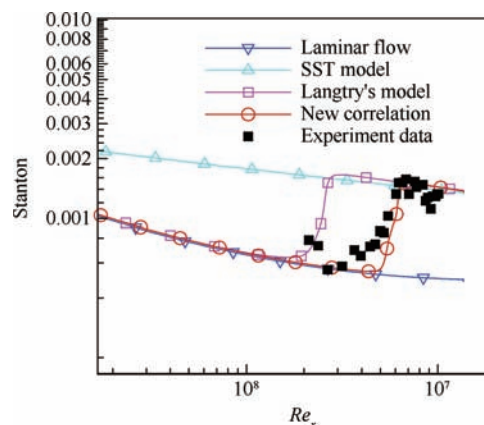


Fig. 8 Comparison of Stanton number computed by different model (cone)

图 9 是原始模型(a)与本文新模型(b)计算得到的间歇因子的对比,可以看出预测的转捩位置在分别在 $x=0.28\text{m}$ 和 $x=0.82\text{m}$ 附近。新模型计算得到边界层外的间歇因子比原始模型低,在激波后维持在 0.7 左右(原始模型在 $0.8 \sim 0.9$ 之间)。这说明强激波对流场中的间歇因子分布有很大影响。

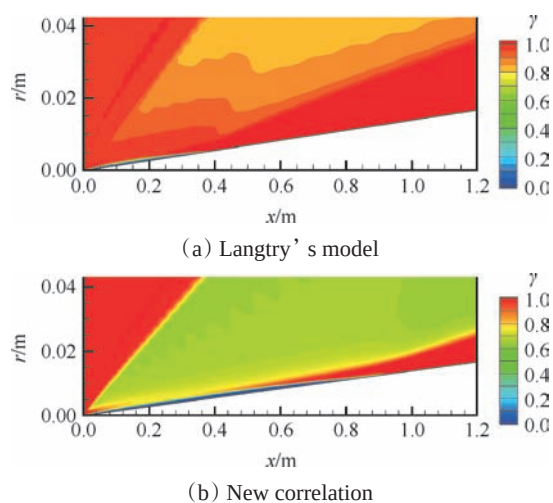


Fig. 9 Comparison of intermittency computed by different model (cone)

图10是原始模型与本文新模型计算得到的转捩动量厚度雷诺数的分布。边界层附近 Re_{θ} 是由一个相对较高的值逐渐衰减的,与图9间歇因子 γ 分布图的比较可以看出两者之间呈现“此消彼长”的对应关系,这与平板绕流的算例是有着一致的规律(如图5,图6所示)。从图中还可以看出,激波对 Re_{θ} 的分布也有着显著影响,激波后的 Re_{θ} 值会突然增大,这主要是因为 Re_{θ} 强烈依赖于当地湍流度 $Tu\%$,而在现有湍流模型的框架下,激波后的湍流度会显著降低。本文新模型与原始模型计算结果进行对比,可以发现自由流内 Re_{θ} 的分布高于原始模型,这减缓了边界层内 Re_{θ} 的衰减,改善了转捩位置提前的现象。

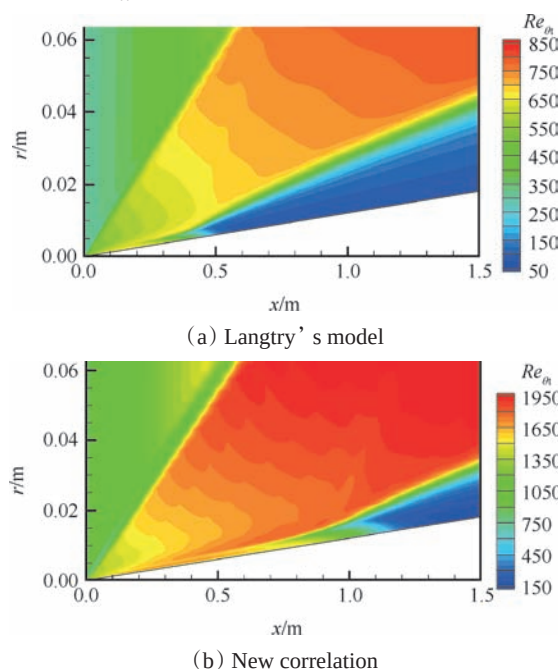


Fig. 10 Comparison of Re_{θ} computed by different model (cone)

