

基于蚁群算法的固体火箭发动机总体参数优化^{*}

何允钦, 梁国柱

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 为建立一种支持连续域、离散域混合变量的优化算法以用于固体火箭发动机总体参数优化, 改进了基本蚁群算法, 融入“网格划分”、“哑元化”和“变尺度局部搜索”三种策略, 以改进算法的寻优性能和使用范围, 其中局部搜索算法仍采用蚁群算法。使用了几个较具欺骗性的经典测试函数对改进蚁群算法进行了测试, 计算结果表明改进蚁群算法找到全局最优值的概率较大。应用改进蚁群算法对固体火箭发动机总体设计中的两个重要总体参数——燃烧室工作压强和喷管面积比, 进行了优化求解, 获得了满意结果。诸算例的优化结果表明, 该改进蚁群算法具有支持混合变量, 全局寻优性能稳定和搜索精度高的优点, 对工程优化设计问题具有较好的寻优性能和更强的适用性。

关键词: 固体推进剂火箭发动机; 参数最优化; 蚁群算法^{*}; 混合变量

中图分类号: V435 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2010) 01-0005-07

System parameter optimization of solid propellant rocket motors based on ant colony algorithm

HE Yun-qin, LIANG Guo-zhu

(School of Astronautics, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract In order to construct an optimization algorithm supporting continuous and discrete mixed-variables for system parameter optimization of solid propellant rocket motors, three strategies: mesh strategy, local search and dummy strategy were merged into basic ant colony algorithm to improve optimization performance and search precision, where the local search algorithm itself was still an ant colony algorithm. Several classical optimization algorithm testing functions, which are very entraping were tested to verify the performance of the algorithm. The results indicate that probability is high for the algorithm to find global optimum value. The improved algorithm was applied to solve the two important system parameters: combustion chamber pressure and nozzle expansion ratio of solid propellant rocket motor system design, and the results are satisfactory. All the results indicate improvements in three aspects, which are supporting mixed-variables, steady global optimization performance and higher search precision, respectively. Thus, the improved ant colony algorithm presents better optimization performance and better adaptability to engineering optimization design problems.

Key words Solid propellant rocket engine; Parameter optimization; Ant colony algorithms^{*}; Mixed-variables

1 引 言

工程中大凡是设计问题, 一般需要进行优化以获取一个最佳的设计方案, 并且随着工程领域需求的日益复杂, 大量出现的都是多变量、多峰值、无显式函数关系的带约束优化问题; 同时在设计中还常涉及一些不便直接用具体数值描述的变化因素, 比如: 固体火

箭发动机设计中各部件类型或者材质的选择等, 这些因素使得传统的函数梯度法具有较大的局限性。与此同时各种各样仿生学算法也如雨后春笋般应运而生, 蚁群算法就是其中一员, 它是以蚂蚁觅食的最短路径为启发建立的。从算法自身特点来看, 蚁群算法天然地适合于离散组合优化问题, 并在旅行商问题 (TSP)、调度、二次分配等问题中表现出良好的性

^{*} 收稿日期: 2009-02-13 修订日期: 2009-08-04

作者简介: 何允钦 (1980—), 男, 博士生, 研究领域为火箭发动机计算机辅助设计。Email: heyunqin@gmail.com

能^[1~4]。随着蚁群算法的日益推广,近来各式各样的改进型蚁群算法被用于处理连续域优化问题,并取得了满意的成绩^[5~8]。

针对工程设计中连续域变量和离散域变量常常共存的特点,继承现有蚁群算法在两者中都表现出良好性能的特点,本文提出并建立了一种连续域、离散域混合变量优化算法,以用于解决固体火箭发动机总体参数优化问题。

2 基本蚁群算法及其改进

为克服基本蚁群算法的不足之处,本文作了三点改进。第一,为了将蚁群算法用于连续域变量优化,使用“网格划分”策略将连续域离散成点,以便于蚁群算法的顺利实施;第二,为了克服基本蚁群算法容易陷入局部最优、搜索精度不高的缺陷,在迭代中加入变尺度局部搜索;第三,为了使算法可处理连续域、离散域混合变量优化问题,采用“哑元化”策略对离散域变量进行处理。

