

超声速横侧射流燃烧中可压缩性影响的数值研究^{*}

韩省思, 叶桃红, 赵平辉, 朱旻明, 陈义良

(中国科技大学 热科学和能源工程系, 安徽 合肥 230027)

摘 要: 为了研究湍流的可压缩性效应对超声速燃烧的影响, 对复杂的超声速横侧射流氢气/空气燃烧流场进行了数值模拟。采用修正的 $k-\varepsilon$ 湍流模型 (包括膨胀可压缩性和激波不稳定性两部分修正), 考虑 H_2/Air 详细化学反应机理 (GRI-Mech 2.11 机理, 10 组分, 28 基元反应)。结果表明, 可压缩性修正 $k-\varepsilon$ 湍流模型能够预测复杂的超声速横侧射流流场结构。可压缩性使流体分离增强, 湍流混合受到抑制, 从而显著影响了超声速燃烧过程, 数值模拟中需要考虑可压缩性效应的影响。

关键词: 压缩性效应; 超音速燃烧; 湍流模型; 数值仿真

中图分类号: V235.21 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2009) 05-0538-06

Numerical investigation of compressibility effects on supersonic combustion with transverse injection

HAN Xing-si YE Tao-hong ZHAO Ping-hui ZHU Min-ming CHEN Yi-liang

(Dept. of Thermal Science and Energy Engineering, China Univ. of Science and Technology, Hefei 230027, China)

Abstract Supersonic combustion flow fields with transverse injection were simulated to study the compressibility effect utilizing the modified $k-\varepsilon$ turbulence model including dilatational compressibility and shock unsteadiness effects with comprehensive kinetic mechanism of H_2 /air reaction GRI-Mech 2.11, 10 components, 28 elementary reactions. The results show that the modified $k-\varepsilon$ model can resolve the complex supersonic flow field with transverse injection, and the flow separation is strengthened and turbulent mixing process depressed due to compressibility effect, resulted in that supersonic combustion flow fields are affected significantly. Thus, compressibility effect should be included in numerical simulations.

Key words Compressibility effect; Supersonic combustion; Turbulence model; Numerical simulation

1 引 言

超声速燃烧冲压发动机 (Scramjet) 的研制近年来备受关注, 超声速燃烧由此成为研究热点问题^[1,2]。由于实验研究耗费巨大, 数值模拟基于其自身的特点成为重要的研究手段, 国内外已经开展了大量的相关数值研究工作^[3,4]。超声速燃烧室内流场结构复杂, 高速气流与固体壁面、火焰稳定器等相互作用形成复杂的激波系, 存在激波从固体壁面的反射、波系之间的相互作用等复杂的物理现象。为了准确预测如此复杂的流场结构, 湍流模型的选择是重要的一个考察因素。尽管如此, 工程中使用的多数湍流

模型是以不可压缩湍流流动为基础发展而来, 流动可压缩性效应的影响没有考虑。

随着流动 Ma 数增加, 流动的可压缩性对湍流的演变越来越显著, 特别是混合过程。而对于超声速燃烧, 燃料在燃烧室中停留的时间很短 ($\sim ms$ 量级), 燃烧过程主要由混合过程控制^[5], 因此需要研究可压缩性对超声速燃烧的影响。文献 [6~8] 以标准 $k-\varepsilon$ 模型为基础发展了三个不同形式的可压缩性修正湍流模型, 指出一般意义上的可压缩性效应包括膨胀可压缩性和激波不稳定性两部分。可压缩性修正的湍流模型明显地改善了对超声速混合层及超声速横侧射流的预测结果, 与实验吻合得较好。

