

燃气涡轮发动机压气机轮盘拓扑优化设计方法*

林旭斌¹, 黄生勤², 洪杰¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国航空动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘要: 为填补国内发动机设计体系初始阶段的不足, 基于渐进结构法建立了一套适用于燃气发动机压气机转子轮盘的拓扑优化设计方法, 充分考虑工程需求, 对优化过程中可能出现的主结构断裂、封闭环腔结构问题, 以及优化过程不可逆的缺陷, 分别提出了限定全局与优化子步中可优化域、人为控制优化进程等应对措施。以轮缘径向位移协调为目标的算例表明, 该方法有效提高了轮盘处内流道的保形效果, 具有流程可行性与结果有效性, 从而具备良好的工程实用性。

关键词: 燃气涡轮发动机; 压气机轮盘; 结构设计; 渐进结构法; 拓扑优化

中图分类号: V232 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2014) 06-0830-08

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.2014.06.016

Topology Optimization Design Method on Compressor Disks in Gas Turbine Engines

LIN Xu-bin¹, HUANG Sheng-qin², HONG Jie¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China; 2. China Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

Abstract: To fill up the deficiency in the initial phase of the domestic gas turbine engine design system, based on evolutionary structural method, a topology optimization method suitable for compressor disks of gas turbine engines was developed. With full consideration on engineering demand, to solve the problem such as breakage of main structure, closed looping cavity structure, and the imperfection of irreversibility of optimization algorithm that may be encountered during optimization progress, a series of solutions, including limiting both overall and per-step optimization fields, artificially controlling the progress of optimization, were put forward. The numerical example treating coordinating radial displacement on flange as the objective proves that the optimization method improves the shape-preserving effect of inner-side flow passage composed by the flange of disk. Therefore, it demonstrates that the optimization method possesses satisfactory engineering practicability with feasibility on its process and effectiveness on its result.

Key words: Gas turbine engine; Compressor disk; Structure design; Evolutionary structural method; Topology optimization

1 引言

结构设计是我国发动机设计领域的短板,其关键在于缺乏完善的自主优化设计体系。在压气机设

计中,目前的研究工作多集中在气动方面,而结构设计作为保障气动性能实现、提高压气机功重比的基础,并未得到广泛重视。压气机轮盘承载条件复杂,结构形式多样,设计中对加工成本较为看重,其设计

* 收稿日期: 2013-06-25; 修订日期: 2013-08-16。

作者简介: 林旭斌 (1989—), 男, 硕士生, 研究领域为航空发动机结构、振动与可靠性。E-mail: lxblxbturtle@163.com

工作难度较高,国内相应的研究成果也相对稀缺。建立一套适用于燃气涡轮发动机压气机轮盘结构的优化方法对我国发动机设计工作具有现实而重要的意义。

在工程上,结构优化设计一般分为尺寸优化、形状优化和拓扑优化三个层次^[1]。在工程概念设计阶段,拓扑优化正逐渐成为复杂机械结构选型和轻量化设计的首选。这种优化方式的约束参数少、对结构的改动较为自由,有利于突破传统设计经验的束缚,得到对材料利用更加充分的新结构形式,具有突出的理论与应用价值^[2]。本文即以拓扑优化为基础来建立设计方法。

拓扑优化依结构形式可分为离散体与连续体两类,依求解方法可分为解析解法与数值解法两类。离散体结构一般只针对桁架结构,当前工程中更多以连续体结构为优化对象。解析解法奠定了拓扑优化的理论基础,但只能针对简单离散体进行结构设计或对最优结构进行鉴定;随着计算机技术的发展,目前多采用数值拓扑优化方法进行工程结构设计^[3,4]。压气机轮盘属于复杂连续体结构,选用数值解法进行优化设计。优化的基本流程可归纳为:将设计域进行有限元离散化,依据一定的算法弱化部分区域,形成不均匀密度的连续体,实现结构优化。

渐进结构优化法是连续体拓扑优化的一个分支,具有算法简单、计算效率高、通用性强等优点,可以在对连续体实现拓扑优化的同时,兼顾形状与尺寸优化。该算法对于应力、位移/刚度、振动频率和响应、临界压力等性能的设计优化,均可遵循一定原则和步骤进行^[5],可以在保证结构特性参数分析精度的基础上完成大规模结构优化设计。鉴于上述优势,本文选用渐进结构优化法进行拓扑优化设计,优化程序开发主平台采用目前在工程设计领域内广泛应用的商用有限元分析软件 ANSYS 13.0。