2.1 基本的连续空间蚁群算法

单目标带约束连续域优化问题可表述为

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \quad & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1, 2, \dots, n \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0 & j = 1, 2, \dots, J \\ h_k(\mathbf{x}) = 0 & k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}$ 是 n 维设计变量向量, $x_i^l \leq x_i \leq x_i^u$ 限定了各设计变量的上下界,其中上标 l 和 u 分别标识变量的下限和上限。如果目标函数是求最大值,很容易使用类似于 $1/(C+f(\mathbf{x}))$ 的转换函数转换为求最小值问题,其中 C 是一个依据特定问题选定的正常数。如果优化问题含约束,也很容易使用罚函数法进行处理去除约束,从而统一转换为求解无约束最小目标函数值问题,下文的讨论皆以此为前提。

为了在连续域中应用蚁群算法,可以使用“网格划分”策略对连续域进行离散化^[4]。简单地说,“网格划分”策略就是对各维设计变量依据其上下界进行等步长离散化,步长的大小由实际问题所需要的精度来确定,这样每一维设计变量的定义域就离散化成一个等差数列(数列中最后一个元素,也即变量上界,由于不一定恰好整等分划分之故,可能不符合等差数列要求)。数列中的元素可用集合表示

$$\begin{aligned} cs_i &= \{city = x_i^l + j\Delta_i, x_i^u \mid \\ x_i^l &\leq city \leq x_i^u, j = 0, 1, 2, \dots\} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 cs_i 是对应于第 i 维设计变量的离散点集合, Δ_i 是第 i 维设计变量的步长, $city$ 表示离散点。

容易得出,各维设计变量所对应的离散点数目 cn_i 的通用公式如下

$$cn_i = \frac{x_i^u - x_i^l}{\Delta_i} + 1 \quad (3)$$

如果将每个离散点看成一座城市,并且将各维设计变量对应的各离散点(城市)数列从左到右排列起来,并在左右两端再分别加上起点城市(白圆)和终点城市(黑圆),就可以得到图1所示 $n+2$ 层城市模型。

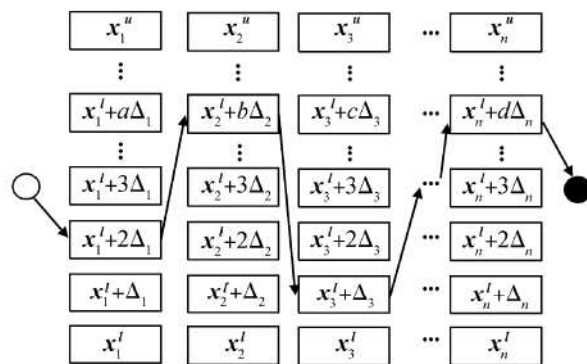


Fig 1 City model for continuous variable ant colony algorithm

为方便下文讨论我们将每一维设计变量对应的城市(离散点)从代表变量下界的城市开始从1开始依次编号,如第 i 维设计变量的城市编号为 $\{1, 2, 3, \dots, cn_i\}$ 。

图1中,蚂蚁从起点城市(白圆)出发从左向右依次穿越中间的 n 层城市直到到达终点城市(黑圆),在穿越过程中不能回退,即处于第 i 层某个城市上的蚂蚁只能选择 $i+1$ 层的某个城市作为目的地。这样每当蚂蚁完成一次从起点到终点的各层城市的穿越就构造出目标函数的一个具体解。比如,图1中蚂蚁运动轨迹构造出的解如下

$$\begin{aligned} & (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ & = (x_1^l + 2\Delta_1, x_2^l + b\Delta_2, x_3^l + \Delta_3, \dots, x_n^l + d\Delta_n) \end{aligned} \quad (4)$$

以图1模型为基础,下面介绍基本蚁群算法的具体实现。

按照蚁群算法,蚂蚁从起点城市依次穿越每一层城市到达终点城市,在该过程中既要依据相应的算法在各层中选择目的城市又要对各城市进行信息素更新操作。蚂蚁从第 $i-1$ 层的某个城市移动到第 i 层时,用于进行目的城市选择的公式为

$$CityNo_i = \begin{cases} \arg \max_{j=1,2,3,\dots, cn_i} (\tau_{ij}) & q \leq q_0 \\ CityNo_i(\text{rand}) & q > q_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中 $CityNo_i$ 表示蚂蚁将在第 i 层选择的都市号, τ_{ij} 表示第 i 层第 j 号城市的残留信息素。 $\arg \max$ 表示使得 τ_{ij} 取最大值 j 的取值。 q_0 为 $[0, 1]$ 区间上的一个常数, 它用于调节算法对新路径的搜索度, 一般取值为 0.8 q 是 $[0, 1]$ 上的随机数, 当 $q \leq q_0$ 时选择历史最优城市号也即信息素最强的城市号, 否则依据随机函数 rand 值选择一个城市号, 其中各城市被选中的概率公式为

$$P_i(j) = \frac{\tau_{ij}}{\sum_{j=1}^{cn_i} \tau_{ij}} \quad (6)$$

式中 $P_i(j)$ 表示第 i 列第 j 号城市被选中的概率。当蚂蚁经过一个城市时, 就会修改该城市的信息素值, 修改公式为

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \tau_{ij} + \rho \tau_0 \quad (7)$$

