高温环境下板壳结构局部屈曲理论研究*

高金海1, 刘书国2, 冯笑男1, 洪 杰3

(1. 中国科学院工程热物理研究所,北京 100190; 2. 中国人民解放军95430部队,四川 成都 610081;3. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院,北京 100191)

摘 要:传统高温板壳结构的热屈曲分析方法,在解决热-机械载荷耦合作用下复杂板壳结构的屈 曲问题时存在较大的局限性,合理的局部热屈曲理论分析方法有助于提高板壳热结构设计水平。因此, 根据高温板壳的结构特征和力学特征,在"机械载荷等效成局部边界压应力效应"假设前提下,提出了 四种典型的应力等效的局部热屈曲模型,基于初始后屈曲渐近分析理论,建立了一套有效的局部热屈曲 理论分析方法。采用上述方法,研究了完善和具有初始缺陷板壳的弹性热后屈曲性态,具体分析了带预 载的四边简支模型,带预载的四边固支模型,带预载的三边简支、一边自由模型以及带预载的三边固 支、一边自由模型,给出了板壳长度尺寸、厚度等参数对热屈曲载荷的影响规律,并将其推广到高阶热 屈曲问题中。分析结果表明:板体现为分叉式屈曲,壳体现为跳跃式屈曲;在长宽比一定的情况下,长

关键词:高温; 板壳结构; 局部热屈曲; 后屈曲 中图分类号: V231.9 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2015) 02-0285-07 DOI: 10.13675/j. enki. tjjs. 2015. 02. 017

Theoretical Investigation of Local Buckling of Plate-Shell Structures at Elevated Temperatures

GAO Jin-hai¹, LIU Shu-guo², FENG Xiao-nan¹, HONG Jie³

Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
 People's Liberation Army Troop 95430, Chengdu 610081, China;

3. School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The traditional methods for analyzing the thermal buckling have the restrictions on dealing with the buckling of the complex plate-shell structures under the coupling of the thermal and mechanical loadings. The rational methods for analyzing the thermal buckling are conducive to improving the plate-shell design level. In the light of the above understanding, according to the structural and mechanical characteristics of high temperature plate-shell, under the hypothesis of the effects of the mechanical loadings equivalent to the local boundary stress, four kinds of local thermal buckling theoretical models were firstly proposed. The post-buckling asymptotic analysis theory. Pre-loaded four edge simple-supported model, pre-loaded four edges clamped model, pre-loaded three edges simple-supported one edge free model, pre-loaded three edges clamped one edge free model were studied in detail. The effects of structural geometry parameters (the length, thickness, etc.) on the post-buckling behavior of plate-shell structures were investigated and were extended to the solution of the high order thermal buckling problem. The results have shown that the buckling type of plate structure is bifurcation, and the shell structure' s is jumping. And under the constant length-width ratio, the critical load of buckling follows the rules that it decreases as the length increases while it increases as the thickness increases.

 ^{*} 收稿日期: 2014-01-10; 修订日期: 2014-03-10。
 基金项目: 中国博士后科学基金。
 作者简介: 高金海(1980—), 男, 博士, 研究领域为结构强度、振动、屈曲及疲劳寿命。E-mail: gaojinhai@sjp.buaa.edu.cn

Key words: High temperature; Plate-shell structure; Local thermal buckling; Post-buckling

1 引 言

随着航空、航天科技的发展,在航空发动机和航 天飞行器结构设计中,为了减轻重量,需要采用重量 轻、承载能力大的板壳结构,如航空发动机中的燃烧 室机匣、涡轮机匣,航天飞行器中的舱体、进气道、空 气导管等,都是由板壳或它们的组合件构成。

板壳结构虽具有诸多优点,但却易引起振动、屈 曲失稳及疲劳裂纹问题。特别是处在机械/热载荷环 境下的高温板壳结构,随着结构尺寸增大、温度载荷 的增大,只对其进行静力分析已不能满足工程设计 的需求,而应从板壳的动力设计和寿命的角度给予 综合的考虑^[1]。