2 渐进结构法基本理论

2.1 基本概念与参数

渐进结构法的基本思想是通过逐步删除效能低下的单元来实现拓扑优化^[6,7];评判单元效能的目标函数可按具体需要在结构应力、关键点位移、结构总体刚度等参数间选用。本文根据算例需要,只介绍以位移相关参量为目标函数的渐进结构法。其余目标函数的使用方法参见文献^[7~9]。

在以位移为删除原则的渐进法中,主要参数为删除率 RS 。在各优化子步中,对位移灵敏度绝对值进行排序并删除数值较小的单元,删除单元数 $n_d = N \cdot RS$,其中 N 为当前结构单元总数。

2.2 位移类灵敏度的导出

以位移、频率等参数为准则的渐进结构法的核心是相关灵敏度计算。下面给出单一关键点的位移灵敏度、以及多个关键点的位移协调灵敏度的推导。

2.2.1 位移灵敏度

在有限元分析中,结构静力学平衡方程为

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (1)$$

式中 \mathbf{K} 为结构总刚度矩阵, \mathbf{u} 为有限元各节点位移组成的向量, \mathbf{P} 为节点载荷矢量。

位移灵敏度 Δu_j 定义为从结构中删除单元 i 时,关键点位移的第 j 个分量的变化量。由式(1)容易得到

$$\Delta u_j = {}^j \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (2)$$

式中 ${}^j \mathbf{u}_i$ 为对关键点施加 j 方向单位虚载荷时,单元 i 的位移向量, \mathbf{K}_i 为删除单元 i 后刚度矩阵的变化量, \mathbf{u}_i 为实际载荷下单元 i 的位移向量。

2.2.2 位移协调灵敏度

容易发现,位移灵敏度表征删除单元 i 对关键点位移的影响梯度。因此对含有两个关键点 KP_1, KP_2 的结构,设其 j 向的位移灵敏度分别为 $\Delta u_j^1, \Delta u_j^2$,容易推导出删除单元 i 后, KP_1, KP_2 间相对位移灵敏度为

$$\Delta u_j^{1,2} = |\Delta u_j^2 - \Delta u_j^1| \quad (3)$$

推广可得多关键点间的相对位移协调灵敏度

$$\Delta u_j^{1,\dots,n} = \sqrt{\sum_{\substack{s,t \in [1,n] \\ s,t \in K}}^{s < t} (u_j^{s,t})^2} \quad (4)$$

式中 n 为关键点数。为简化计算,实际操作中可由各关键点位移灵敏度的方差代为计算位移协调灵敏度,即式(5)中 α_j^n 。

$$\alpha_j^n = (\Delta u_j^{1,\dots,n})^2 = \sum_{\substack{s,t \in [1,n] \\ s,t \in K}}^{s < t} (u_j^{s,t})^2 \quad (5)$$

2.3 渐进结构法的实现

优化程序的实现基于 ANSYS 13.0 有限元平台,并以 MATLAB 辅助进行灵敏度计算。优化程序含三个功能模块:

(1)有限元分析模块:由 ANSYS 前处理器建立初始结构的有限元模型,并通过求解器完成静力分析。

(2)灵敏度计算模块:调用 MATLAB 计算各单元灵敏度值,将计算结果反馈给主程序。

(3)单元操作模块:由ANSYS求解器依准则删除低效单元。

3 基于渐进结构法的压气机轮盘结构优化设计方法

渐进结构法在优化过程中缺乏位置信息,不能有效控制优化区域,因此容易生成不符合加工性要求的结构形式。此外鉴于计算效率、模型适应性问题^[10],工程上基本只采用单向不可逆的优化准则,已删除的单元不可恢复。上述问题均对渐进结构法在工程上的应用造成障碍。

采用渐进结构法对压气机轮盘进行优化设计时,会出现包括主结构断裂、生成封闭环腔结构^[11]、优化过程不可逆等问题,如图1所示。为解决这些问题,本文提出了限定全局可优化域、限定各子步从边界优化、人为控制优化进程等几项应对措施,对渐进结构法进行了改进。其中人为控制进程又分为多转速综合优化和逆向选取优化结果。简明起见,全局优化域限定与优化结果选取等两项措施在第4章中结合具体算例予以体现。本章仅对边界优化与多转速综合优化等两项措施进行单独介绍。

