结构自适应序贯正则极端学习机时间序列预测及其应用

何 星,王宏力,陆敬辉,姜 伟

(第二炮兵工程大学 控制工程系,陕西西安 710025)

摘要:为提高初始小样本情况下时间序列在线预测的精度,提出了一种结构自适应序贯正则极端 学习机(SA-SRELM)。该方法在在线序贯学习阶段,针对不同训练样本规模选择不同的递推方式对输 出权值进行更新;同时,在训练样本达到一定规模后,为提高预测模型对系统的动态适应性,在加入新 样本的同时对旧样本进行剔除,完成预测模型的训练。利用3种混沌时间序列预测实例对所提方法的有 效性进行了验证。最后,将所提方法用于航空发动机排气温度预测中,结果表明该方法相对正则极端学 习机(RELM)和序贯正则极端学习机(SRELM)方法具有更好的泛化性能,预测精度分别是二者的约 6倍和2倍。

关键词: 正则极端学习机;小样本;时间序列预测;动态适应性;泛化能力 中图分类号: V557 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2015) 03-0458-07 DOI: 10.13675/j. cnki. tjjs. 2015. 03. 020

Structure Adaptive Sequential Regularized Extreme Learning Machine Based on Time Series Prediction and Its Application

HE Xing, WANG Hong-li, LU Jing-hui, JIANG Wei

(Department of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: To improve the on-line prediction precision of time serials under small initialization sample, a structure adaptive sequential regularized extreme learning machine (SA-SRELM) is proposed. For this new method, at the stage of on-line sequential learning, the output weight of SA-SRELM is renewed by different recursive methods according to training sample size. Meanwhile, when training sample size is added to a destined value, new samples are added and the oldest samples are removed to enhance the dynamic adaptability of prediction model. Based on above process, the prediction model is built. Three typical chaotic time series prediction examples are used to verified the validity of proposed method. In the end, the proposed method is used to predict aeroengine exhaust gas temperature. The results show that SA-SRELM can get better generalization performance compared with regularized extreme learning machine (RELM) and sequential regularized extreme learning machine (SRELM). The prediction accuracy for SA-SRELM is almost six times and twice as high as RELM and SRELM, respectively.

Key words: Regularized extreme learning machine; Small sample; Time series prediction; Dynamic adaptability; Generalization performance

1 引 言

航空发动机是飞行器的心脏,但由于其结构复

杂且长时间在高温、高压及高速等恶劣环境下工作, 已成为飞行器系统中故障率最高、维护成本最高的 重要部件^[1,2]。而通过对航空发动机热力性能参数的

 ^{*} 收稿日期: 2014-03-31;修订日期: 2014-05-16。
 基金项目:国家自然科学基金(61004128)。
 作者简介:何 星(1985—),男,博士生,研究领域为智能故障诊断与预测。E-mail: trees241@163.com

预测从而预知航空发动机性能的变化趋势,可为预 防与排除其故障提供决策依据,对于有效实施航空 发动机的视情维修具有重要意义。发动机排气温度 (Exhaust gas temperature, EGT)是可客观反映航空发 动机性能的重要热力性能参数,利用其历史数据构 建时间序列模型进行预测是实现航空发动机状态 监测的有效途径之一,由于神经网络、支持向量机 等人工智能方法具有无需建立准确的数学模型、强 大的非线性映射能力等优点,被众多学者成功用于 航空发动机排气温度的预测中,如陈果和钟诗胜等 学者利用神经网络方法实现了排气温度预测[3,4], 许喆平等对飞机性能参数预测中存在的不确定性 处理问题进行了研究[5],于广滨和范庚等学者则分 别利用支持过程向量机和相关向量机对排气温度 预测问题进行了深入地研究^[6,7]。但是,传统的人 工智能方法存在着参数选取以及在线更新困难 等缺点,在用于排气温度的在线预测时受到一定 限制。