发动机的外场使用实践证明^[2],高温板壳部件由 于大的温度梯度作用所导致的局部热屈曲变形已成 为其主要失效模式之一。同时,由于航空、航天飞行 器中高温板壳结构本身及所承受载荷的复杂性,将 使得其局部热屈曲分析过程更加复杂和困难。因 此,在工程上要掌握板壳结构热屈曲的设计技术,有 必要开展热屈曲失稳机理的研究,建立符合结构特 征和力学过程的热屈曲理论模型,这对完善发动机 的设计体系必将起到关键作用。

热屈曲理论模型研究工作多集中在板壳结构和 复合板壳结构,其温度场和边界条件均比较简单,相 应地研究方法也多集中于 Galerkin方法、Rayleigh-Ritz法和摄动法^[3-8],其中,文献[3]采用 Galerkin方 法研究了简支板的热屈曲问题,文献[4]采用 Rayleigh-Ritz法研究了温度场空间分布对板热屈曲载荷 的影响,文献[6]采用摄动法研究了湿热环境对层合 柱壳屈曲和后屈曲行为的影响。对于复杂高温板壳 结构的热屈曲理论研究鲜少报道,文献[9]采用初始 后屈曲渐近分析理论研究了钢衬壳弹塑性范围内的 热屈曲问题,文献[10]研究了复杂机翼蒙皮结构声 疲劳问题,分析了热屈曲对声疲劳寿命的影响规律。

基于以上认识,根据航空、航天飞行器中高温板 壳结构的结构特点,以及可能出现热屈曲部位的约 束条件和载荷环境,结合其结构特征和力学特征,在 "机械载荷等效成局部边界压应力效应"假设前提 下,提出了四种典型的应力等效的局部热屈曲模型; 依据推广的弹性板壳大挠度广义变分原和Koiter初 始后屈曲渐近分析理论^[9,11],建立了四种板壳模型的 热屈曲问题的控制方程、边界条件及补充条件;结合 复杂高温板壳结构可能出现的屈曲位移形状,假设 了四种典型热屈曲模型的屈曲模态,其中带预载的 四边简支模型、带预载的四边固支模型与文献[12] 所取相同;研究了完善板壳和有初始缺陷板壳结构 的热屈曲和热后屈曲性态,以及几何参数等对热后 屈曲性态的影响。结合开展的高温板壳结构热屈曲 试验,对比分析了试验与理论分析结果,验证了理论 模型的正确性。

2 热屈曲理论分析

高温板壳结构的局部热屈曲模型,要能够准确 地描述复杂板壳结构屈曲的力学特征,同时可以模 拟复杂板壳结构屈曲的特点,如板壳屈曲的局部性, 屈曲前环向(横向)和轴向(纵向)的约束作用,加强 筋的刚度、外压等机械载荷在屈曲过程中的约束作 用等等。

2.1 模型描述及提出

(1)基本假设

在实际工程中,局部屈曲部位与其周围板壳的 连接形式,有的是与刚性较大的加强筋相连,有的则 是与刚性较弱的板壳连接。热屈曲过程中,局部板、 壳及加强筋均受有力的作用,同时相互关联,考虑到 在初始屈曲阶段及弹性变形范围,加强筋等刚度较 大结构的变形极小,可以认为加强筋或者局部热屈 曲的边界是刚性的,即在加强筋的位移挠度W,面内 位移U_a,U_x为零,即

$$W = U_{n} = U_{s} = 0 \tag{1}$$

考虑到机械载荷的影响,通常载荷并不是作用 于局部热屈曲部位,并且不均匀,例如冲压发动机燃 烧室的机械载荷作用在舵机附近,而实际可能发生 热屈曲的部位又出现在壳体上,为了考虑这部分机 械载荷对局部热屈曲的影响,提出一个假设"机械载 荷等效成局部边界压应力效应",即将其它所有非热 载荷对局部热屈曲的影响都转化成局部热屈曲边界 上的压应力,这样就可以将其作为热屈曲分析的力 边界条件进行处理。

工程实践证明,航空、航天飞行器中高温板壳结构屈曲一般均为局部屈曲。考虑其结构特征和力学特征,提出四种具有代表性的应力等效的局部热屈曲模型:带预载的四边简支板壳模型,带预载的四边固支板壳模型,带预载的三边简支、一边自由板壳模型以及带预载的三边固支、一边自由板壳模型。