* 收稿日期: 2009-01-06 修订日期: 2009-06-02

基金项目: 国家自然科学基金 (50776085)。

作者简介: 韩省思 (1981-), 男, 博士生, 研究领域为超声速燃烧数值模拟研究。E-mail: hanxs@163.com

超声速燃烧室中燃料入射方式一般来说可以分为两类: 壁面入射和支架入射^[9]。其中壁面入射是基本的一种方式。燃料从壁面上垂直或通过一定的角度入射到超声速主流中与空气混合燃烧, 由此形成的流场结构即为超声速横侧射流流场, 如图 1 所示。对该基本的燃料入射进行了研究的结果表明^[10-11], 射流对超声速主流产生干扰, 相互干扰的区域会出现大的逆压力梯度以及边界层分离等复杂的物理现象, 流场结构比较复杂。大 Ma 流动中高的燃料入射穿透高度以及良好的混合变得比较困难。

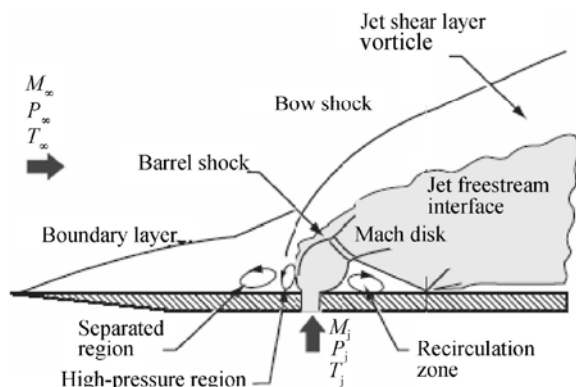


Fig 1 Sketch of the supersonic flow with transverse injection

本文以图 1 所示的这一基本燃料入射方式下的流场为对象研究可压缩性效应对超声速燃烧的影响。由于超声速横侧射流流场比较复杂, 传统的湍流模型对分离区的预测精度较差, 因此本文首先对我们发展的可压缩性修正的 k - ϵ 湍流模型^[8]对超声速横侧射流流场的预测能力进行了验证, 然后应用该修正模型对多个入射压力下的超声速燃烧工况进行了计算, 着重分析了可压缩性对冷态流场的燃料混合以及燃烧场燃烧效率的影响。

2 数学物理模型

2.1 可压缩性修正 k - ϵ 湍流模型及验证

高速流动下流体呈现明显的可压缩性, 大 Ma 下可压缩性效应对流场的影响较大, 本文采用可压缩性修正的 k - ϵ 湍流模型^[8], 并首先进行了数值验证。

2.1.1 可压缩性修正 k - ϵ 湍流模型

k - ϵ 湍流模型可压缩性修正主要包括两部分: 膨胀可压缩性修正和激波不稳定性修正。激波不稳定性修正通过抑制湍流动能产生项得到, 膨胀可压缩性修正采用广泛使用的 Sarkar 模型。这里仅列出可压缩性修正 k - ϵ 湍流模型的形式, 具体细节见文献 [8]。

湍流动能及其耗散率的控制方程为式 (1) 和 (2), 其中总的湍流动能产生项 P 及仅考虑不可压缩部分的湍流动能产生项 P^S 如式 (3) 所示, 总的湍流粘性系数 μ_t 及不可压缩的湍流粘性系数 μ_t^S 如式 (5) 所示。

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = P - \rho(\epsilon_s + \epsilon_d) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right] \frac{\partial k}{\partial x_j} + \rho' \frac{\partial u''_i}{\partial x_i} \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = C_{\epsilon 1} P^S \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right] \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$P = 2\mu_t S^2 - \frac{2}{3} \rho k (\nabla \cdot \mathbf{U}) P^S = \mu_t^S S^2 - \frac{2}{3} \rho k (\nabla \cdot \mathbf{U}) \quad (3)$$

$$S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon_s + \epsilon_d} \quad \mu_t^S = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon_s} \quad (5)$$

式 (1) 及 (2) 中的膨胀可压缩性效应部分采用 Sarkar 模型, 形式如下

$$\epsilon_d = \xi M a_1^2 \epsilon_s \quad (6)$$

$$\rho' \frac{\partial u''_i}{\partial x_i} = -\alpha_3 P \cdot M a_1^2 + \alpha_4 \rho \epsilon_s M a_1^2 \quad (7)$$

