

脉冲微推力器平均推力测量研究*

王广宇, 洪延姬

(装备指挥技术学院, 北京 101416)

摘 要: 平均推力测量是脉冲微推力器推进性能研究的关键问题之一。研究了在标准的周期性信号作用下, 二阶系统的响应与输入之间的关系。在欠阻尼条件下, 得到了系统稳态平均回复力等于平均推力的重要结论, 仿真结果证实了结论。研究结果亦可应用于脉冲微推力器的总冲研究。

关键词: 激光推进; 脉冲推力器; 推力; 推力测量; 比冲

中图分类号: V439 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2009) 05-0638-03

Investigation on the measurements of averaging thrust for pulsed thrusters

WANG Guang-yu, HONG Yan-ji

(Inst. of Equipment Command and Technology, Beijing 101416, China)

Abstract Average thrust measurement is one of the key problems on studying propulsion performance of pulse micro-thruster. This paper investigates the relationship between response of second-order system and input signal with the input as standard periodic signal. On the underdamping condition, it is found that steady-state average restoring force equals to the average thrust. Simulation results validate this. The results can be applied to research total impulse measurement.

Key words Laser propulsion; Pulsed thruster; Thrust; Thrust measurement; Specific impulse

1 引 言

为适应微小卫星的姿态控制和轨道保持需求, 需要使用轻质、低功耗、低推力水平及冲量比特的微推进系统。脉冲微推力器因其具有的独特优势而日益受到重视^[1, 2]。对于卫星的姿态控制和轨道保持来说, 推力控制的需求可表示为沿着卫星轴向的动量增量和绕轴方向的角动量增量, 也即推力器提供的冲量; 或者表示为微推力器的平均推力 (对于稳态推力器, 即是其推力)。因而开展平均推力的测量研究具有重要的现实意义。目前, 对于稳态微推力的测量已进行了广泛而深入的研究^[3~6], 基本的测量原理是将推力作用于摆 (秤) 等动力学系统, 通过测量系统的响应来获得推力。本文主要探讨基于二阶系统模型的平均推力的测量原理, 考虑的输入为标准的周期性信号, 重点研究了系统响应与输入之间的关系, 并对理论结果进行了数字仿真, 仿真结果与理论一致。

2 测量原理

2.1 平均推力的定义

平均推力定义为单位时间内的推力平均值, 在时间区间 $\Delta = [t_1, t_2]$ 内的总平均推力可表示为

$$\bar{f}(t) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{\sum_{n=1}^N I_n}{NT} \quad (1)$$

式中 I_n 为第 n 个脉冲的冲量, T 为脉冲周期, N 为区间 Δ 内的周期数。显然, 若 $t_2 - t_1 < T$, 则平均推力的定义失去意义。式 (1) 又可表示为

$$\bar{f}(t) = \bar{I} \times PRF \quad (2)$$

式中 $\bar{I}$ 表示冲量比特的均值, PRF 表示脉冲重复频率。

2.2 动力学模型

各类推力台的动力学模型都可归结为二阶质量-弹簧-阻尼模型, 动力学方程为

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = M = f(t) \cdot b \quad (3)$$

式中 J 为运动部件对转轴的转动惯量, c 为黏性阻尼

* 收稿日期: 2009-05-07; 修订日期: 2009-08-16。

基金项目: 国家“九七三”项目 (61328)。

作者简介: 王广宇 (1976-), 男, 博士生, 研究领域为激光推进技术。Email: wang_guangyu@eyou.com

系数, k 为等效刚度系数, θ 为转角, M 为推力产生的力矩, b 为力臂长度, $f(t)$ 为推力。

为使结果具有普遍意义, 引入系统特征参数阻尼比 ζ 自然频率 ω_n , 可将式 (3) 表示为

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = \omega_n^2 \frac{M}{k} \quad (4)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{J}} \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{kJ}}$$

2.3 对周期脉冲信号的响应

对于式 (4) 描述的动力学系统, 假设在一定重复频率的脉冲推力 (相当于平均推力) 作用下, 系统由平衡位置开始转动, 转角逐渐增大, 而回复力也在相应增大, 在阻尼的衰减作用下, 最终转角将趋于一个准稳态的新平衡位置。