(2)模型描述

模型一:带预载的四边简支模型

在实际工程中,出现航空、航天飞行器中高温板 壳结构(火焰筒、进气道、舱体)的局部热屈曲问题 中,发生局部热屈曲部位板壳通常由于局部大的温 度梯度引起的,周围板壳对屈曲部位约束较弱,可忽 略其角刚度的影响。如图1(a)所示,这一模型可视 为以相邻四个固定边界处而取出的一块板壳模型。 另外,在实际工程的高温板壳结构屈曲中,发生过板 壳间距内接近四边简支板壳模型的屈曲波形;考虑 到机械载荷会对局部部位产生压应力的作用,根据 上文所诉假设将其等效成局部屈曲部位边界压应力 的影响,鉴于以上情况提出一种带预载的四边简支 板壳模型,其相应的力学模型,如图1(b)所示,图中 σ_x , σ_y 为基本假设中所提到的,即其它机械载荷所 引起的等效局部边界压应力。



(a) Pre-loaded four edges simple-supported structure



(b) Mechanical model in local area Fig. 1 Pre-loaded four edges simple-supported model

模型二:带预载的四边固支模型

在实际工程中,出现航空、航天飞行器中高温板 壳结构(火焰筒、进气道、舱体)的局部热屈曲问题 中,发生局部热屈曲部位板壳通常周围有加强筋等 结构的作用,加强筋等结构相对薄壁板壳结构刚度 较大,可以近似等效成刚性连接,如图2所示,这一 模型可视为以相邻四个加强筋为固定边界处而取 出的一块板壳模型。在实际工程的高温板壳结构 的屈曲中,发现加强筋间距内的屈曲波形接近四边 固支板壳模型的屈曲波形;考虑局部屈曲部位边界 压应力的影响;鉴于以上情况提出一种带预载的四 边固支板壳模型,同样其相应的力学模型,如图1 (b)所示。



Fig. 2 Pre-loaded four edges clamped model

模型三:带预载的三边简支、一边自由模型

与模型一描述类似,如图3所示,发生局部屈曲 部位为一边自由的结构形式,例如尾喷管位置等, 这一模型可视为以相邻三个固定边界处而取出的 一块板壳模型,周围壳体对屈曲部位约束较弱,可 忽略其三个固定边界的角刚度影响。考虑局部屈 曲部位边界压应力的影响,提出一种带预载的三边 简支、一边自由的板壳模型,同样其力学模型,如图 1(b)所示。



frig. 5 Fre-loaded three edges simple-supported one edge free model

模型四:带预载的三边固支、一边自由模型 与模型二描述类似,发生局部热屈曲部位板壳 通常周围有加强筋等结构的作用,如图4所示,屈曲



Fig. 4 Pre-loaded three edges clamped one edge free model

部位为一边自由的结构形式,这一模型可视为以相 邻三个固定边界处而取出的一块板壳模型,加强筋 对局部部位的约束可视为刚性约束。考虑局部屈曲 部位边界压应力的影响;提出一种带预载的三边固 支、一边自由板壳模型,同样其力学模型,如图1(b) 所示。

2.2 控制方程

基于关于弹性板壳大挠度广义变分原理的研究 结论,将温度T引入到以F,W为变量的弹性板壳 大挠度广义变分式中,建立四种模型弹性热屈曲问 题的控制方程、边界条件和补充条件。

根据板、壳结构之间的特殊关系,这里认为板为 壳结构的特殊形式、即曲率半径趋于∞的壳。控制 板壳屈曲的微分方程为^[9,11]

$$\frac{1}{Eh}\nabla^{4}F + \frac{1}{2}(w;w) + \frac{1}{R}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + (w;\bar{w}) + \alpha\nabla^{2}T = 0$$

$$D\nabla^{4}w - \frac{1}{R}\frac{\partial^{2}F}{\partial x^{2}} - (w;F) - (\bar{w};F) - p = 0$$