极端学习机是 2006 年由 Huang 等学者^[8]提出 的一种新型单隐层前馈神经网络,与传统神经网络 方法相比,其训练速度得到极大的提高,泛化性能 更好,且有效避免了局部收敛等问题,已成功应用 于回归和分类领域^[9~12]。不过由于极端学习机的 输出权值通过计算隐层输出矩阵的伪逆得到,在隐 层输出矩阵出现奇异或者输入权值过大等情况时 会影响 ELM 的稳定性及泛化性能,为此相关学者 提出了RELM^[13],通过在其训练目标中加入输出权 值的二范数,从而在训练过程中,不仅最小化训练 误差,还对表征了其泛化能力的结构风险进行控 制,提高了 ELM 的稳定性和泛化能力,然而 RELM 与 ELM 一样仍然属于离线预测,无法利用系统实 时状态参数更新预测模型。为实现 RELM 的在线 预测,张弦等提出了可递推求解出输出权值的序贯 正则极端学习机^[14,15],但其只适用于初始训练样本 较大的情况,在初始小样本情况下难以取得良好的 预测结果。

针对实际中常见的初始训练样本较少的情况, 提出了根据样本规模选择输出权值计算方式的结构 自适应序贯正则极端学习机(SA-SRELM),并利用典 型混沌时间序列和国航某型航空发动机对其预测效 果进行验证。

2 正则极端学习机(RELM)

对于时间序列
$$\aleph_N = \{(\boldsymbol{x}_i, t_i)\}_{i=1}^n, \boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{R}^n, t_i \in \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\beta}\}$$

改善 ELM 方法只考虑经验风险带来的泛化能力不高 的缺点,根据结构风险最小化原理,RELM 通过引入 参数 γ 调节两种风险的比例,可较好的实现经验风 险与结构风险间的折中,利用 RELM 解决回归问题可 转化为如下约束优化问题

$$\min\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}_{N}+\frac{\boldsymbol{\gamma}}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon}\right)$$

st
$$t_{j}=\sum_{i=1}^{L}\boldsymbol{\beta}_{i}g(\boldsymbol{\alpha}_{i}x_{j}+b_{i})-\boldsymbol{\varepsilon}_{j}$$
(1)

式中 j=1,...,N; $g(\cdot)$ 为激活函数; L 为隐层神 经元数目; $\alpha_i = [\alpha_{i_1} \cdots \alpha_{i_n}]$ 为连接第 i 个隐层神经 元的输入权值; $\beta_N = [\beta_1 \cdots \beta_L]^T$, β_i 为连接第 i 个 隐层神经元的输出权值; b_i 是第 i 个隐层神经元的偏 差; $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_N]^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为回归误差; 为求解上述优 化问题,建立拉格朗日函数

$$L(\boldsymbol{w},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\beta}_{\scriptscriptstyle N}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_{\scriptscriptstyle N}^{\scriptscriptstyle T}\boldsymbol{\beta}_{\scriptscriptstyle N} + \frac{\gamma}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\scriptscriptstyle T}\boldsymbol{\varepsilon} -$$

$$\boldsymbol{w}(\boldsymbol{H}_{\scriptscriptstyle N}\boldsymbol{\beta}_{\scriptscriptstyle N} - \boldsymbol{T}_{\scriptscriptstyle N} - \boldsymbol{\varepsilon})$$
(2)

式中 $w = [w_1 \cdots w_N]$ 为拉格朗日权值。

$$\boldsymbol{H}_{N} = \begin{bmatrix} G(\boldsymbol{\alpha}_{1}\boldsymbol{x}_{1} + b_{1}) & \cdots & G(\boldsymbol{\alpha}_{L}\boldsymbol{x}_{1} + b_{L}) \\ \vdots & \vdots \\ G(\boldsymbol{\alpha}_{1}\boldsymbol{x}_{N} + b_{1}) & \cdots & G(\boldsymbol{\alpha}_{L}\boldsymbol{x}_{N} + b_{L}) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{T}_{N} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}_{1} & \cdots & \boldsymbol{t}_{N} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

对拉格朗日函数各变量求偏导并令偏导数为零 可得 $\boldsymbol{\beta}_{\scriptscriptstyle N}$ 的解 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{\scriptscriptstyle N}$

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{N} = \left(\boldsymbol{H}_{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{N} + \frac{I}{\gamma}\right)^{-1}\boldsymbol{H}_{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{N}$$
(3)

式中 $I \in \mathbf{R}^{L \times L}$, $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{N} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\beta}}_{1} & \cdots & \tilde{\boldsymbol{\beta}}_{L} \end{bmatrix}^{T}$ 。由此可得经 过训练的 RELM 时间序列预测模型

$$\boldsymbol{v} = \sum_{i=1}^{L} \tilde{\beta}_i G(\boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{u} + \boldsymbol{b}_i)$$
(4)