式中 P 是总的湍流动能产生项, 由式 (3) 计算。湍流马赫数 Ma_1 表达式为 $Ma_1 = \sqrt{2k}/a$, a 是声速。模型常数为 $\xi = 0.5$, $\alpha_3 = 0.4$, $\alpha_4 = 0.2$ 。可以看出, 在可压缩极限即不可压缩时候, 由 $\partial u''_i / \partial x_i = 0$ 得知式 (6) 和 (7) 趋近于零, 湍流动能及耗散率表达式 (1) 和 (2) 恢复到标准 k - ϵ 模型的形式。

激波不稳定性修正的模化形式如下

$$\mu_t^{\text{real}} = \begin{cases} 0 & \text{if } P^S > 20.0 \rho \epsilon_s \\ \mu_t & \text{if } P^S \leq 20.0 \rho \epsilon_s \end{cases} \quad (8)$$

式中 μ_t^{real} 是“真正的湍流粘性系数”, 也即用于除了湍流动能及耗散率方程 (式 (1) 和式 (2)) 外的所有控制方程中如动量方程、能量方程、组分输运方程等。湍流动能及耗散率方程 (式 (1) 和式 (2)) 中使用的湍流粘性系数 μ_t 及 μ_t^S 采用式 (5) 计算得到。

2.1.2 湍流模型数值验证

为验证可压缩性修正湍流模型对超声速横侧射流流场的预测效果, 对 Spaid 和 Zukoski 实验^[12]中的三种工况进行了数值模拟。主流及入射流体的流动参数如表 1 所示。三种工况下, 入射压力与主流的压

力比分别为 17.1、32.4 和 63.6。

Table 1 Flow parameters of the supersonic flow with transverse injection

		No. 1	No. 2	No. 3
Free stream	Ma_∞	3.5	3.5	3.5
	p_∞/Pa	3154.8	3154.8	3154.8
	T_∞/K	84.5	84.5	84.5
	Ma_j	1.0	1.0	1.0
Jet	p_j/Pa	54088.4	102349.1	200691.7
	T_j/K	227.3	227.3	227.3

第 3 个工况下计算的马赫数分布如图 2 所示。从图中可以看出可压缩性修正的模型计算出了图 1 所示的典型的流场结构,包括马赫罩、 λ 激波等。图 3 为计算的下壁面压力与实验结果的对比,其中“standard”指没有考虑可压缩性的标准 $k-\epsilon$ 模型的计算结果,“modified”指可压缩性修正模型的计算结果,以下各图中意义相同。可以看出,随入射压力增大,喷射入口上游的回流区长度逐渐增大。标准 $k-\epsilon$ 模型预测的分离区长度比实验值小很多,喷流后的再压缩激波位置比实验值靠前。而修正的 $k-\epsilon$ 模型显著改善了计算结果,即使在高入射压力下,预测的分离区大小也与实验比较吻合。由此可以看出,可压缩性修正 $k-\epsilon$ 湍流模型对超声速横侧射流流场有较高的计算精度。

2.2 湍流燃烧模型

超声速燃烧中,燃料在燃烧室中停留时间很短,停留时间甚至可以与化学反应的时间尺度相比拟,因此有必要考虑详细的化学反应机理。对 H_2/Air 燃烧,本文采用 GRI-Mech 2.11 详细机理,包括 10 组分,28 基元反应。各组分的热力学参数和输运参数由 CHEMKIN 得到。

计算中采用的是层流有限速率燃烧模型,主要基

于两方面的考虑,一是超声速情况下的燃烧主要由混合过程控制^[5],二是 H_2/Air 燃烧速率很大。作为一种近似,这忽略了湍流对燃烧的影响,简化了湍流和燃烧之间复杂的相互作用,但又能保持一定的准确度,因此众多的研究者也采用这种模型研究超声速燃烧问题^[3,5,13]。研究结果也表明,这种简化具有一定的准确度,能够揭示和认识超声速燃烧中的很多现象和规律。