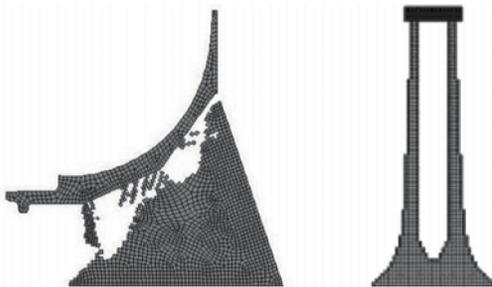


Fig. 1 Breakage of main structure and closed loop cavity structure on disks

3.1 拓扑形面边界优化

空腔结构多见于工作环境恶劣、内部冷却要求高的涡轮盘设计中^[2,12],而相比之下压气机轮盘多采用实心结构。为避免优化中生成内部空腔,最直接的方法是将可删除域限定在结构边界,在各优化子步中仅从结构边界处筛选单元进行删除。操作中可通过向优化程序中插入边界搜寻模块来实现。

3.1.1 边界搜寻原理

离散化的有限元模型边界轮廓可由表面节点来描述。这里根据算例模型,仅给出含4节点四边形平面单元的模型边界搜寻方法。这种单元各边均包含一节点对,对于自封闭平面,依次找到边界上所有节

点对,就找到了整个边界。

有限元模型的节点位置在两种描述,即节点在单元中的相对位置、以及节点在全局坐标系中的绝对位置,相应地可提出两种寻边方案。

根据相对位置描述,ANSYS对单元内部节点的存放是有序的,如图2左侧单元的节点存储顺序即为 $IJKL$ 。以最基本的边界形式为例,已知寻边方向与单元I的边界(点对) $[1,2]$ 后,即可以其邻边 $[2,3]$ 的共有性找到单元II,进而在II中找到 $[2,3]$ 的邻边 $[2,5]$, $[3,6]$,再剔除I,II的公共边 $[3,6]$ 即确定了新的边界 $[2,5]$ 。这种方法不受单元形状影响,但对不同有限元平台间的兼容性较差。

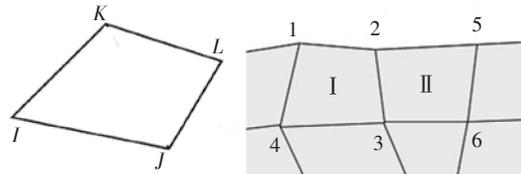


Fig. 2 Structure of quadrangular 2-D structural solid element containing 4 nodes

根据绝对位置描述,通过各节点在全局坐标系中的位置可以得到节点间的相对距离,以此为基础进行边界搜寻。以最基本的边界形式为例,已知寻边方向与单元I的边界 $[1,2]$ 后,首先在I中找到距点2最近的两点1,3,剔除已知点1后即得到作为I,II公共边的 $[2,3]$ 。以相同手段即可进一步在II中找到新的边界 $[2,5]$ 。这种方法程序实现简单,跨平台兼容性好,但需要单元形状满足对角节点间距小于相邻节点间距。而该条件在工程初步设计阶段的建模中是易于实现的。

相比于从所有节点中按某种条件直接找出边界点,通过已知边界点依次向下寻边的方法计算量更小、并且能形成有顺序的边界点集,但需要指定至少两个边界点作为起始点。起始点要依具体模型确定,一般可选在固定不可删的约束点、承载点等部位。在轮盘优化中,位于轮缘外侧的单元不允许删除,因此可在该位置选取两相邻节点作为起始边界点。

3.1.2 边界搜寻的程序实现

本文采用绝对位置描述下的寻边方式,寻边所需节点全局坐标、节点及单元编号等信息由主程序提供。根据工程要求,寻边程序具备下述三种基本功能。而采用模块化的构成方式有利于后续工作中

根据需要添加新功能。

(1)提供各子步可删单元:删除边界内拐点处单元可能导致空心结构的产生,因此对这类单元进行剔除,并将其余单元编号提供给优化主程序,后者从中筛选低效单元进行删除,如图3所示。

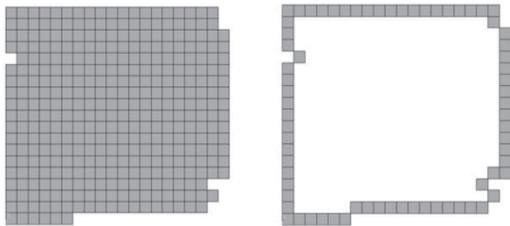


Fig. 3 Screening deletable elements

(2)剔除无效结构:优化中可能形成悬挂于本体的子结构(棋盘分布^[13,14]),这类子结构无实际价值,且悬挂点处会出现边界点重复统计。因此将子结构的钩悬单元以必删单元形式反馈给主程序,子结构节点也不计入边界点,如图4所示。