式中 $u \in \mathbb{R}^n$ 为模型输入, $v \in \mathbb{R}$ 为模型输出。

3 结构自适应序贯正则极端学习机

RELM 通过引入正则化参数能够有效提高 ELM 由于病态矩阵等问题带来的泛化能力差的问题,但 是其与 ELM 一样属于离线方式,当训练样本分批加 入时,只能通过重复训练来重新建立预测模型,这大 大增加了训练时间。借鉴在线序贯极端学习机(Online Sequential Extreme Learning Machine, OS-ELM) 的在线递推方法可以实现预测模型的在线更新^[16]。 但是 OS-ELM 方法的隐层节点数目要求不能超过训 练样本数目,而较多的隐层节点数目则是提高预测 模型精度和泛化能力的有效途径,因此对于初始样 本数量较少的情况,OS-ELM 难以取得满意的精度; 同时随着训练样本数目的逐步增加,OS-ELM 不断的 将新样本加入,而不对旧样本进行任何处理,这使得 新旧样本在预测时处于同等地位,从而导致训练得 到的预测模型对系统动态变化的跟踪能力不强。针 对上述问题,SA-SRELM 考虑对不同样本数目采用 不同的输出权值计算方法,从而提高预测模型的精 度和泛化性能。SA-SRELM 具体过程如下:

首先,根据广义逆性质,当隐层输出矩阵H。为行 满秩(N₀<L)时,其形式如式(5)所示

$$\boldsymbol{H}_{0} = \begin{bmatrix} G(\boldsymbol{a}_{1}, \boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{x}_{1}) & \cdots & G(\boldsymbol{a}_{L}, \boldsymbol{b}_{L}, \boldsymbol{x}_{1}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ G(\boldsymbol{a}_{1}, \boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{x}_{N_{0}}) & \cdots & G(\boldsymbol{a}_{L}, \boldsymbol{b}_{L}, \boldsymbol{x}_{N_{0}}) \end{bmatrix}_{N_{0} \times L}$$
(5)

RELM 初始输出权值可表示^[13]

$$\boldsymbol{\beta}_{0} = \boldsymbol{H}_{0}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{I} / \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{H}_{0} \boldsymbol{H}_{0}^{\mathrm{T}})^{-1} \boldsymbol{T}_{0}$$
(6)

当新样本加入时,由于样本数量较少,因此采取 只加入新样本来进行预测模型的更新,而不剔除旧 样本。令当前时刻隐层输出矩阵为

$$\boldsymbol{H}_{k} = \begin{bmatrix} G(\boldsymbol{a}_{1}, \boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{x}_{1}) & \cdots & G(\boldsymbol{a}_{L}, \boldsymbol{b}_{L}, \boldsymbol{x}_{1}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ G(\boldsymbol{a}_{1}, \boldsymbol{b}_{1}, \boldsymbol{x}_{k}) & \cdots & G(\boldsymbol{a}_{L}, \boldsymbol{b}_{L}, \boldsymbol{x}_{k}) \end{bmatrix}_{k \times L} = (7)$$
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

输出权值为

$$\boldsymbol{\beta}_{k} = \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{I} / \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \boldsymbol{T}_{k}$$
(8)

当新样本 (x_{k+1},t_{k+1}) 加入时,输出权值变为

$$\boldsymbol{\beta}_{k+1} = \boldsymbol{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{I} / \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{H}_{k+1} \boldsymbol{H}_{k+1}^{\mathrm{T}})^{-1} \boldsymbol{T}_{k+1}$$
(9)

隐层输出矩阵变为 $H_{k+1} = \begin{bmatrix} H_k^T & h_{k+1}^T \end{bmatrix}^T$, 输出向量 $T_{k+1} = \begin{bmatrix} t_1, t_2, \cdots, t_k, t_{k+1} \end{bmatrix}^T$,此时

$$\frac{\boldsymbol{I}}{\lambda} + \boldsymbol{H}_{k+1}\boldsymbol{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} = \frac{\boldsymbol{I}}{\lambda} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{k} \\ \boldsymbol{h}_{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{k+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{k}\boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{I}/\lambda & \boldsymbol{H}_{k}\boldsymbol{h}_{k+1}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{h}_{k+1}\boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{k+1}\boldsymbol{h}_{k+1}^{\mathrm{T}} + 1/\lambda \end{bmatrix}$$
(10)

$$\diamondsuit P_{k+1} = H_{k+1}H_{k+1}^{\mathrm{T}} + I/\lambda , \quad P_k = H_kH_k^{\mathrm{T}} + I/\lambda ,$$

$$B_{k+1} = H_kh_{k+1}^{\mathrm{T}}, \quad D_{k+1} = h_{k+1}h_{k+1}^{\mathrm{T}} + 1/\lambda$$