它是残留信息量的局部更新公式, 其中 ρ 是一个 $[0, 1]$ 区间上的常数, 反映了信息素减弱的速度, τ_0 是信息量的初始值, 也为一个常数, 通常可取为 0.01。

当蚂蚁穿越各层城市后, 就建立好了一条路径, 也即一个具体的解值。当所有蚂蚁都完成一次路径构造之后, 可以从中选择出一只对应函数值最小的蚂蚁, 这只蚂蚁叫做迭代最优蚂蚁, 如果它比全局最优蚂蚁的函数值还小, 那么就用这只蚂蚁替换原来的全局最优蚂蚁。对于全局最优蚂蚁所经过的城市还需要根据下式进行信息素更新

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \alpha) \tau_{ij} + \frac{\alpha}{f_{\text{best}}} \quad (8)$$

式 (8) 是全局更新公式, 其中 α 是 $[0, 1]$ 区间上的常数, f_{best} 是全局最优蚂蚁对应的函数值。

在优化求解过程中, 重复执行上述路径建立和信息素更新过程直到满足结束条件, 这就是基于网格划分策略的基本的连续域蚁群算法, 下面将进一步对其改进。

2.2 变尺度局部搜索

为了提高基本蚁群算法在全局优化和搜索精度方面的性能, 可以在蚁群算法的迭代中嵌入变尺度局部搜索^[7]。在图 1 的蚁群算法模型中, 每当所有蚂蚁穿越各层城市到达终点城市时, 就可以得到当前的全局最优蚂蚁。然后在全局最优蚂蚁所对应的设计变量具体值的邻域中进行局部搜索, 搜索算法仍采用蚁群算法。在迭代初期时, 搜索的范围被设定得较大以

免过早地陷入局部最优, 而迭代后期搜索的范围逐渐缩小以提高搜索精度。本文使用下面的类 sigmoid 函数来控制搜索范围的渐变过程

$$r(n) = 1 - \frac{1}{1 + e^{0.02n + 4}} \quad (9)$$

式中 n 代表迭代次数, $r(n)$ 代表第 n 次迭代时的搜索范围, 该函数的曲线图如图 2 所示。可以看出函数值从略小于 1 逐渐变小直到最终趋近于 0 满足了迭代初期时搜索范围较大, 迭代后期搜索范围小的要求。

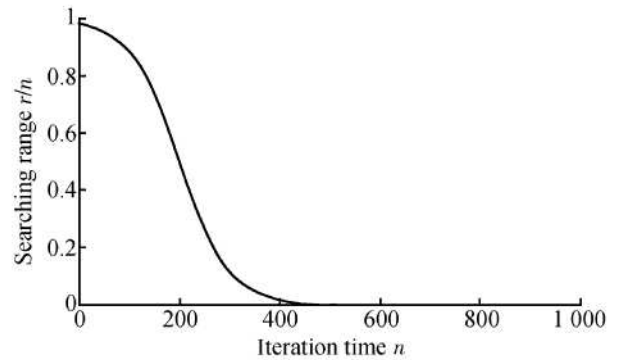


Fig 2 Searching range versus iteration time

$r(n)$ 的值在 $[0, 1]$ 范围内, 实际使用时还需使用其值对各维设计变量作相应的调制, 以将搜索范围变换到各维变量的界限中去。使用线性变换的方法来求得各维设计变量搜索范围, 变换公式如下