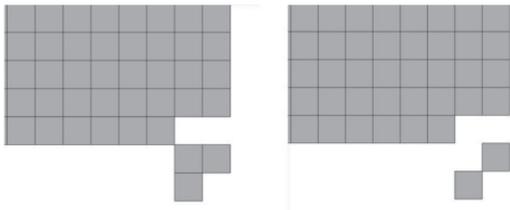


Fig. 4 Rejecting void structures

(3)输出模型边界点:直接输出顺序排列的结构边界点,为优化结果轮廓线的生成提供先决条件,如图5所示。

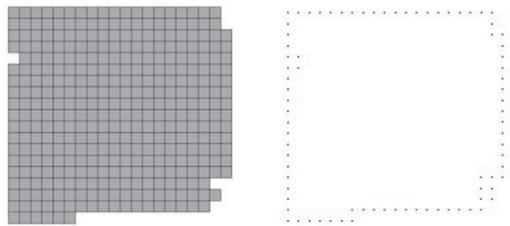


Fig. 5 Outputting boundary nodes

3.2 多工作转速综合优化

发动机在一个完整工作循环中会经历起动—多种工作状态—停车等一系列过程,其中各工作状态对应转速均有所不同,转子轮盘的复杂承载状态也存在很大差异。这种动力边界条件的差别足以对优化结果造成影响,因此为保证设计性能的实现,需要

对多个工作转速予以考虑。然而渐进结构法无法对单状态下优化到位的结构重新补充材料,再逐步逼近其他转速下的目标。因此考虑对优化进程进行人为控制,实现兼顾多种转速的综合优化。

3.2.1 综合优化流程

优化流程简述如下:确定若干设计中要求的工作状态,根据相应转速,分别计算得到轮盘承受的外载。将优化进程按一定比例截断,得到与设计状态数量一致的多个优化子段,各子段中针对单一转速进行优化。这样即将优化全程分解为多个相对独立的部分,每部分对一种工作状态下的优化目标进行逼近,这样即在总体上兼顾了多个工作状态。各优化子段在总进程中的比例由设计人员对相应工作状态的重视程度决定,具体数值需要通过最优化处理得到。

3.2.2 多转速最优化处理

最优化问题用于多个相互矛盾的子目标的调和和处理中^[15],可以量化评判各个目标的重要程度。这里从最大状态到停车过程中选取38kr/min,26kr/min,14kr/min,2kr/min四种转速作为子目标。需要指出,本文中压气机目前只拿到最大工作状态的设计参数,因此为演示流程,以等差数列形式选取了优化转速。

多转速的最优化处理方式可按实际需求选取。本文采用折衷规划优化方法,对最优化问题作如下处理

$$\begin{cases} \text{Find: } X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \\ \min : F_c(X) = \sum_{k=1}^4 \alpha_k (D_k(X)) \\ \text{S.T.: } G_u(X) \geq 0, H_v(X) = 0 \quad (u, v = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (6)$$

式中 X 为工作转速组成的向量, $D_k(X)$ 为相应优化工况, α_k 为其权重系数。处理后不同工作转速的重要性即以权重系数的形式体现出来。

转子不同工作状态的重要程度难以找到明确规范,设计人员根据具体情况进行自主决策的空间较大。因此采用分析层级法确定权重系数^[16~18]。建立四种转速间配比矩阵如下式

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1.7 & 1.8 & 1.2 \\ 0.588 & 1 & 1.2 & 0.625 \\ 0.556 & 0.833 & 1 & 0.6 \\ 0.833 & 1.6 & 1.667 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

得到权重系数 $\bar{\alpha}_{\text{nor}}^T = [0.34 \quad 0.20 \quad 0.18 \quad 0.28]$ 。算例中各转速对应的优化子段长度按此比例分配。