则式(10)表示为

$$\boldsymbol{P}_{k+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_k & \boldsymbol{B}_{k+1} \\ \boldsymbol{B}_{k+1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{D}_{k+1} \end{bmatrix}$$
(11)

上式根据分块矩阵求逆引理可得[17]

$$P_{k+1}^{-1} = \begin{bmatrix} P_{k} & B_{k+1} \\ B_{k+1}^{T} & D_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k}^{-1} + s_{k+1} P_{k}^{-1} & B_{k+1} B_{k+1}^{T} P_{k}^{-1} & -s_{k+1} P_{k}^{-1} B_{k+1} \\ -s_{k+1} B_{k+1}^{T} P_{k}^{-1} & s_{k+1} \end{bmatrix}$$
(12)
$$\vec{x} + s_{k+1} = \frac{1}{(D_{k+1} - B_{k+1}^{T} P_{k}^{-1} B_{k+1})} \circ$$
$$\text{ M} \vec{x} (9) \vec{n} \neq \vec{x} \noti b$$

D 7-1

$$\boldsymbol{\beta}_{k+1} = \boldsymbol{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_{k+1}^{-1} \boldsymbol{T}_{k+1}$$
(13)

由式(12)可以看出,矩阵 P_{k+1}^{-1} 中元素均可在 P_{k}^{-1} 的基础上递推得到,从而避免了在新样本加入时对 隐层输出矩阵反复求逆的过程,可有效节省求解 β_{k+1} 时的计算量。

随着新样本的持续加入,当样本数目超过隐层 节点数目后,隐层输出矩阵变为列满秩矩阵,此时, 输出权值表示变为

$$\boldsymbol{\beta}_{l} = \left(\boldsymbol{H}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{l} + \boldsymbol{I}/\boldsymbol{\lambda}\right)^{-1}\boldsymbol{H}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{l}$$
(14)

当样本增加到一定规模,离当前时刻较远的旧 样本对反映系统状态变化贡献逐步减弱,甚至会产 生冗余信息影响预测结果的准确性,有必要在加入 新样本后对相应的旧样本进行剔除,具体过程如下:

当新样本 $(\mathbf{x}_{l+1}, t_{l+1})$ 加入时,将其加入到样本集 中,则隐层输出矩阵变为 $[\mathbf{H}_{l}^{T} \quad \mathbf{h}_{l+1}^{T}]^{T}$,输出向量变为 $[\mathbf{T}_{l}^{T} \quad t_{l+1}]^{T}$;同时 剔除与 \mathbf{x}_{l+1} 距离 最远的旧样本 \mathbf{x}_{1} ,那 么更新之后隐层输出矩阵 \mathbf{H}_{l+1} 变为 $[\mathbf{h}_{2}^{T} \quad \mathbf{h}_{3}^{T} \quad \cdots \quad \mathbf{h}_{l}^{T} \quad \mathbf{h}_{l+1}^{T}]^{T}$, \mathbf{T}_{l+1} 变为 $[\mathbf{t}_{2} \quad \mathbf{t}_{3} \quad \cdots \quad \mathbf{t}_{l} \quad \mathbf{t}_{l+1}]^{T}$ 。 则更新之后输出权值为

 $\boldsymbol{\beta}_{l+1} = (\boldsymbol{H}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_{l+1} + \boldsymbol{I}/\lambda)^{-1} \boldsymbol{H}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{T}_{l+1}$ (15) 其中

$$\boldsymbol{H}_{l+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{l+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{3}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{h}_{l}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{3}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{h}_{l}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \\ \boldsymbol{h}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{2} + \boldsymbol{h}_{3}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{3} + \cdots + \boldsymbol{h}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{l} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{l+1} = \\ \boldsymbol{H}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_{l} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{l+1} - \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h}_{1}$$
(16)

$$\boldsymbol{H}_{l+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{l+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{3}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{h}_{l}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_{2} & t_{3} & \cdots & t_{l} & t_{l+1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 17 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{H}_{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{l} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{l+1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$