高超声速平板绕流和圆锥绕流的计算结果表明,本文新提出的经验关联公式有效改善了原始的 $\gamma-Re_{\theta}$ 转捩模型所预测的转捩过早的现象,对于平板、圆锥等简单几何体的高超声速绕流是适用的,计算结果中摩阻系数(C_f)、斯坦顿数(St)均与实验值符合得很好。高超声速流动的转捩受到的影响因素十分复杂,本文工作没有充分考虑壁面温度、粗糙度、扰动机制等的影响,仅以高马赫数流动对转捩动量厚度雷诺数产生的综合效应为依据建立新的经验关联公式,该公式在更为复杂的流动转捩预测中需要进一步的研究与改进。

4 结 论

经过本文的研究,可以得到如下结论:

(1) Langtry 和 Menter 提出的 $\gamma-Re_{\theta}$ 转捩模型的经验关联公式基于低速不可压流动的试验数据,用于预测高超声速流动自然转捩时存在转捩位置提前问题。

(2) $\gamma-Re_{\theta}$ 转捩模型中转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ} 是控制转捩触发的准则数之一,对 Re_{θ} 的表达式进行修正可以在一定程度上控制转捩发生位置。这是因为,自由流中 Re_{θ} 的分布会影响该参数在边界层内的分布,进而影响间歇因子 γ 的分布,对转捩位置产生影响。

(3) 对于高速流动(包括超声速、高超声速流动),依据原始的经验关联公式计算得到的 Re_{θ} 会低于真实值(可能只有真实值的40%~60%),进而导致转捩位置提前,本文中平板绕流转捩位置提前了约0.15m,圆锥绕流提前了约0.54m。本文参考部分高超声速转捩实验数据提出的新的 Re_{θ} 经验关联公式可以有效改善上述“转捩提前”的问题,同时发现原始模型中转捩区长度(F_{length})临界动量厚度雷诺数(Re_{θ_c})等经验公式在诸如本文提到的简单几何体高超声速绕流的转捩预测中仍然适用。

高超声速转捩流动的实验数据十分缺乏,本文所参考的数据有限,所提出的经验关联公式考虑因素可能不够全面,利用尽可能详细的实验数据对该模型的经验关联公式进行进一步的拟合、改进与验证,使其适应复杂的高超声速流动,是下一步需要开展的工作。

参考文献:

- [1] 沈娟,阿雯. 边界层转捩在高超声速飞行器外形设计中的应用[J]. 飞航导弹, 2008, 1(6):6-12.