$$\begin{aligned} r_i(n) &= 0.5r(n)(x_i^u - x_i^l) \\ z_i(n) &= ToCity_i \{ [x_{i \text{ best}} - r_i(n), x_{i \text{ best}} + r_i(n)] \} \\ &\quad \cap [x_i^l, x_i^u] \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $r_i(n)$ 是第 i 维设计变量区间半长度与 $r(n)$ 的乘积; $x_{i \text{ best}}$ 是当前全局最优蚂蚁所对应的第 i 维设计变量具体值; $z_i(n)$ 是第 i 维设计变量的局部搜索区间, 它的几何意义是以全局最优蚂蚁所对应的设计变量值为中心, 以 $r_i(n)$ 为半径的区间与设计变量的定义域区间的交集, 函数 $ToCity_i$ 对其参数 (变尺度后的区间) 转换区间端点以保持和 2.1 节描述的城市离散点集合 cs_i 相一致, 转换规则为从 cs_i 中选取和参数区间端点最接近的值作为新的区间端点值。通过 $z_i(n)$ 可以进一步界定各维设计变量进行局部搜索时所对应的局部搜索离散点 (城市), 如下式所示

$$\begin{aligned} z_i &= [l_i, u_i] \\ lcs_i &= \{ city = l_i + j \Delta_i u_i \mid \\ l_i &\leq city \leq u_i, j = 0, 1, 2, \dots, j \} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 z_i 是第 i 维设计变量的局部搜索区间, lcs_i 是第 i 维设计变量局部搜索时对应的离散点(城市)集合。

使用各维设计变量局部搜索区间所对应的离散点数列, 同理我们可以构造类似于图 1 所示的 $n+2$ 层蚁群算法城市模型, 并且使用 1.1 小节描述的基本蚁群算法进行局部搜索, 如果能搜索到更优解, 则用其代替全局最优蚂蚁。

2.3 嵌入局部搜索后的蚁群算法

综合 1.1、1.2 小节, 改进后的蚁群算法描述如下

(1) 初始化, 对各维设计变量上下界按照公式 (2) 离散化得到蚁群算法城市模型;

(2) 对每只蚂蚁按照公式 (5), (6) 选择下一目的城市, 并且按照公式 (7) 更新该城市的信息素;

(3) 当蚂蚁建立一条路径后, 由公式 (4) 计算出各维设计变量的具体值;

(4) 求出每只蚂蚁对应的目标函数值;

(5) 选择出迭代最优蚂蚁, 如果它优于全局最优蚂蚁, 则用它替换全局最优蚂蚁;

(6) 以全局最优蚂蚁的解为中心进行邻域搜索:

(a) 根据公式 (9), (10), (11) 计算局部搜索范围, 并初始化局部搜索的蚁群算法城市模型;

(b) 使用类似于主算法步骤 (2) ~ (5) 的方法进行搜索 (注意: 此时对应的全局最优蚂蚁为局部搜索的全局最优蚂蚁而非主算法对应的全局最优蚂蚁), 对局部搜索全局最优蚂蚁按照公式 (8) 执行信息素全局更新操作;

(c) 反复执行 (a) ~ (b) 直到满足局部搜索迭代结束条件, 如果局部搜索得到的解优于 (主算法的) 全局最优蚂蚁, 则设置它为 (主算法的) 全局最优蚂蚁;

(7) 对全局最优蚂蚁按公式 (8) 执行信息素全局更新操作;

(8) 反复执行步骤 (2) ~ (7) 直到满足迭代结束条件。

2.4 哑元化策略

在工程中常常会遇到一些没有实际数值意义的变化因素, 它们也是生成具体设计方案的输入数据中不可或缺的部分, 比如: 固体火箭发动机中部件类型的选择, 推进剂组元不同搭配, 材质的不同选择等等。在实际算法实现中, 通常用离散的数值点来表示它们。比如, 用 {1, 2} 来分别表示固体火箭发动机中的单推力和双推力类型, 以用于控制目标函数求值时算法策略的选择; 用类似于 {2, 5, 3, 1, 5, 0, 10, 2,

15, 6} 的数列来表示不同材质的密度或者导热系数等。为了对工程中连续变量与离散变量共存的优化问题进行优化求解, 本文提出了哑元化策略来对这些离散点数列进行处理, 考虑到这些离散点数列恰好与 1.1 小节中的各维设计变量对应的离散点数列具有统一的表现形式, 很自然地这些离散点也可以被当成城市, 离散点数列作为一层城市插入到图 1 的城市模型中。另外, 由于在工程设计中离散变量所能取的具体值数目一般都不大, 因此在进行局部搜索时将不对其搜索域进行变尺度了, 即始终在离散变量的整个域内进行搜索, 而算法的其他部分仍保持不变, 这样我们就得到了可以用于混合变量的改进蚁群算法。

本质上我们将各式各样的变化因素通过数列的形式来表达, 使各种变化因素数值化、规范化、归一化, 这种方法在计算机领域被称为哑元。通过哑元化的策略, 我们为连续域、离散域混合变量优化问题建立了统一的蚁群算法模型。