3.3 优化流程

基于第二章所述基本方法,按本章所述方法进行改进,改进后的渐进结构法的优化流程如图6所示。

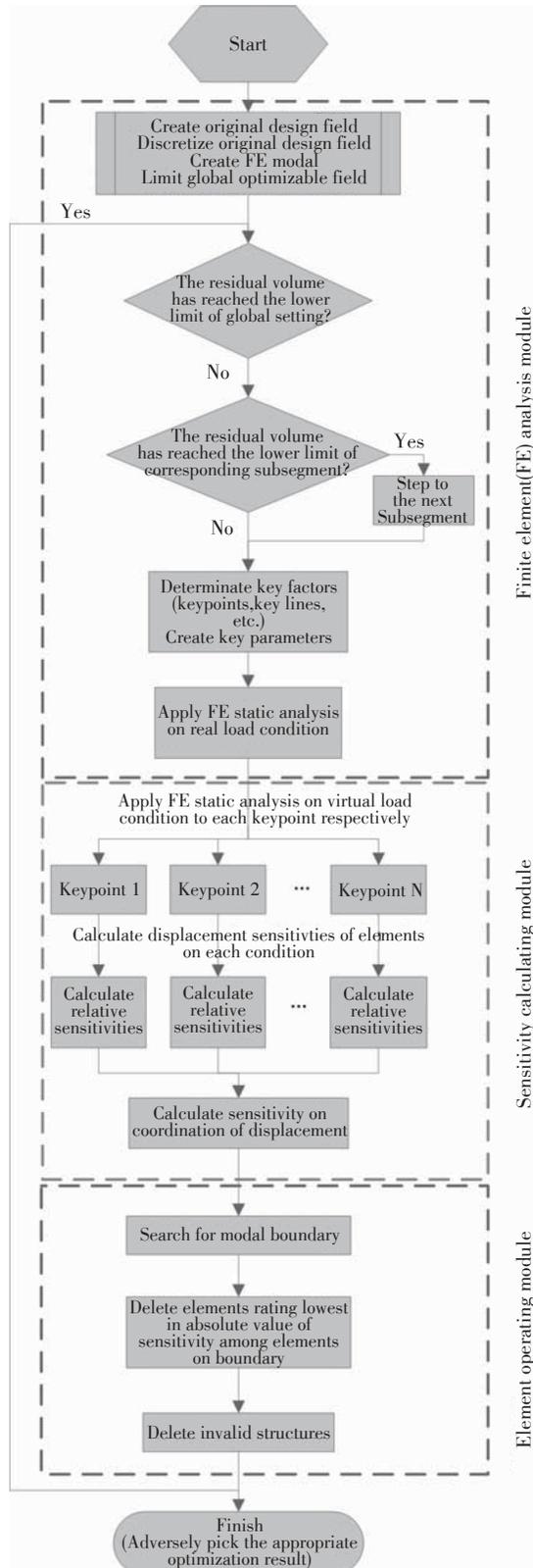


Fig. 6 Flowchart of improved optimization method

其中本章提出的三类改进措施分别在有限元分析模块、单元操作模块及优化结束后的操作中予以体现。

4 优化设计算例

将本文优化设计方法应用到具体实例中,针对带宽弦弯掠叶片的压气机轮盘部件进行优化设计。相关设计参数来源于某发动机高压转子方案的进口级高负荷轴流压气机整体叶盘。

4.1 优化目标的确定

以气动设计为基础,对压气机进行结构方案预设计,其中进口级轮盘局部结构形式如图7所示。该转子尺寸较小,整体采用长拉杆压紧的连接结构。对气动设计方案进行分析,可知转子进口级轮盘结构与工作受载将具有下述特点:

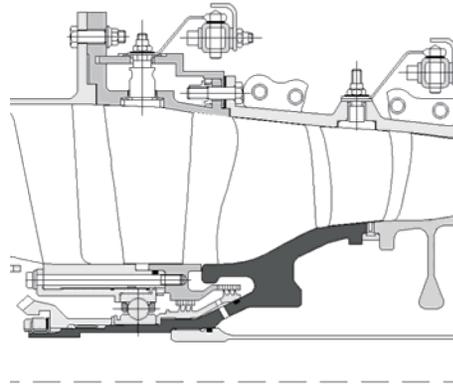


Fig. 7 Structure pre-design scheme of inlet stage disk

(1)一级动叶位置流道截面大幅收缩,导致轮盘外缘前后端径向尺寸差距接近30%。因此工作中轮缘自身离心力沿轴向会出现不均匀分布。

(2)采用宽弦弯掠叶片设计,叶身重心位置变化明显、质量分布不均匀。工作中对轮盘的径向外载荷沿轴向会有较大程度变化。

(3)压气机转子采用轴向压紧结构,装配完成后各级轮盘轴向受载。受结构限制,进口级轮盘前后承载端的径向尺寸会有一定差距,因此在压紧力矩作用下将出现前倾变形。

综上所述,进口级轮盘在工作中将承受多方向的复杂载荷。轮盘抗变形能力将直接影响轮缘外侧变形沿轴向分布的协调程度。而不协调量过大会导致流道变形,并迫使设计人员增大叶尖间隙的预存量,进而影响压气机总体气动性能。