$$(2)$$

边界条件

$$\begin{array}{l}
\left. \Phi C_{w} \bot, \ w = \bar{w}; \ \Phi C_{R} \bot, \ R = \bar{R} \\
\left. \Phi C_{\alpha} \bot, \frac{\partial w}{\partial n} = \bar{\alpha}; \ \Phi C_{M} \bot, \ M_{n} = \bar{M}_{n} \\
\left. \Phi C_{u_{n}} \bot, \ K_{s} = \bar{K}_{s}; \ \Phi C_{N_{n}} \bot, \ F = \bar{F} \\
\left. \Phi C_{u_{n}} \bot, \ \varepsilon_{s} = \bar{\varepsilon}_{s}; \ \Phi C_{N_{m}} \bot, \frac{\partial F}{\partial n} = \bar{\psi} \\
\left. \Phi C \bot, \ T = \bar{T}, \ T_{,n} = \bar{T}_{,n} \\
\end{array} \right\}$$
(3)

式中 K_s , ε_s 为广义位移, n, s为边界法向和切向坐标。

补充条件

$$\int_{0}^{b} \left[\frac{1}{Eh} \left(\frac{\partial^{2} F}{\partial x^{2}} - \mu \frac{\partial^{2} F}{\partial y^{2}} \right) + \frac{1}{R} w - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^{2} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \alpha T \right] \bigg|_{x=(0,a)} = 0$$

$$\int_{0}^{a} \left[\frac{1}{Eh} \left(\frac{\partial^{2} F}{\partial y^{2}} - \mu \frac{\partial^{2} F}{\partial x^{2}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \alpha T \right] \bigg|_{x=(0,b)} = 0$$

$$(4)$$

2.3 完善与具有缺陷板壳的后屈曲平衡路径

将完善壳视为具有特殊圆柱形初始缺陷 \bar{w}_0 的板,具有初始缺陷 \bar{w} 的壳视为具有初始缺陷 $(\bar{w}_0 + \bar{w})$ 的板,用初始后屈曲理论分析完善和具有初始缺陷 壳的后屈曲平衡路径可简化为分析具有特殊初始缺陷的板的后屈曲平衡路径^[13,14]。

为了将控制方程、边界条件和补充条件无量纲 化,引入以下无量纲参数

$$\hat{x} = M\pi x/a, \hat{y} = N\pi y/b, \beta = Na/Mb
C = 1/12(1-\mu^2), \hat{w} = w/h
f = F/Eh^3, \hat{T} = \bar{T}\alpha a^2/(M^2\pi^2h^2), \hat{p} = pa^4/(EM^4h^4\pi^4)
\hat{\sigma}_0 = \sigma_0 a^2/(M^2E\pi^2h^2)
\bar{\nabla}^2 = \partial^2/\partial\hat{x}^2 + \beta^2\partial^2/\partial\hat{y}^2 = a^2\nabla^2/(M^2\pi^2)$$
(5)

式中M,N为横向和纵向的屈曲阶数。 假设完善板的f,w,T解的渐近展开形式为

$$w = \sum_{j=0} \varepsilon^{j} w_{j}$$

$$f = \sum_{j=0} \varepsilon^{j} f_{j}$$
(6)

$$T = T_{c} \left(1 + \lambda_{1} \varepsilon + \lambda_{2} \varepsilon^{2} + \cdots \right)$$
(7)

式中 ε 为屈曲模态 w_1 的幅值,满足 $0 < \varepsilon << 1$, T_c 是临界热屈曲温度, λ_1 和 λ_2 为待定常数。

基于 Koiter 初始后屈曲渐近分析理论,可以得到 决定 T_e 的板特征值控制方程

$$L_{1}(w_{1},f_{1}) \equiv \overline{\nabla}^{4} f_{1} + \beta^{2}(w_{0};w_{1}) = 0$$

$$L_{2}(w_{1},f_{1}) \equiv C\overline{\nabla}^{4} w_{1} - \beta^{2}[(f_{0};w_{1}) + (f_{1};w_{0})] = 0$$
(8)