借鉴 OS-ELM 做法,令
$$P_l = (H_l^T H_l + I/\lambda)^1$$
,
 $P_{l+1} = (H_{l+1}^T H_{l+1} + I/\lambda)^1$,那么式(16)可表示为

$$\boldsymbol{P}_{l+1}^{-1} = \boldsymbol{P}_{l}^{-1} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}_{l+1} - \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}_{1}$$
(18)

令
$$W_{l+1}^{-1} = P_l^{-1} + h_{l+1}^{T} h_{l+1}$$
,则式(18)变为
 $P_{l+1}^{-1} = W_{l+1}^{-1} - h_1^{T} h_1$ (19)

根据 Sherman-Morrison 矩阵求逆引理可得[17]

$$W_{l+1} = (P_l^{-1} + h_{l+1}^{T} h_{l+1})^{-1} = P_l - \frac{P_l h_{l+1}^{T} h_{l+1} P_l}{1 + h_{l+1} P_l h_{l+1}^{T}}$$
(20)

$$P_{l+1} = (W_{l+1}^{-1} - h_1^{T} h_1)^{-1} = W_{l+1} + \frac{W_{l+1} h_1^{T} h_1 W_{l+1}}{1 - h_1 W_{l+1} h_1^{T}}$$
(21)

将式(17)、(20)和(21)代入式(15)中,可得训练 样本更新后输出权值为

$$\boldsymbol{\beta}_{l+1} = \boldsymbol{P}_{l+1} \boldsymbol{H}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{T}_{l+1} = \\ \boldsymbol{P}_{l+1} \left(\boldsymbol{P}_{l}^{-1} \boldsymbol{P}_{l} \boldsymbol{H}_{l}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{T}_{l} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{t}_{l+1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{t}_{1}^{\mathrm{T}} \right) = \\ \boldsymbol{P}_{l+1} \left(\boldsymbol{P}_{l}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{l} + \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{t}_{l+1}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{t}_{1}^{\mathrm{T}} \right) = \\ \boldsymbol{\beta}_{l} - \boldsymbol{P}_{l+1} \boldsymbol{h}_{l+1}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{h}_{l+1} \boldsymbol{\beta}_{l} - \boldsymbol{t}_{l+1}^{\mathrm{T}} \right) + \boldsymbol{P}_{l+1} \boldsymbol{h}_{1}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{h}_{1} \boldsymbol{\beta}_{l} - \boldsymbol{t}_{1}^{\mathrm{T}} \right)$$
(22)

若不对旧样本进行剔除,则只需利用式(20)以及式(22)中前两项来进行输出权值的更新即可,此时,式(22)中 *P*₍₊₁用 *W*₍₊₁ 替代。

则本文提出的样本规模驱动的结构自适应序贯 正则极端学习机的具体步骤如下:

Step 1:根据初始样本数目 N_0 选取合适隐层节点数 $L(-般取 L > N_0)$,利用式(6)计算初始输出权值 β_0 ,令新到样本数目 k 初始值为 0。

Step 2:当第 k+1个新样本到来,若样本数目 N<</p>
L,则将新样本加入样本集,并根据式(12)、式(13)更新 P_{k+1}及输出权值 β_{k+1},否则转入 Step 3。

Step 3: 若样本数目 N > L, 但 $N \le \eta$ (η 为预先设置的样本容量阈值),则只将新样本加入样本集,不剔除旧样本,并根据式(20)和(22)更新 W_{l+1} 及 β_{l+1} ;若样本数目 $N > L \le N > \eta$,则将新样本加入样本集的同时剔除旧样本,并根据式(21)和(22)更新 P_{l+1} 及 β_{l+1} 。