3 测试算例

为了测试改进蚁群算法的性能, 使用 C# 实现上述改进蚁群算法, 并使用几个典型的优化算法测试函数进行测试, 它们都具有较大的欺骗性。测试计算中使用了如下参数设置: 蚂蚁数 20, 蚁群算法迭代次数 1000, 变尺度局部搜索中蚁群算法迭代次数 200, $\alpha = 0.2$, $q_0 = 0.8$, $\tau_0 = 0.01$ 。

下面对各测试函数分别作简单的介绍

$$F_1 = 20e^{-0.2} \sqrt{0.5 \sum_{i=1}^2 x_i^2} + e^{0.5 \sum_{i=1}^2 \cos(2\pi x_i)} - 22.71828$$

$$x_i \in [-10, 10], i = 1, 2 \quad (12)$$

F_1 称为 Ackley 函数, 是一个经典测试函数, 它在一个几乎平坦的区域内由余弦波调制形成一系列峰或谷, 使曲面起伏不平, 函数全局极大点为 (0, 0), 如图 3 所示。

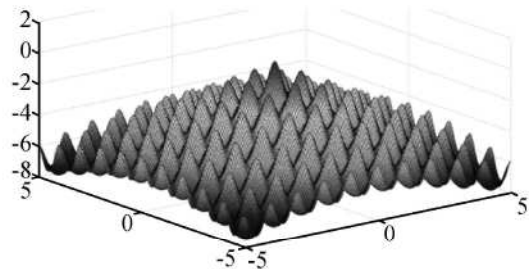


Fig 3 Surface graph of Ackley function

$$F_2 = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{0.5(x_1^2 + x_2^2)} - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2}$$

$$x_i \in [-10, 10], i = 1, 2 \quad (13)$$

F_2 是著名的 Schaffer 函数, 全局极大点是 (0, 0), 在距离全局极大点大约 3.14 的范围内存在无限多的次全局极大点, 函数强烈震荡的性态使其很难实现全局最优化, 如图 4 所示。

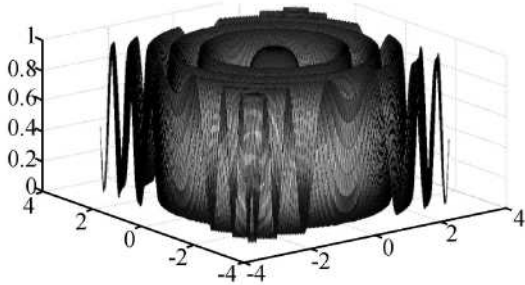


Fig 4 Surface graph of Schaffer function

$$F_3 = \left| \frac{3}{0.05 + (x_1^2 + x_2^2)} \right|^2 + (x_1^2 + x_2^2)^2$$

$$x_i \in [-5, 5], i = 1, 2 \quad (14)$$

F_3 是大海捞针问题, 该函数的全局最优解被最差解所包围, 运用著名的 LINGO 软件和 MATLAB 内部的遗传优化工具, 都会落入四个局部极值点中, 函数的全局极大点在 (0, 0) 点, 如图 5 所示。

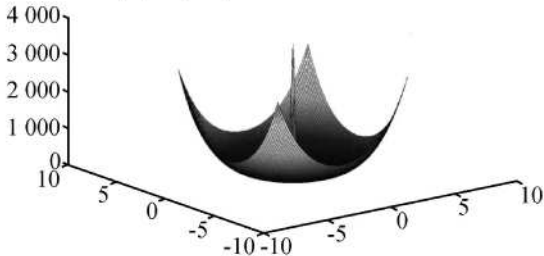


Fig 5 Surface graph of function searching a pin in the sea

为验证改进蚁群算法的寻优性能, 使用前述参数设置对各测试函数分别寻优 100 次; 同时, 为观察“嵌入变尺度局部搜索”对算法的改进, 将“局部搜索迭代次数”设为 Q。这样改进蚁群算法就退化成本蚁群算法, 同样也对各测试函数分别寻优 100 次。两者的寻优结果比较列于表 1。

Table 1 Comparison between basic and improved ant colony algorithms

Test function	Theoretically optimum result	Step	Basic algorithm (hit%)	Improved algorithm (hit%)
F1	(0, 0)	0.01	100	100
F2	(0, 0)	0.01	0	89
F3	(0, 0)	0.005	0	96