由此可见,该轮盘结构设计重点在于提高轮缘外侧工作变形的协调程度。因此将优化设计目标确定为减小外缘径向位移的不协调量。

4.2 力学模型的建立

有限元计算采用平面轴对称模型,工作状态下轮盘模型约束如图8所示。 D_s 为轴颈位置的滚珠轴承提供的轴向约束, ω 为工作转速, F_{r1}, F_{r2}, F_{r3} 分别为叶片与连接结构引起的轮盘外载荷,而 KP 为轮缘上选取的关键点。需要指出,模型中采用分段均匀的径向分布力来近似等效不均布的叶片离心载荷。按关键点位置将叶片划分为3个区段,分别将各叶段在工作中的总离心载荷施加到相应轮缘段。

整体叶盘材料选用TC6钛合金,静止状态和优化中考虑的工作状态的各项外载数值见表1。

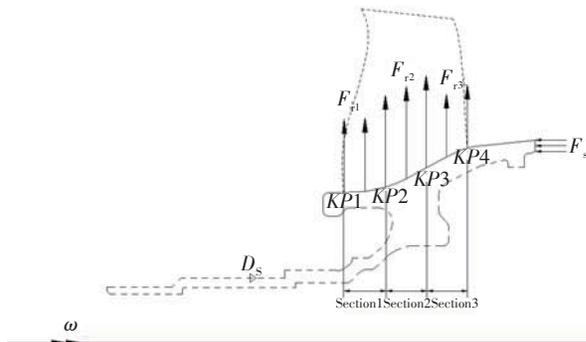


Fig. 8 Constraint of disk model

Table 1 Value of external loads on disk under speed series

$\omega/(kr/min)$	F_i/kN			F_s/kN
	Section1	Section2	Section3	
38	173	371	188	52.0
26	81.1	174	88.0	62.5
14	23.5	50.4	25.5	75.4
2	0.480	1.03	0.521	79.3
0	-	-	-	80.0

4.3 优化设计流程

基于渐进结构法删除区域的随意性,有必要对可优化域做进一步限定,避免出现承载部位丢失或基本连接结构断裂等情况。限定部位的选取应满足下述基本原则:(1)具备连续性,满足结构基本连接;(2)具有一定厚度,保证轴颈、轮缘等部位的基本强度要求;(3)避免冗余结构,尽量减小限定区域所占比例。

限定部位的选取具有较明确的目的性,应预先确定承载部位和相邻级轮盘间连接形式。以单层鼓筒结构形式为准,对轮盘进行结构优化。建立图9所示的初始设计域。在优化全程中对只允许对浅色区域进行单元删减,而轮缘、前轴颈以及二者连接部位

(深色区域)的单元不允许删减。

位移协调渐进结构法的原理决定初始域必须具备足够协调的轮缘变形,因此在优化前需要对初始域的合理性进行校核。分别按静止和最大状态对初始域加载并计算关键点径向位移,计算结果见表2。考虑到转子在装配预紧力作用下会有初始预变形,因此在不协调量计算中应首先将预变形量减去,将各关键点相对位移量的方差作为位移不协调量。该初始设计域的轮缘相对位移方差为 $(1.2 \times 10^{-3})mm$,其位移协调程度足够高。

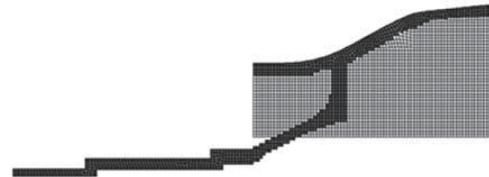


Fig. 9 Original design field of single-deck drum form structure

Table 2 Radial displacement values on disk flange of original design field

State	Radial displacements of key points/ μm			
	1	2	3	4
Stop	-1.0	1.0	1.0	2.0
Maximum	59	78	83	81
Relative value	60	77	82	79

应用渐进结构法进行优化时,最终结构形式对优化参数的取值较为敏感,参数的选取需要结合一定设计经验。就本文而言,选取较小的删除率有利于较好处理优化中生成的子结构,达到相对精细的优化结果,但删除率过小会导致优化效率低下。

设定最终剩余体积比30%,删除率0.01,依次按表1中四种工作转速进行拓扑优化,优化进程控制见表3,其中各优化区间子段跨度(以剩余体积比范围Vol per表示)按相应转速的权重比来分配。各子段的部分优化历程如图10所示,其中优化进程以相应剩余体积比表示。