Step 4:令 *k*=*k*+1,转至 Step 2。

Step 5: 训练结束,利用最终的输出权值建立预测模型,对系统未来状态进行预测。

4 实例验证

分别选取3种混沌时间序列:Lorenz,Mackey-Glass以及太阳黑子时间序列对SA-SRELM的预测性 能进行验证。其中前2种混沌时间序列分别选择 2000个数据,嵌入维数分别取5和4,时间延迟都设 为1,利用前1500个数据来训练模型,后500个数据 验证预测模型精度;太阳黑子选择1902~2001年共 100个数据,选择嵌入维数为5,时间延迟为1,利用前 92个数据滚动生成训练样本来建立预测模型,对后8 个数据进行预测。预测效果通过两个指标进行比 较:平均绝对百分比误差(MAPE)和均方根误差 (RMSE)。3种时间序列预测时初始样本数都设为5 个。其中Lorenz时间序列由式(23)描述

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x_{L}(t)}{\mathrm{d}t} = 10(y_{L}(t) - x_{L}(t)) \\ \frac{\mathrm{d}y_{L}(t)}{\mathrm{d}t} = 28x_{L}(t) - y_{L}(t) - x_{L}(t)z_{L}(t) \\ \frac{\mathrm{d}z_{L}(t)}{\mathrm{d}t} = x_{L}(t)y_{L}(t) - \frac{8z_{L}(t)}{3} \end{cases}$$
(23)

Mackey-Glass时间序列由式(24)描述

$$\frac{\mathrm{d}x_{\rm M}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{0.2x_{\rm M}(t-20)}{1+\left[x_{\rm M}(t-20)\right]^{10}} - 0.1x_{\rm M}(t) \tag{24}$$

RELM, SRELM 的神经元数目受限于初始样本 规模,因此都取5个,而SA-SRELM 的神经元数目要 不受样本规模限制,本文取20个,同时样本规模阈 值设为30,即当训练样本在线训练时增加到30个后 启动剔除功能,以消除旧样本的影响,其正则化参 数分别取 $\lambda = 2^{10}, 2^{20}$ 。表1为分别利用 RELM, SRELM 以及 SA-SRELM 对混沌时间序列的预测 结果。

 Table 1
 RELM-based, SRELM-based and DR-ELM-based

 prediction results of chaotic time series

Data	M .1 1	Sigmoid		Radial Basis	
Data	Method	MAPE/%	RMSE	MAPE/%	RMSE
	RELM	16.65	0.6766	32.3	5.2034
Lorenz- X	SRELM	5.96	0.2795	8.59	0.6408
А	SA-SRELM	0.89	0.0512	2.6	0.1639
Mackey -Glass	RELM	15.63	0.1576	10.94	0.1135
	SRELM	2.35	0.0248	2.96	0.0347
	SA-SRELM	0.32	0.004	0.4	0.0051
Sunspot	RELM	24.8	11.6822	28.28	12.0048
	SRELM	16.31	7.4752	21.17	10.9023
	SA-SRELM	7.9	5.8897	8.51	4.7405

可以看出,三种方法中,SA-SRELM预测精度最高,RELM预测精度最低。RELM预测平均相对误差 以及均方根误差最大,预测精度最低,这是因为 RELM由于不具备在线学习能力,仅能利用5个初始 训练样本建立离线训练模型,缺乏对时间序列的动 态适应性;SRELM由于具有在线学习能力,预测精度 相对 RELM有所提高,但是由于受限于初始样本规 模,其隐层节点数目最多只能取5个,导致其泛化性能较差;而本文提出的SA-SRELM则不受初始训练样本规模限制,在初始小样本情况下隐层节点数目可以任意选取,本文在选取隐层节点数目为20的情况下就大大提高了对混沌时间序列的预测精度,平均相对误差和均方根误差均远小于RELM和SRELM方法。而且从激活函数选取上可以看出,三种方法Sigmoid型激活函数的预测精度均要高于径向基型激活函数。

5 航空发动机排气温度预测

在航空公司的日常监控中,经发动机生产厂家 (Original engine manufacturer,OEM)开发的发动机健 康状态监控软件(Engine health monitoring,EHM)提 供的巡航状态下的 ΔEGT 是衡量发动机是否超温的 主要指标。因此,对EGT的预测实际上是对 ΔEGT 的 预测^[18]。

本文ΔEGT数据来源于国航某发动机巡航数据^[18]。 采样间隔约为15个飞行循环,可近似地认为是等间 隔采样。从该发动机第1个飞行循环到第12501个 飞行循环,共采集101个数据,ΔEGT变化曲线如图1 所示。