表 1 中步长是对各测试函数进行寻优时用于对区间离散化时所使用的步长, 步长可根据精度需要进行相应调整。本文中如果优化结果在以全局最大值所对应的解 (0, 0) 为中心, 两倍步长为半径的邻域内, 即, 优化结果与最优点的绝对误差小于或等于两倍步长, 则称之为命中。从表 1 可以看出, 改进蚁群算法找到全局最优解的概率还是相当高的, 在对 F_1 , F_2 , F_3 的各 100 次寻优中命中率分别为: 100%, 89%, 96%, 而基本蚁群算法对于测试函数 F_2 , F_3 则未能找到全局最优点, 这证实加入变尺度局部搜索后算法的寻优性能得到了明显改进, 也为下面将讨论的固体火箭发动机总体参数优化建立了较好的寻优基础。

4 固体火箭发动机总体参数优化

固体火箭发动机总体优化设计是导弹优化设计的重要组成部分, 其本质是满足指定约束条件, 同时使发动机性能、质量、成本及可靠性等指标最优, 涉及到发动机结构形式和材料、推进剂种类、药型, 以及直径、壳体长度、燃烧室压强、喷管膨胀比等多个可变因素, 它们在发动机总体参数优化设计中表现为若干同时存在的连续和离散设计变量。

考虑到固体火箭发动机燃烧室工作压力 p_c 和喷管面积比 ε 两个总体参数的选择是发动机方案论证和总体设计的关键, 对发动机的设计质量及设计水平有着重要影响, 本节运用改进蚁群算法对“在发动机总冲 I 给定条件下选择合适的燃烧室工作压力 p_c 和喷管面积比 ε 使发动机质量比冲 ($I_{sp} = I/m$, m 为发动机质量) 最大”的问题进行优化求解, 并同文献 [9] 中使用函数导数性质迭代求解所得到的优化结果进行比较, 进而将燃烧室壳体材料选择作为设计变量以验证改进蚁群算法对连续和离散混合变量优化问题的寻优性能。

4.1 发动机质量计算

为了进行优化求解, 需要先导出发动机质量与 p_c 和 ε 的关系。根据文献 [9], 发动机质量可表示为燃烧室壳体、装药、喷管质量之和 (忽略点火器与绝热层质量) $m = m_c + m_p + m_n$ 。

燃烧室壳体质量 $m_c = m_{c1} + m_{c2} + m_{cy}$, 其中圆筒段质量 m_{cy} 计算公式为

$$m_{cy} = \pi \rho_c \delta L_{cy} (D_c - \delta_c) \quad (15)$$

式中 D_c 和 ρ_c 分别是燃烧室壳体外径和材料密度, δ_c 和 L_{cy} 分别是壳体壁厚和圆筒段长度。根据强度理论

和总体设计参数要求可得到

$$\delta_c = \frac{\xi_p D_c}{2\varphi_f \frac{\sigma_b}{k_b} + \xi_p p_c} + \Delta\delta_c \quad (16)$$

$$\xi_p = \varphi_p [1 + a(t_{\max} - t_{\text{std}})/(1-n)]$$

式中 φ_f 为焊缝系数, σ_b 为燃烧室壳体强度极限, k_b 为燃烧室壳体安全系数, $\Delta\delta_c$ 为工艺减薄量, φ_p 为启动压强峰系数, a 为燃烧温度敏感系数, $t_{\max}$ 和 t_{std} 分别为最大环境温度与标准环境温度, n 为燃速压强指数。

圆筒段长度计算公式为

$$L_{cy} = \frac{IJp_c t_b}{\rho_p c^* [\frac{\pi}{4} J C_F p_c t_b (D_c - 2\delta_c)^2 - I]} \quad (18)$$

$$I = F t_b \quad (19)$$

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1}} (1 - \varepsilon_p^{\frac{k-1}{k}}) + \varepsilon(\varepsilon_p - \frac{p_a}{p_c}) \quad (20)$$

$$\varepsilon = \frac{\Gamma}{\varepsilon_p^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} (1 - \varepsilon_p^{\frac{k-1}{k}})} \quad (21)$$

式中 J 为喉通比, F 为推力, t_b 为工作时间, C_F 为推力系数, ρ_p 为推进剂密度, c^* 为特征速度, p_a 为环境压强, k 为定熵指数, ε_p 为喷管出口压强与燃烧室压强比, Γ 的定义参见文献[9]。