由边值控制方程可以得到式(7)中的 λ_1 和 λ_2 的表达式

$$\lambda_{1} = \frac{\frac{3}{2} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} (w_{1}; f_{1}) w_{1} dx dy}{T_{c} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \left[\left(f_{0}^{c}; w_{1} \right) + 2 \left(w_{0}^{c}; f_{1} \right) \right] w_{1} dx dy}$$
(9)

$$\lambda_{2} = -\frac{\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} [2(f_{1}; w_{2}) + (w_{1}; f_{2})] w_{1} dx dy}{T_{c} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} [(f_{0}^{c}; w_{1}) + 2(w_{0}^{c}; f_{1})] w_{1} dx dy} - \lambda_{1} \frac{\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \{2(w_{0}^{c}; w_{2}) f_{1} + [(w_{0}^{c}; f_{2}) + (f_{0}^{c}; w_{2})] w_{1} \} dx dy}{\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} [(f_{0}^{c}; w_{1}) + 2(w_{0}^{c}; f_{1})] w_{1} dx dy}$$

$$(10)$$

引入文献[14]中 B₁, B₂和 B₃的表达式,将式 (10)简写为

$$\lambda_1 = -\frac{3B_1}{2T_c B_2}; \lambda_2 = -\frac{B_3}{T_c B_2} - \lambda_1 \frac{B_4}{B_2}$$
(11)

将 λ_1 , λ_2 的值代人式(7), 可得到T和 ε 的关系式, 即用T和 ε 表示的板后屈曲平衡路径关系式。

对于完善壳,假设特殊圆柱形初始缺陷的表达 式为

$$\bar{w}_0 = \xi_0 \tilde{w}_0 \tag{12}$$

式中
$$\tilde{w}_0 = y^2 - \frac{\pi^2}{4}$$
, $\xi_0 = \frac{b^2}{2\pi^2 Rh}$ 。
对于具有初始缺陷壳, 其初始缺陷取为

 $\bar{w}_1 = \xi_1 w_1$,其中 ξ_1 为初始缺陷幅值,也就是将表达式 (2)中 $\bar{w} = \bar{w}_0 + \bar{w}_1$ 即可。

参考文献[14]的推导结论,可得壳的后屈曲平 衡路径表达式

$$(T - T_{c})\gamma B_{2} + 3\gamma B_{1} + \gamma^{3} B_{3} + D = 0$$
(13)

将上式 D 改写成

$$D = D_1 + (T - T_c)D_2 + \gamma D_3 + \gamma^2 D_4$$
(14)

方程(13)为完善壳的后屈曲平衡路径表达式。 假设 $\bar{w} = \bar{w}_0 + \bar{w}_1$,则可以确定有初始缺陷壳的后屈曲 平衡路径表达式。

后屈曲平衡路径上的极值点 T_s , γ_s 可由下式 (15) 且利用 $\partial T/\partial \gamma = 0$ 来确定。

$$\begin{array}{l} (T_{s} - T_{c})B_{2} + 3B_{1} + 3\gamma_{s}^{2}B_{3} + D_{3} + 2\gamma_{s}D_{4} = 0 \\ (T_{s} - T_{c})\gamma_{s}B_{2} + 3\gamma_{s}B_{1} + \gamma_{s}^{3}B_{3} + D_{1} + \\ (T_{s} - T_{c})D_{2} + \gamma_{s}D_{3} + \gamma_{s}^{2}D_{4} = 0 \end{array}$$

$$(15)$$

对于带预载的四边简支模型,假设屈曲模态 w₁为

$$w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m w_1^{(m)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin mx \sin y$$
 (16)

式中A_m为待定常数。

由上述分析结论,板的热屈曲临界载荷 T_。由下 列特征值方程确定

$$A_{j}C(j^{4}+2\beta^{2}j^{2}+\beta^{4}) - \frac{\beta^{2}T}{1-\mu}\left(\sum_{m=1}^{\infty}A_{m}+\frac{1}{\beta^{2}}j^{2}A_{j}\right) - \beta^{2}\sigma_{0}\left(\sum_{m=1}^{\infty}A_{m}+j^{2}A_{j}\right) = 0$$
(17)

各状态量 f_1 , w_2 和 f_2 分别由相应的控制方程解出,结合 λ_1 和 λ_2 的表达式(9)和式(10),则有

$$\lambda_1 = 0 , \lambda_2 = -B_3/T_e B_2$$
 (18)

将上式代入 $T = T_{e}(1 + \lambda_{1}\varepsilon + \lambda_{2}\varepsilon^{2})$,可以确定带预 载的四边简支完善板的后屈曲平衡路径。