Fig. 1 Sample curve of $\triangle EGT$

选择嵌入维数为6,则可滚动生成95组样本,选 择前89组作为训练样本,其余6组作为测试样本。 选取初始训练样本数目为5,即RELM 仅利用前5组 训练样本建立预测模型,SRELM 以及SA-SRELM则 利用其余84组训练样本对SRELM 以及SA-SRELM则 进行在线更新。三种方法激活函数选择Sigmoid型, 并通过留一法交叉验证确定RELM和SRELM隐层节 点数目分别为4和5,SA-SRELM隐层节点数目为 28,正则化系数λ=2¹⁰。SA-SRELM样本规模阈值设 为35。采用一步预测方式,对每种方法分别进行10 次仿真,取精度最高结果进行比较。图2和图3为 各方法预测结果及误差曲线,表4~6为预测值及误 差结果。



Fig. 2 Prediction result curves of three methods



Fig. 3 Prediction error curves of three methods

Table 4RELM based $\triangle EGT$ prediction results

Data point	True value/ $^{\circ}$ C	Prediction value/ $^{\circ}$ C	MAPE/%
96	50.7	47.5867	6.1406
97	49.5	46.2691	6.5271
98	51.6	44.7151	13.3428
99	49.1	46.1219	6.0654
100	47.7	46.5171	2.4799
101	49.7	45.3024	8.8483
MAPE/%		7.23	
RMSE		4.0237	

Data point	True value/°C	Prediction value/°C	MAPE /%
96	50.7	49.6201	2.1300
97	49.5	49.553	0.1071
98	51.6	50.4618	2.2058
99	49.1	50.4133	2.6747
100	47.7	49.809	4.4214
101	49.7	51.2667	3.1523
MAPE/%		2.45	
RMSE		1.3597	

Table 6 SA-SRELM based $\triangle EGT$ prediction results

		1		
Data point	True value/℃	Prediction value/°C	MAPE /%	
96	50.7	49.3563	2.6503	
97	49.5	49.5220	0.00444	
98	51.6	50.7972	1.5558	
99	49.1	48.8504	0.5084	
100	47.7	48.7574	2.2168	
101	49.7	49.5138	0.3746	
MAPE/%		1.23		
RMSE		0.7816		

从预测结果可以看出,RELM预测精度最差,其 相对误差达到了7.23%,其中第98个测试数据相对 误差达到13.3428%;SRELM通过在线学习,其预测 结果相对误差相对RELM有所提高,其中第100个 数据的预测相对误差最高,达到了4.4214%;本文提 出的SA-SRELM预测精度最高,为1.23%,各数据 预测相对误差都小于3%,第96个数据预测结果相 对误差最大,为2.6503%,精度明显好于其余两种 方法。

表7为三种方法所消耗的训练时间,可以看出, RELM由于只利用5个初始样本进行训练,因此训练 消耗时间最少;SRELM和SA-SRELM采取了递推更 新的方式,训练时间有所增加,而SA-SRELM由于选 取的隐层节点数目大于初始训练样本数目,使得训 练时间比SRELM略有增加,但其预测精度得到了有 效提高。

Table 7Training time of three methods

Method	RELM	SRELM	SA-SRELM
Training time/ms	0.19	3.1	6.9

为进一步测试 3 种方法的预测效果,分别选择测 试样本数目为 10,20 和 40 三种情况进行仿真验证, 参数及仿真条件设置与前述一致。表 8 为不同测试 样本数目条件下的预测误差结果。可以看出,三种 方法的预测误差随着测试样本数目的增加逐渐变 大,其中 RELM 随着测试样本数目的增多,逐渐丧失 预测能力,不适合用来建立ΔEGT 时间序列的预测模 型;而本文 SA-SRELM 在三种不同测试样本数目条 件下的 MAPE 和 RMSE 均明显小于 RELM 和 SRELM, 说明了本文针对不同样本数目选择不同的在线更新 方式以及更新过程中采取类似新陈代谢策略能够有 效提高预测模型的动态适应性,可用于ΔEGT 时间序 列的在线预测。

 Table 8
 Prediction results under different testing sample

numbers					
$N_{ m test}$	Error indexes	RELM	SRELM	SA-SRELM	
10	MAPE/%	33.86	3.17	2.23	
	RMSE	16.9039	1.675	1.2639	
20	MAPE/%	58.68	4.57	3.96	
	RMSE	27.9812	2.8526	2.3751	
40	MAPE/%	94.94	9.8	5.01	
	RMSE	44.8965	5.2639	3.0597	