前后封头质量 m_{c1}, m_{c2} 计算公式为

$$m_{ci} = c_i \delta_c \quad (i = 1, 2) \quad (22)$$

其中常数 c_i 计算公式为

$$c_i = \frac{\pi D_c^2 \rho_c}{4} \left[\sqrt{1 - \left| \frac{D_i}{D_c} \right|^2} \left| 1 - \frac{m_i^2 - 1}{m_i^2} \left| \frac{D_i}{D_c} \right|^2 \right| + \frac{1}{m_i \sqrt{m_i^2 - 1}} \ln \left| \frac{\sqrt{(m_i^2 - 1)} \left| 1 - \left| \frac{D_i}{D_c} \right|^2 \right| + \sqrt{m_i^2 - (m_i^2 - 1) \left| \frac{D_i}{D_c} \right|^2}}{m_i^2 - (m_i^2 - 1) \left| \frac{D_i}{D_c} \right|^2} \right| \right] \quad (23)$$

$$D_i = \phi_i D_c \quad (24)$$

式中 m_1, m_2 分别代表前后封头椭圆度, D_1, D_2 分别代表前后封头的开口直径, ϕ_1 和 ϕ_2 分别为前后封头开口系数。

装药质量计算公式为

$$m_p = \frac{\phi I}{c^* C_F} \quad (25)$$

式中 ϕ 为装药裕量系数。

喷管质量计算公式为

$$m_n = m_{ni} + \frac{(\varepsilon - 1)I}{C_F p_c t_b \sin \alpha} \sum_{j=1}^N \bar{\delta}_{ij} \rho_{ij} \quad (26)$$

式中 m_{ni} 为喷管收敛段质量, 在总体设计时认为是不变的; $\bar{\delta}_{ij}$ 和 ρ_{ij} 为扩散段中第 j 层的平均厚度和材料密度; N 为不同材料层的层数, α 为扩张半角。

为保证发动机的正常工作, 还需保证

$$p_c \left| 1 + \frac{a(t_{\min} - t_{\text{std}})}{1-n} \right| > p_{cer} \quad (27)$$

式中 p_{cer} 为稳定燃烧临界压强, $t_{\min}$ 为最低环境温度。

4.2 优化结果比较

为便于同文献[9]中的利用函数导数性质的迭代求解方法进行比较, 初始参数设定完全相同, 它们是:

发动机设计要求参数: $F = 10 \text{ kN}$, $t_b = 10 \text{ s}$, $p_a = 0.1 \text{ MPa}$, $t_{\text{std}} = 26^\circ\text{C}$, $t_{\max} = 30^\circ\text{C}$, $t_{\min} = -30^\circ\text{C}$, $D_c = 200 \text{ mm}$ 。

燃气热力学性质参数: $c^* = 1500 \text{ m/s}$, $k = 1.25$ 。

推进剂内弹道性能参数: $n = 0.5$, $a = 0.005\%$, $K, p_{cer} = 3.92 \text{ MPa}$, $\rho_p = 1660 \text{ kg/m}^3$ 。

发动机结构估算参数: $\Delta\delta_c = 0.1$, $k_b = 1.1$, $\varphi_f = 0.98$, $\rho_c = 4000 \text{ kg/m}^3$, $m_1 = 5$, $m_2 = 5$, $\phi_1 = 0.75$, $\phi_2 = 0.75$, $\phi = 1.03$, $\phi_p = 1.5$, $\sigma_b = 1000 \text{ MPa}$, $J = 0.5$, $\alpha = 15^\circ$, 喷管壳体平均壁厚 5 mm , 喷管隔热层平均厚度 4 mm , 喷管扩张段材料密度 4000 kg/m^3 , 喷管扩张部分绝热层材料密度 4000 kg/m^3 。

蚁群算法本身相关的各参数设置同第1.5节, $p_c \in [2, 100]$, $\varepsilon \in [1, 50]$, 步长为 $\Delta = 0.001$, 进行了30次优化求解, 结果列于表2。

Table 2 Results of the two different optimization methods

Optimization method	p_c / MPa	ε	m / kg
Literature[9]	8.92983	8.14618	47.406
Improved ant colony algorithm	8.83	8.1	47.406

表2的第二行是采用文献[9]中方法的优化结果, 第三行是改进蚁群算法30次优化结果的平均值。对比可以看出, 两者的优化的结果几乎完全相等, 并且在蚁群算法的30次寻优中每次都能找到最优值(为节省篇幅没一一列出), 这进一步证实了该改进型蚁群算法具有稳定可靠的寻优性能。