对于完善壳,将 B_2 和 B_3 , D_1 , D_2 , D_3 , D_4 各参 变量代入式(13)和式(15),可得带预载的四边简支 完善壳的后屈曲平衡路径和极值屈曲载荷 T_s ,挠度 幅值 γ_s 的表达式,详细推导过程及结论这里不再赘 述,参见文献[14]。

具有初始缺陷的四边简支壳后屈曲平衡路径和 屈曲临界载荷表达式中的各参量,仅有 D₁, D₂, D₄ 不同为

$$D_1 = \tilde{D}_1 + \xi_1 \tilde{B}_2 \left(T_e + \frac{\sigma_0 (1 - \mu)}{E \alpha} \right)$$

$$D_2 = \tilde{D}_2 + \xi_1 \tilde{B}_2$$
(19)

$$D_4 = \tilde{D}_4 + 3\xi_1 \tilde{B}_3$$

对于带预载的四边固支板壳模型,假设屈曲模态 w₁为

$$w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m w_1^{(m)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m (1 - \cos 2mx) (1 - \cos 2y) \quad (20)$$

对于带预载的三边简支、一边自由板壳模型,假 设屈曲模态 w₁为

$$w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m w_1^{(m)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin mx \sin \frac{y}{2}$$
(21)

对于带预载的三边固支、一边自由板壳模型, 假 设屈曲模态 w₁ 为

$$w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} A_m w_1^{(m)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m (1 - \cos 2mx) (1 - \cos y) \quad (22)$$

这三个模型状态量 f_1 , w_2 和 f_2 的求解, 及参量 D_1 , D_2 , D_3 , D_4 和 λ_2 的值, 参见文献[14]。

2.4 算例分析

为了验证局部热屈曲理论分析方法的正确性, 以各项同性四边简支方板为例,得到其在均匀温度 场作用下的热屈曲载荷,并和Gowda的理论解,Oh和 Dawe的有限元计算结果,进行了比较,结果非常接 近,如表1所示。

 Table 1
 Methods comparison between original and abroad

Critical buckling load	Resent	Oh	Dawe	Gowda
$T_{\rm c}$ /°C	63.27	63.51	63.33	63.27

注: $\mu = 0.3$, a/h = 100, $\alpha = 2.0 \times 10^{-6}$ /℃

根据所推导完善板与壳后屈曲平衡路径的表达 式和结论,给出几种不同尺寸,四种完善板与壳模型 的用 $T-w_{max}$ 表示后屈曲平衡路径,如图5所示,这里 仅列出四边简支模型的后屈曲平衡路径,其它模型 见文献[14],材料及结构参数为 $\alpha=1.31\times10^{-6}$, $\mu=0.3$, h=4mm。

由图5可知,完善板与壳具有完全不同的后屈曲 平衡路径,板体现为分叉屈曲,而壳体现为跳跃性屈 曲。对于板,当温度 $T=T_{o}$ 的瞬时,板会从前屈曲平 衡状态转到后屈曲平衡状态,当温度继续升高,其挠 度 w_{max} 也将不断增加。对于壳,当温度 $T \ge T_{s}$ 时,壳 可能从前屈曲平衡状态跳跃到后屈曲平衡状态,同 时,壳的后屈曲是稳定的,即径向挠度为某一值时, 其后屈曲路径接近重合。 下面给出四个模型的 T_s 和 T_c 随板壳长度尺寸a的变化情况,结构参数长宽比 $\beta = a/b = 1$,厚度 h = 4mm,半径r = 16m,如图6所示。

由图 6 可以看出,随着长度 a 的增大, T_e 和 T_s 迅速减小,说明 T_e 和 T_s 对长宽尺寸变化是敏感的;相同尺寸的板壳 $T_s > T_e$;相同尺寸的板壳模型,四边固支的屈曲温度比四边简支的高,三边固支、一边自由的屈曲温度比四边简支高,四边简支的屈曲温度比三边简支、一边自由的高。

图 7 给出四个模型的 T_e和 T_s随板壳厚度的变化 情况。

由图 7 可以看出,随着厚度 h 的增加,板壳的 T_{c} 和 T_{s} 增大,说明 T_{c} 和 T_{s} 对厚度 h 是敏感的。

图 8 给出三边简支,一边自由板壳的不同屈曲波 数下的后屈曲平衡路径,图 8(b)给出不同屈曲波数 的壳后屈曲平衡路径上最小热屈曲临界载荷点的连 线。分析结果表明热屈曲临界载荷随着屈曲波数的 增加而增加。