6 结 论

(1)针对 RELM 算法无法满足在线预测要求, 以及 SRELM 在线训练过程中隐层节点数目受限于 初始训练样本规模限制导致预测模型泛化性能差 的缺陷,提出了一种可以根据样本规模自适应选择 输出权值计算方法的结构自适应序贯正则极端学 习机。

(2)通过引入正则化参数来克服隐层输出矩阵 奇异导致的结果不稳定,在此基础上,根据初始训 练以及序贯学习阶段训练样本数目,分别通过不同 的方式计算其输出权值,从而实现在初始阶段选择 更大范围的隐层节点数目,摆脱训练样本数目的限 制,而在训练样本数目增加到一定规模时,通过对 旧样本的剔除来提高预测模型追踪系统动态变化 的能力。

(3) EGT 是航空发动机重要的健康指标之一,将本文所提方法用于航空发动机排气温度预测,结果表明,SA-SRELM 在初始小样本情况下获得的预测精度相比 RELM 和 SRELM 方法分别提高了约6倍和2倍,具有一定的应用价值。

参考文献:

- Vingerhoeds R A, J anssens P, Netten B D, et al. Enhancing Off-Line and On-Line Condition Monitoring and Fault Diagnosis [J]. Control Engineering Practice, 1995, 3 (11): 1515-1528.
- [2] Ding G, Zhong S S. Aircraft Engine Lubricating Oil Monitoring by Process Neural Network [J]. Neural Network World, 2006, 16(1): 15-24.
- [3] 陈 果.用结构自适应神经网络预测航空发动机性
 能趋[J].航空学报,2007,28(3):535-539.
- [4] 钟诗胜, 雷达, 丁刚. 卷积和离散过程神经网络

及其在航空发动机排气温度预测中的应用[J]. 航空 学报, 2012, 33(3): 438-445.

- [5] 许喆平,郎荣玲,邓小乐.飞机性能参数预测的不确 定性处理[J].航空学报,2012,33(6):1100-1107.
- [6] 于广滨,丁 刚,姚 威,等.基于支持过程向量机
 的航空发动机排气温度预测[J].电机与控制学报,
 2013,17(8):30-36.
- [7] 范 庚,马登武.基于组合优化相关向量机的航空发动机性能参数概率预测方法[J].航空学报,2013,34
 (9):2110-2121.
- [8] Huang G B, Zhu Q Y, Siew C K. Extreme Learning Machine: Theory and Applications [J]. Neurocomputing, 2006, 70: 489-501.
- [9] Yu Q, Miche Y, Eirola E, et al. Regularized Extreme Learning Machine for Regression with Missing Data[J]. Neurocomputing, 2013, 102: 45-51.
- Shrivastava N A, Panigrahi B K. A Hybrid Wavelet-ELM Based Short Term Price Forecasting for Electricity Markets [J]. *Electrical Power and Energy Systems*, 2014, 55: 41-50.
- [11] Huang G B, Ding X J, Zhou H M. Optimization Method Based Extreme Learning Machine for Classification [J]. Neurocomputing, 2010, 74: 155-163.

- [12] Huang G B, Zhou H M, Ding X J, et al. Extreme Learning Machine for Regression and Multiclass Classification
 [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cyberneticspart B: Cybernetics, 2012, 42(2): 513-529.
- [13] 邓万宇,郑庆华,陈 琳,等. 神经网络极速学习方 法研究[J]. 计算机学报, 2010, 3(2): 279-287.
- [14] 张 弦, 王宏力. 基于贯序正则极端学习机的时间序 列预测及其应用[J]. 航空学报, 2011, 32(7): 1302-1308.
- [15] 张 弦, 王宏力.利用神经元拓展正则极端学习机预测时间序列[J].北京航空航天大学学报, 2011, 37 (12):1510-1514.
- [16] Liang N Y, Huang G B, Saratchandran P, et al. A Fast and Accurate On-Line Sequential Learning Algorithm for Feedforward Networks [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2006, 17(6): 1411-1423.
- [17] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版 社,2005.
- [18] 栾圣罡. 基于气路参数样本的航空发动机状态监视 方法与系统研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2008.

(编辑:张荣莉)