3 超声速横侧射流燃烧结果及分析

超声速横侧射流燃烧中,主流为空气,喷射的燃料为氢气。主流流动参数为马赫数 $Ma_\infty = 2.5$ 压力 $p_\infty = 0.101\text{ MPa}$ 温度 $T_\infty = 800\text{ K}$,不同工况下始终保持不变。射流氢气马赫数 $Ma_j = 1.0$ 温度 $T_j = 1350\text{ K}$,计算中改变射流的压力,不同工况下入射压力与主流压力之比分别为 $p_j/p_\infty = 10, 8$ 和 5 以下分别用 case1~ case3 表示。计算区域为 $250\text{ mm} \times 150\text{ mm}$,氢气燃料的入射孔宽 1 mm ,位于主流入口下游 100 mm 处。计算网格局部示意图如图 4 所示,固体壁面处划分了边界层网格,射流入口处网格局部加密,网格总数约为 14 600。计算中验证了网格无关性。

采用耦合解法求解全流场,为了能够准确捕捉流场中的强激波系,采用高分辨率、低耗散的 AUSM+ 空间离散格式^[14]。

3.1 冷态流场结果

超声速燃烧主要由混合过程控制,因此首先研究可压缩性对冷态流场中燃料混合的影响。冷态流场中燃料与空气的混合效率是表征流场特性的重要参数,采用的混合效率定义形式如下^[15]

$$\eta_m = \frac{\int_{H_2R} \rho u dy}{\int_{H_2} \rho u dy}$$

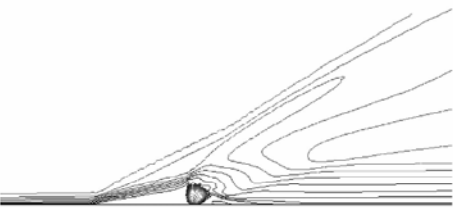


Fig 2 Computed Mach number distribution in No. 3

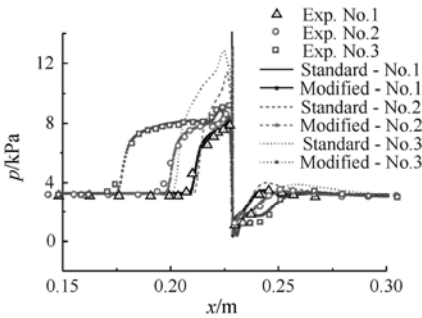


Fig 3 Bottom wall pressure distribution

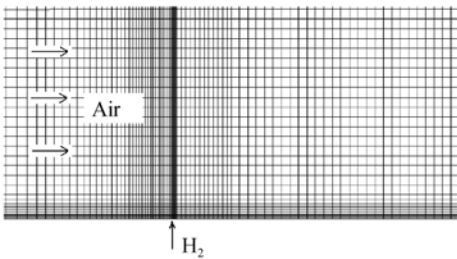


Fig 4 Sketch of the computation grid

$$Y_{H_2R} = \begin{cases} Y_{H_2} & Y_{H_2} \leq Y_{H_2s} \\ Y_{H_2s} \left(\frac{1 - Y_{H_2}}{1 - Y_{H_2s}} \right) & Y_{H_2} > Y_{H_2s} \end{cases} \quad (9)$$

式中 ρ 分别为截面 x 处的流体密度和垂直截面的速度分量, Y_i 为组分 i 的质量分数, Y_{H_2s} 为氢气组分在当地化学恰当比时的质量分数。

图 5 为不同截面处是否考虑可压缩性修正的两个湍流模型计算的混合效率分布。可以看出, 随入射压力减小, 燃料混合效率逐渐增大。在下游区域 ($x > 0.14$ m) 混合效率基本上线性增长。这主要是因为入射孔下游区域呈现混合层的流场结构, 随入射压力减小, 激波后的下游区域中燃料与主流空气的速度差减小, 相应的对流马赫数 Ma_c 减小, 混合层增长速率增大^[7], 从而增大混合效率。考虑到可压缩性以后, 预测的混合效率显著减小。在截面 $x = 0.20$ m 处, 三个工况下考虑到可压缩性后预测的混合效率仅为不考虑不可压缩效应时预测值的 64.4%, 66.6% 和 69.9%。也即可压缩性显著抑制了燃料的混合。