- [2] Dhawan S, Narasimha R. Some Properties of Boundary Layer Flow During The Transition from Laminar to Turbulent Motion [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1958, 3 (04): 418-436.
- [3] Smith AMO, Gamberoni N. Transition, Pressure Gradient and Stability Theory [R]. *California:Report ES 26388, Douglas Aircraft Co. EI Segundo*, 1956.
- [4] Schmidt R C, Patankar S V. Simulating Boundary Layer Transition with Low-Reynolds-Number $k-\varepsilon$ Turbulence Models: Part 2—An Approach to Improving the Predictions [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1991, 113 (1): 18-26.
- [5] Kato M, Launder B E. The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Square Cylinders [C]. *Kyoto: Proc. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, 1993.
- [6] Suzen Y B, Huang P G. An Intermittency Transport Equation for Modeling Flow Transition [R]. *AIAA 2000-0287*.
- [7] Walters D K, Leylek J H. A New Model for Boundary-Layer Transition Using a Single-Point RANS Approach [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2004, 126 (1):193-202.
- [8] 符松, 王亮. 基于雷诺平均方法的高超音速边界层转捩模拟[J]. *中国科学: G 辑*, 2009 (4): 617-626.
- [9] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A Correlation Based Transition Model Using Local Variables: Part I—Model Formulation [R]. *ASME 2004-GT-53452*.
- [10] Abu-Ghannam B J, Shaw R. Natural Transition of Boundary Layers—the Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History [J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1980, 22(5): 213-228.
- [11] Yoshiara T, Sasaki D, Nakahashi K. Conjugate Heat Transfer Simulation of Cooled Turbine Blades Using Unstructured-Mesh CFD Solver [R]. *AIAA 2011-498*.
- [12] Khayatzaheh P, Nadarajah S. Laminar-Turbulent Flow Simulation for Wind Turbine Profiles Using the $\gamma-Re_\theta$ Transition Model [J]. *Wind Energy*, 2014, 17(6): 901-918.
- [13] Malan P, Suluksna K, Juntasaro E. Calibrating the $\gamma-Re_\theta$ Transition Model For Commercial CFD [C]. *Orlando: 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2009.
- [14] Yancheng You, Heinrich Luedeke, Thino Eggers. Application of the $\gamma-Re_\theta$ Transition Model in High Speed Flows [R]. *AIAA 2012-5972*.
- [15] Zhang Xiaodong, Gao Zhenghong. A Numecal Research on a Compressibility-Correlated Langtry's Transition Model for Double Wedge Boundary Layer Flows [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, 24(3):249-257.
- [16] 郝志鹏. 高超音速边界层转捩的数值模拟 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- [17] 郑赞, 李虹杨, 刘大响. $\gamma-Re_\theta$ 转换模型在高超声速下的应用及分析 [J]. *推进技术*, 2014, 35(3):296-304. (ZHENG Yun, LI Hong-yang, LIU Da-xiang. Application and Analysis of $\gamma-Re_\theta$ Transition Model in Hypersonic Flow [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(3):296-304.)
- [18] 张玉伦, 王光学, 孟德虹, 等. $\gamma-Re_\theta$ 转换模型的标定研究 [J]. *空气动力学学报*, 2011, 29(3):295-301.
- [19] Langtry R B, Menter F R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes [J]. *AIAA Journal*, 2009, 47 (12): 2894-2906.
- [20] Eli Reshotko. Is Re_θ/M_∞ a Meaningful Transition Criterion? [J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(7):1441-1443.
- [21] Denissen N A, Yoder D A, Georgiadis N J. Implementation and Validation of a Laminar-to-Turbulent Transition Model in the Wind-US Code [R]. *NASA TM-215451*, 2008.
- [22] Mayle R E. The 1991 IGTI Scholar Lecture: The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1991, 113 (4): 509-536.
- [23] 郑赞. 基于非结构网格的气动弹性数值方法研究 [J]. *航空动力学报*, 2009, 24(9):2069-2077.
- [24] 肖大启, 郑赞, 杨慧. 轴向间距对转子叶片气动激励的影响 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(10):2307-2313.
- [25] Coles D. Measurements in the Boundary Layer on a Smooth Flat Plate in Supersonic Flow: III. Measurements in a Flat-Plate Boundary Layer at the Jet Propulsion Laboratory [R]. *USA: Jet Propulsion Laboratory Report No. 20-71*, 1953.
- [26] Mohler Jr S R. Validation of the Wind-US Unstructured Flow Solver for Wall-Bounded Flows [R]. *AIAA 2006-637*.
- [27] Kimmel R L. The Effect of Pressure Gradients on Transition Zone Length in Hypersonic Boundary Layers [J]. *Journal of Fluids Engineering*, 1997, 119(1): 36-41.

(编辑:史亚红)