Table 3 Optimization process control

Speed/(kr/min)	38	26	14	2
Weight ratio	0.34	0.20	0.18	0.28
Subsegment(Vol per)	1.00~0.76	0.76~0.62	0.62~0.50	0.50~0.30

逆向选取优化结果可以在一定程度上弱化优化不可逆造成的影响。监视优化过程中轮缘位移不协调量的变化,并可将轮盘总重、最大应力等参量纳入考虑,选取满意的中间结构作为优化结果。这里选用36.0%剩余体积比对应的结构,在将边界点三次样

条曲线化基础上建立轮盘参数化模型,如图11所示。

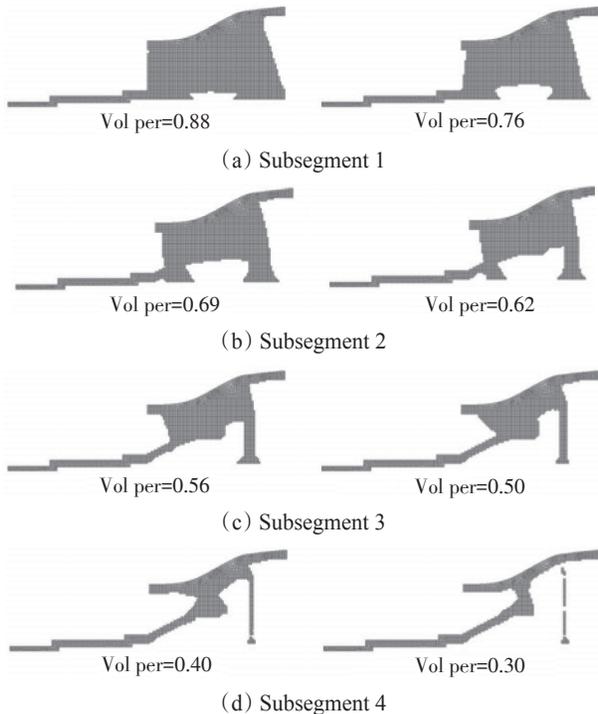


Fig. 10 Optimization history process of single-deck drum structure

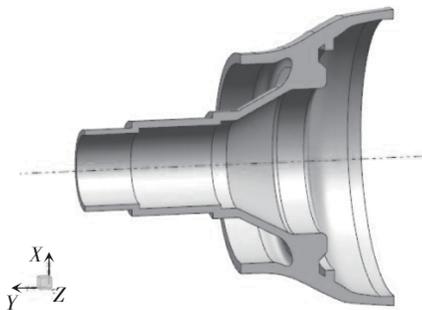


Fig. 11 Optimization result of double-deck drum form structure

以双层鼓筒结构形式为准进行结构优化。建立图12所示初始设计域,设定删除率0.01,选取剩余体积比46.3%的中间结构作为优化结果,如图13所示。

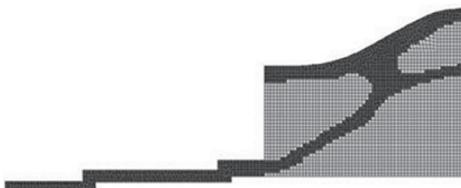


Fig. 12 Original design field of double-deck drum form structure

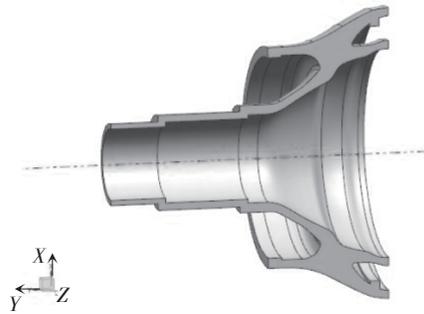


Fig. 13 Optimization result of drum form structure

4.4 优化效果分析

与组合压气机试验件原型的进口级轮盘作对比,最大状态下各轮缘径向位移不协调量见表4。可见优化所得轮盘外缘位移不协调量降低了27.8%,57.0%,内流道保形效果得到显著提高。

Table 4 Comparison of inconsistency amount of radial displacement on disk flanges

Structure form	Disk-drum form	Drum form	Prototype
Uncoordinated amount/ μm^2	5700	3400	7900

对比两种轮盘结构设计方案,双层鼓筒方案比单层鼓筒方案的外缘位移协调程度提升了40.4%,这是由于后者所具有的内轮毂结构会抑制上方轮缘变形,进而造成工作中轮缘首尾相对上翘。此外双层鼓筒方案轴向传力路线更优,有利于提高轮缘位移的协调程度。