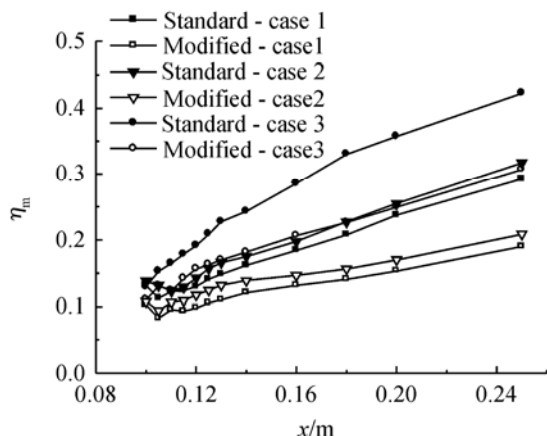


Fig 5 Computed mixing coefficient at different sections

3.2 燃烧流场结果

超声速横侧射流燃烧工况下, 在激波压缩形成的高温环境中燃料 H_2 与空气发生剧烈的化学反应, 主要生成物为 H_2O 。一般情况下, 采用燃烧产物的生成量来定义燃烧效率, 本文采用的燃烧效率定义形式为

$$\eta_c = \frac{\int_{H_2O} \rho u dy W_{H_2O}}{m \dot{H}_2 W_{H_2}} \quad (10)$$

式中 ρ 分别为截面 x 处的密度和垂直截面的速度分量, Y_i 为组分 i 的质量分数, $m \dot{H}_2$ 为燃料氢气进口喷射的质量流率, W_{H_2} , W_{H_2O} 分别为氢气和水的摩尔质量。

Case1 工况下计算的主要产物 H_2O 质量分数分

布如图 6 所示。可以看出存在两个主要的燃烧区域, 即喷口上游的分离区和下游的混合层区域。可压缩性修正模型预测的分离区远大于标准模型的结果, 这与图 3 的结果是一致的, 即可压缩性增强了流体分离。此外, 从图 6 还可以看出标准模型预测的混合层更厚, 燃烧区域更宽, 即可压缩性抑制了混合层的生长, 从而抑制了下游区域中的燃烧。

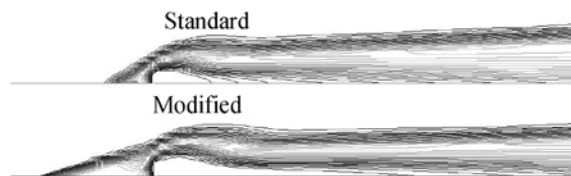


Fig 6 Computed H_2O mass fraction at Case1

可压缩性能够抑制混合层的生长已经取得了广泛的认同^[6, 7, 16]。除此之外, 本文中图 3 图 6 的结果还表明, 可压缩性强化了超声速流动中流体分离, 使回流区长度明显增大, 从而明显地影响燃烧特性。从图 7 三个燃烧工况下计算的下壁面压力分布可以更清楚地看出, 可压缩性修正模型计算出较大的上游回流区, 而该回流区为燃烧的主要区域之一, 从这点出发, 可压缩性增强了超声速燃烧。而以往文献中对这个现象的讨论较少。