在固体发动机设计中, 燃烧室壳体材料的选择也是一个重要的输入变量, 比如燃烧室壳体可选用表3中的任一种材料, 当其与燃烧室工作压强 p_c 和喷管面积比 ε 共同作为设计变量时, 前述优化问题将转换为连续和离散混合变量优化问题。

Table 3 Physical parameters of materials for chambers

Material	Dummy number	σ_b /MPa	ρ_c /(kg/m ³)
Number 45 carbon steel	0	589	7 810
40MnB	1	981	7 800
30CrMnSiA	2	1 079	7 750
35CrMnSiA	3	1 618	7 760
6AL-4V	4	1 207	4 500

采用哑元化策略对壳体材料的选择进行处理, 分别用哑元 Q 1, 2, 3, 4 来表示各材料, 每个哑元代表一种材料的强度和密度, 哑元化后得到区间 [Q, 4], 步长为 1。除燃烧室壳体材料密度和强度外, 其它各参数设置仍保持不变, 并将哑元化后的壳体材料也作为一维设计变量后, 运行改进蚁群算法 30 次得到优化结果平均值为: 燃烧室压强 $p_c = 9.42$ MPa, 喷管面积比 $\varepsilon = 8.49$, 壳体材料哑元号 4, 发动机质量 $m = 47.179$ kg。为判断该优化结果是否为最优值, 使用文献 [9] 的优化方法对每种材料单独进行了优化, 结果列于表 4。从表 4 可以看出, 6AL-4V 为最佳材质选择, 并且燃烧室压强和喷管面积比与上述改进蚁群算法的优化结果完全吻合。这说明改进蚁群算法在混合变量优化方面 also 具有很好的性能。同理, 还可以加入更多的离散变量 (如喷管壳体材料的选择等) 进行混合变量优化, 此处不再赘叙。

Table 4 Results by optimization method in literature [9] for each material

Material	p_c /MPa	ε	m /kg
Number 45 carbon steel	4.56	5.14	53.169
40MnB	5.46	5.79	50.395
30CrMnSiA	5.89	6.1	49.928
35CrMnSiA	7.88	7.48	48.261
6AL-4V	9.42	8.45	47.179

5 结 论

“网格划分”、“哑元化”和“变尺度局部搜索”三种策略显著地改进基本蚁群算法的寻优性能, 在连续域变量和连续域、离散域混合变量优化方面都具有较好的优化性能。各测试算例的优化结果和固体火箭发动机总体参数优化的结果都表明了改进蚁群算法

的良好寻优性能。混合变量是发动机优化设计中常遇到的情况, 如材质的选择、结构方案的选择等, 改进蚁群算法提供的混合变量优化功能扩大了算法的适用范围, 满足固体火箭发动机优化设计中不同种类设计变量的需求。

虽然改进型蚁群算法取得了较好的优化效果, 但还可以此为基础进一步作一些别的尝试, 比如: 尝试随着迭代的进行逐渐加密网格以便获得更好的寻优速度; 尝试采用其他的算法进行局部搜索, 比如混沌搜索; 尝试选择其他变尺度函数等等。

参考文献:

[1] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]. *IEEE Transactions on Systems Man, and Cybernetics Part B* (S1083-4419), 1996, 26(1): 29~ 41.

[2] Dorigo M, Gambardella LM. Ant colony system: a cooperative learning approach to the travelsalesman problem [J]. *IEEE Trans Evolution Computation*, 1997, 1(1): 53~ 66.

[3] Dorigo M, Stützle T. Ant colony optimization[M]. USA: MIT Press, 2004.

[4] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.

[5] 刘利强, 于 飞, 谭佳琳. 一种求解约束优化问题的连续域蚁群算法 [J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(13): 3404~ 3413.

[6] 段海滨, 马冠军, 王道波, 等. 一种求解连续空间优化问题的改进蚁群算法 [J]. *系统仿真学报*, 2007, 19(5): 974~ 977.

[7] 陈 烨. 变尺度混沌蚁群优化算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(3): 68~ 70.

[8] Dorigo M, Stützle P. Continuous interacting ant colony algorithm based on dense heterarchy[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2004, 20(5): 841~ 856.

[9] 梁国柱, 张中钦. 用于固体火箭发动机总体参数选择的两条曲线 [J]. *推进技术*, 1997, 18(2): 31~ 34. (LIANG Guo-zhu, ZHANG Zhong-qin. Two curves for selecting general parameters of solid propellant rocket motors[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 1997, 18(2): 31~ 34).

(编辑: 张荣莉)