一个以 T 为周期的周期性函数 $f(t)$ 若在一个周期上满足 Dirichlet 条件 (通常遇到的信号都可以满足) 时, 都可以表示为如下形式的傅立叶级数

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t) \quad (5)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi/T$ 。各级傅立叶系数分别为

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos k\omega_0 t dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin k\omega_0 t dt$$

将式 (5) 中同频率项合并, 可写为

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

式中 $A_0 = a_0$, $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = -\arctan(b_k/a_k)$

若将脉冲推力看作周期性函数 $f(t)$, 则不难看出直流分量 $A_0/2$ 即是单脉冲平均推力, 即有

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt = \frac{A_0}{2} \quad (6)$$

对于典型周期性脉冲信号 (方波、三角波和锯齿波等) 频谱分析可知, 对于二次以上谐波的振幅迅速衰减, 因而我们只关注其直流和基频分量的响应。

由微分方程理论, 对于式 (4) 这样的线性系统来说, 方程的解满足叠加原理, 即多个驱动力的响应可以线性叠加。将 $f(t) = A_0/2 + A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$ 代入式 (4) 得到欠阻尼状态下系统的稳态响应为

$$\theta(t) = \frac{bA_0}{2k} + \frac{bA_1}{k \sqrt{[1 - (\omega_n/\omega_0)^2]^2 + [2\zeta(\omega_n/\omega_0)]^2}}$$

$$\cos(\omega_0 t + \varphi_1 - \arctan \frac{2\zeta\omega_n\omega_0}{\omega_n^2 - \omega_0^2}) \quad (7)$$

由此可见, 系统的稳态响应也可以表示直流分量与基频分量两部分之和。相当于在载波上叠加了与 $f(t)$ 同频率的正弦波, 只是相位落后了 $\arctan \frac{2\zeta\omega_n\omega_0}{\omega_n^2 - \omega_0^2} - \varphi_1$, 这条载波就是 $A_0/2$ 的响应曲线。

2.4 平均推力测量原理

回复力在一个周期内的平均值为

$$\overline{f_r} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{k\theta(t)}{b} dt \quad (8)$$

将式 (7) 代入上式, 得到

$$\overline{f_r(t)} = \frac{A_0}{2} = \overline{f(t)} \quad (9)$$

这从理论上证明了平均回复力等于平均推力, 只是平均回复力的相位滞后于平均推力, 且式 (9) 的得出与周期函数的具体波形无关。当考虑脉冲推力 $f(t)$ 的二次以上谐波时, 式 (9) 仍成立, 因为各次谐波响应仍为同频率的三角函数, 在求平均时均为 0。

需要指出的是, 式 (7) 及式 (9) 的结论只有在欠阻尼时成立, 否则若系统无阻尼, 则暂态响应不衰减, 这时的二阶系统在 $f(t)$ 作用下的输出为等幅正弦振动, 振动频率即系统固有频率。若系统为过阻尼状态, 在有限长时间内, 系统输出不能跟踪输入。

式 (7) 中基频响应的振幅与静态形变 (bA_1/k) 之比称为放大因子, 可用来确定稳态振动的振幅。图 1 给出了放大因子与阻尼比和频率比的关系。当 $f(t)$ 的频率

$$\omega_0 = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (10)$$

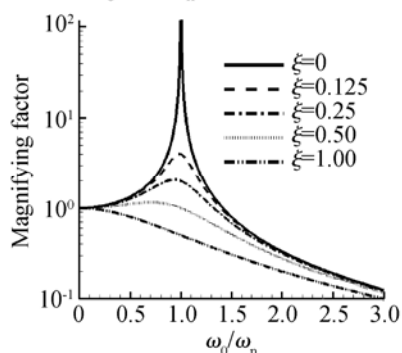


Fig 1 Magnifying factor changes with damping ratio and frequency ration

基频响应的振幅达到最大, 即出现共振, 振幅为

$$B_r = bA_1 / (2J\omega_n^2 \zeta \sqrt{1 - \zeta^2}) \quad (11)$$

为了降低基频响应的振幅以及外部噪声对推力测量

的影响, 应使

$$\omega_n \ll \omega_0 \quad (12)$$

这是设计振动周期时应该遵循的一个重要原则。

3 数字仿真

3.1 仿真模型系统描述

本文的数字仿真基于 Matlab 软件, 基本动力学方程基于式 (4), 这是因为式 (4) 更具有普遍性和普适性, 因而研究的结果也更具有普适性。

为了在仿真时不涉及系统参数 b, k, J , 并方便比较输入输出关系, 将式 (4) 改写成如下的等价系统

$$\ddot{\theta}_e + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_e + \omega_n^2 \theta_e = \omega_n^2 f(t) \quad (13)$$