基于钛合金材料性能与轴流压气机的结构特点,算例设计中没有对静强度提出要求。而由表5中结果也可看出,设计方案不存在静强度问题。这里因安全裕度较大,只采用冯米塞斯等效应力为标准进行了静强度校核,极限应力按 σ_b 给定。对于可能存在静强度问题的轮盘设计,可采用下述应对方法:(1)在优化中加入应力约束,达到上限后终止优化,若结果不符合要求则调整初始域后重新进行优化;(2)将应力纳入优化主目标,进行位移-应力综合优化;(3)对优化结果进行局部调整,消除应力集中区域。

Table 5 Check results of static strength

Disk form	Disk-drum form	Drum form
Max stress/MPa	521	582
Ultimate stress/MPa	1128	1128
Safety margin	2.2	1.9

5 结 论

本文针对国内发动机结构设计需求,基于渐进结构法建立了一套适用于压气机转子轮盘的优化设计方法,主要结论如下:

(1) 通过对基本算法的改进,解决了结构断裂、封闭环腔结构、及优化不可逆的缺陷;并引入多工况综合优化,使渐进结构法适用于压气机轮盘设计领域。

(2) 算例表明,在采用新技术增大设计难度的前提下,优化所得轮盘的轮缘径向位移不协调量比某试验器原型件降低 27.8% 以上,有效提高了工作中轮盘处内流道的保形效果。对于其它结构设计,应根据实际需求合理确定优化目标及载荷等效方法。

参考文献:

- [1] 周克民,李俊峰,李 震. 结构拓扑优化研究方法综述 [J]. 力学进展, 2005, 35(1): 69-76.
- [2] 刘 超. 涡轮盘结构拓扑与形状优化方法研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- [3] 许素强,夏人伟. 结构优化方法研究综述 [J]. 航空学报, 1995, 16(4): 385-396.
- [4] 李 芳,凌道盛. 工程结构优化设计发展综述 [J]. 工程设计学报, 2002, 9(5): 229-235.
- [5] 谢亿民,杨晓英, Steven G P, 等. 渐进结构优化法的基本理论及应用 [J]. 工程力学, 1999, 16(6): 70-81.
- [6] 谢亿民,黄晓东,左志豪,等. 渐进结构优化法(ESO)和双向渐进结构优化法(BESO)的近期发展 [J]. 力学进展, 2011, 41(4): 462-471.
- [7] 许 强,李湘沅,陈 庆,等. 基于 ANSYS 平台的连续体渐进结构优化设计及其应用 [J]. 建筑科学与工程学报, 2008, (1): 23-31.
- [8] 刘姐妮,洪 杰. 基于渐进结构优化法的结构动力学设计方法的初步研究 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(8): 1860-1865.
- [9] 刘姐妮. 板壳结构的拓扑优化和结构效率评估 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2010.
- [10] 贺 丹. 渐进结构优化方法的改进策略及应用 [D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [11] Xie Y M. Optimal Design of Multiple Load Case Structures Using an Evolutionary Procedure [J]. *Engineering Computations*, 1994, 11(4): 295-302.
- [12] 张卫红,杨军刚,朱继宏. 压力载荷下的结构拓扑-形状协同优化 [J]. 航空学报, 2009, 30(12): 2335-2341.
- [13] 李 震,孙宝元,钱 敏,等. 基于节点密度的柔性机构的拓扑优化设计 [J]. 计算力学学报, 2007, (2): 130-134.
- [14] 郭中泽,陈裕泽,张卫红,等. 渐进优化法的一种高阶棋盘格式抑制方法 [J]. 机械设计, 2006, (5): 1-4.
- [15] 马小姝,李宇龙,严 浪. 传统多目标优化方法和多目标遗传算法的比较综述 [J]. 电气传动自动化, 2010, 32(3): 48-50.
- [16] 邱宏彬,谢昆霖,康书萍,等. 植基于分析层级程序法与模糊语意计算之线上个人决策志愿锥型系统 [J]. 资讯管理研究, 2007, (7): 73-95.
- [17] Saaty T L. A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures [J]. *Journal of Mathematical Psychology*, 1977, 3(15): 234-281.
- [18] 方子帆,杨 磊,杜道佳,等. 支撑结构多目标拓扑优化设计研究 [J]. 中国机械工程, 2010, (15): 1836-1839.

(编辑:朱立影)