Fig. 5 Post-buckling balanced path of complete four edges simple-supported plate-shell model







Fig. 7 Plate-shell T_c and T_s variation with thickness h



Fig. 8 Post-buckling balanced paths of plate-shell in different buckling orders

3 结 论

通过本文研究,得出如下结论:

(1)提出了"机械载荷等效成局部边界压应力效应"的假设,建立了可以准确描述高温板壳结构特征和力学特征的四种典型的应力等效的局部热屈曲理论模型,为板壳结构热屈曲设计提供了理论依据。

(2)应用局部热屈曲理论模型,分析得到某各向 同性四边简支板结构的热屈曲临界载荷,与国外学 者计算结果对比,两者数值非常接近,验证了本文局 部热屈曲理论模型的正确性。

(3)研究了结构几何参数(长度 a,厚度 h等)对 板壳后屈曲路径的影响规律,分析结果表明:长度 a 和厚度 h 对板壳的临界载荷有较大的影响,在长宽 比一定的情况下,长度 a 越长,屈曲临界载荷越小; 厚度 h 越厚,屈曲临界载荷越高。

(4)将一阶屈曲问题的理论公式推广应用于高 阶屈曲问题,分析结果表明:板壳的屈曲阶数越高则 屈曲温度越高,一阶屈曲温度最低。

参考文献:

- [1] 任德新,马艳红,洪 杰.冲压发动机板壳结构可靠
 性的研究现状与展望[J].燃气涡轮试验与研究,
 2011,24(3):58-62.
- [2] 候晓春,季鹤鸣,刘庆国,等.高性能航空燃气轮机 燃烧技术[M].北京:国防工业出版社,2002:156-160.
- [3] Gossard M L, Seide P, Roberts W M. Thermal Buckling of Plates [R]. NACA Tech. Note 2771, 1952: 234-238.
- [4] Klosner J M, Forray M J. Buckling of Simply Supported

Plates under Arbitrarily Symmetrical Temperature Distribution [J]. *Journal of Aerospace Science*, 1958, 36(2): 105–108.

- [5] Chang J, Shiao F. Thermal Buckling Analysis of Isotropic and Composite Plates with a Hole [J]. Thermal Stresses, 1990(13): 315-332.
- [6] 沈惠中. 湿热环境中复合材料层合圆柱薄壳的屈曲 和后屈曲[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(3): 228-238.
- [7] Patel B P, Shukla K K, Nath Y. Thermal Buckling of Laminated Cross-Ply Oval Cylindrical Shells [J]. Composite Structures, 2004, 65(2): 217-229.
- [8] Paley M, Aboud J. Inelastic Thermal Buckling of Metal Matrix Laminated Plates[J]. Thermal Stresses, 1991, 23 (14): 479-497.
- [9] 丁红丽. 钢衬壳弹性和塑性热屈曲问题的理论与试验研究[D]. 北京:清华大学, 1996: 16-77.
- [10] Maekawa S. On the Sonic Fatigue Life Estimation of Skin Structures at Room and Elevated Temperatures [J]. Journal of Sound and Vibration, 1982, 80(1): 41-59.
- [11] 刘世宁. 弹性扁壳的广义变分原理及扁壳理论的某些问题[J]. 力学学报, 1963, 6(1): 61-79.
- [12] 沈惠申. 板壳后屈曲行为[M]. 上海:上海科学技术 出版社, 2002: 50-60.
- [13] 丁红丽,范钦珊,徐秉业.安全壳中钢衬壳热屈曲问题的理论与试验研究——理论分析部分[J].力学学报,1998,30(5):611-614.
- [14] 高金海.高温环境下板壳结构局部屈曲理论与试验 研究[D].北京:北京航空航天大学,2012:18-61.
- [15] Noor A K, Jeanne M P. Finite Element Buckling and Post-buckling Solutions for Multilayered Composite Panels [J]. Elements in Analysis and Design, 1994 (15): 343-367.

(编辑:史亚红)