式中 $\theta_e = k\theta/b$ 为等价系统的输出 (即为回复力), 系统的传递框图如图 2 所示。

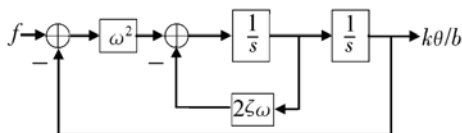


Fig 2 Block diagram representation of equivalent system

由式 (8) 可知, 回复力的平均值可表示为

$$\bar{f}_r = \frac{1}{T} \int_0^T \theta_e(t) dt = \overline{f(t)} \quad (14)$$

本文的仿真模型为图 2 所示的等价系统, 取 $\zeta = 0.7$, $\omega_n = 10$ 。输入脉冲函数用标准方波序列模拟, 重复频率 25 Hz, 脉宽取脉冲周期的 5%, 即 2 ms。由第二部分可知, 信号的脉冲波形和脉宽对式 (9) 的结论不产生影响。

3.2 仿真结果及分析

等价系统在如上所述的标准方波信号作用下的输出随时间变化关系如图 3 所示。输入信号与输出信号的均值如图 4 所示 (一个脉冲周期计算一次均值)。

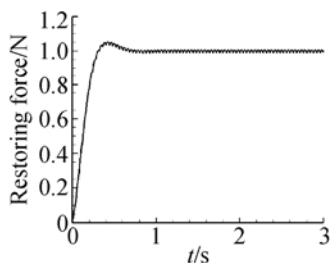


Fig 3 Output waveforms of standard rectangle pulse signal

从图 3 和图 4 可知, 仿真结果与理论推导完全一致, 即二阶系统在周期函数作用下的稳态输出, 是在

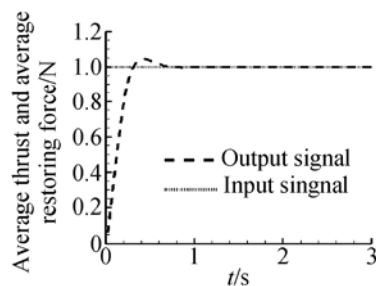


Fig 4 Averaging for input signal and output signal

一条载波上叠加了与输入信号同频率的正弦波; 系统达到稳态后, 输入信号的均值 (平均推力) 与输出信号的均值 (平均回复力) 相等, 事实上, 输出信号有相位滞后, 滞后时间可由式 (7) 计算。

4 结 论

(1) 对二阶动力学模型在重复频率脉冲推力作用下的系统响应进行求解, 从理论上证明了当系统响应达到稳态后平均回复力就等于平均推力。

(2) 对等价系统在标准方波输入信号进行了数字仿真, 结果证实了平均回复力等于平均推力。

本文没有涉及单脉冲平均推力受随机因素干扰而出现波动的情况, 对于这种情形需进一步研究。

参考文献:

- [1] Phipps C, Luke J, Lippert T. Laser plasma thruster [J]. *Appl Phys A*, 2003, 77: 343~348
- [2] Simon Daniel H, Bruce Land H. Micro pulsed plasma thruster technology development [R]. *AAA* 2004-3622
- [3] Polzin Kurt A, Markusic Thomas E, Stanojev Boris J. Thrust stand for electric propulsion performance evaluation [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2006, 77.
- [4] Stark Kenneth W, Thomas Dennis, Duniel M, Hing et al. Design and development of a micropound extended range thrust stand (merts) [R]. *NASA TN D-7029*, 1971.
- [5] Willis W D, Zakrzewski C M, Merkowitz S M. Development of a thrust stand to meet LISA mission requirements [R]. *AAA* 2002-3820
- [6] Cassady L D, Kodys A D, Choueiri E Y. A thrust stand for high-power steady-state plasma thrusters [R]. *AAA* 2002-4118

(编辑: 朱立影)