图 8 为距离固体壁面 0.2 mm 处湍流动能沿主流 x 方向的分布。由于主要考察可压缩性对回流区的影响, 因此仅给出了燃料入口上游这段的结果。Case1, Case3 结果与 Case2 类似, 不再列出。图 8 结果表明, 考虑可压缩性后计算的回流区内湍流动能显著减小。事实上, 我们发展的可压缩性修正湍流模型^[8]包含两部分: 膨胀可压缩性修正及激波不稳定性修正, 激波不稳定性修正部分也是我们模型中较突出的创新点。在可压缩混合层中前一部分修正起主导地位, 而激波不稳定性修正主要在强激波附近的区域起作用^[7]。对超声速横侧射流, 由图 1 流场结构可知, 上游回流区主要是由 λ 激波和上游边界层相互作用产生的。以往激波与湍流相互作用的研究表明^[17], 湍流穿过激波后湍流动能会明显增大。图 8 中结果也明显地预测到了这一点。同时, 以往研究也表明^[18], 标准模型预测的激波区域湍流动能显著过大。图 8 中结果表明激波不稳定性修正明显抑制了该区域过大的湍流动能。从而计算出较小的湍流粘性系数。由于激波不稳定性使湍流“粘性”减小, 因此流体对固体壁面的附着能力减弱, 从而更易于分

离,回流区也相应地变大。

图9为燃料入射下游截面 $x = 0.20\text{ m}$ 处主要产物 H_2O 的质量分数分布,由于结果类似,为便于更清楚的对比数据,图中未列出 Case2 工况下的结果。截面 $x = 0.20\text{ m}$ 位于下游混合层区域中,从图9可以看出,修正模型计算的混合层厚度明显减小,表明可压缩性效应明显地抑制了混合层的发展,削弱了超声速燃烧过程。这与冷态流场中抑制燃料混合的结果(图5)是一致的。

图10为三个工况下不同 x 截面处预测的燃烧效率分布。燃料入射孔位于 $x = 0.10\text{ m}$ 处。可以看出,上游回流区中迅速燃烧,但生成物较少。在入射孔附近区域燃烧迅速增强,燃烧产物 H_2O 生成量急剧增加。在之后的下游混合层区域中,燃烧减弱, H_2O 生成量逐渐增加,基本上呈现线性增长的趋势。对比图5的结果可以看出,下游流场中,冷态流场中混合效率的结果与燃烧效率的结果趋势是一致的,也即在这个区域中,燃烧过程主要是由混合过程控制。可压缩性在三个工况下对燃烧的影响是一致的,即在上游回流区增强燃烧,而在下游混合层区域抑制燃烧。由于主要的燃烧发生在混合层区域,因此整体上来说,可压缩性效应抑制了超声速横侧射流燃烧。出口处 ($x = 0.25\text{ m}$),修正模型预测的产物 H_2O 生成量为标准模型预测值的 70% 左右。

对超声速混合层的研究表明^[7, 16],可压缩性效应抑制湍流动能增长,从而抑制混合层的发展。湍流模型的可压缩性修正,基本出发点之一即是抑制过大的湍流动能增长。图11为下游混合层区域中 $x = 0.20\text{ m}$ 处湍流粘性系数的分布,Case2 工况下的结果类似,因此未列出。可以看出,在主要的燃烧区域 ($y < 0.02\text{ m}$) 中,修正的 $k-\epsilon$ 模型明显抑制了过大的湍流动能增长,预测的湍流粘性系数峰值较小,区

域较窄。而湍流粘性系数在动量方程中出现在扩散项,也即从某种意义上表征了“扩散能力”的强弱。较大的湍流粘性系数表明“扩散能力”越强。因此不考虑可压缩性的标准 $k-\epsilon$ 模型计算的混合层厚度过大,燃烧区域过宽。这与上面的分析是一致的。

在激波区域,激波不稳定性修正抑制了过大的湍流动能增长,同样使湍流粘性系数变小。如果流场中的分离区是由激波引起的,则激波不稳定性效应使分离区变大,从而影响该区域内的燃烧过程。

4 结 论

应用可压缩性修正的 $k-\epsilon$ 湍流模型和 H_2/Air 详细的化学反应机理,对壁面入射这一基本的燃料入射方式下形成的超声速横侧射流燃烧流场进行了数值模拟,分析了可压缩性对冷态流场和燃烧流场的影响,得出如下主要结论:

(1) 可压缩性修正(包括膨胀可压缩性和激波不稳定性两部分)的 $k-\epsilon$ 湍流模型能够准确地预测复杂的超声速横侧射流流场结构。

(2) 可压缩性明显地抑制了超声速横侧射流冷态流场中燃料的混合。燃烧情况下,存在两个主要的燃烧区域。可压缩性使上游回流区增大,增强了该区域中的燃烧,但抑制了下游混合层的发展,削弱了下游的燃烧过程。总体效应是可压缩性抑制了燃烧。在出口处,可压缩性修正模型预测的最主要产物 H_2O 生成量仅为标准模型预测值的 70% 左右。

(3) 可压缩性效应抑制湍流动能的增长,一方面抑制了混合过程,另一方面有强化流体分离的趋势。而混合过程及回流区对超声速燃烧影响较大,因此可压缩性对超声速燃烧有较大的影响,数值模拟中需要考虑可压缩性的影响。

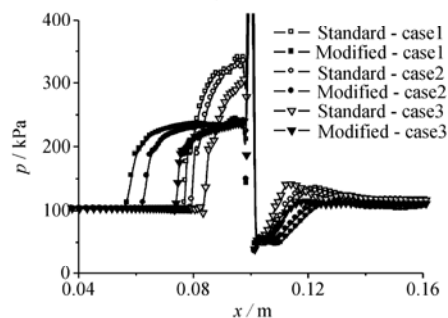


Fig 7 Bottom wall pressure distribution

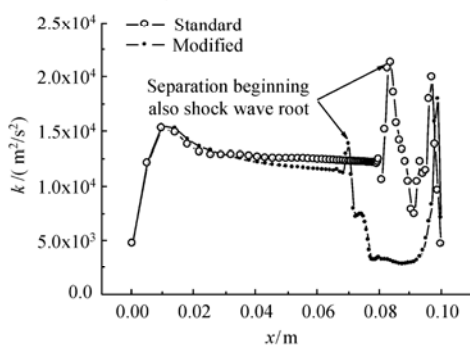


Fig 8 Turbulent kinetic energy distribution along the bottom wall before the injection at Case2

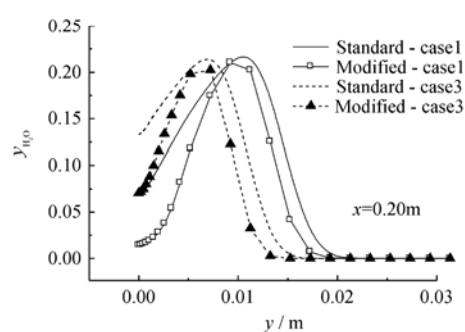


Fig 9 Computed H_2O mass fraction at $x = 0.20\text{ m}$

上述结果同时也验证了可压缩性修正湍流模型具有较高的预测精度和一定的工程参考价值. 为开展高精度的超声速燃烧数值模拟研究提供了一定的理论依据.

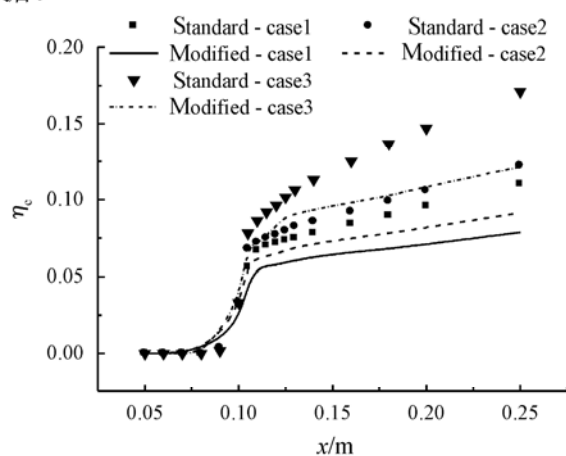


Fig 10 Computed combustion coefficient at different sections

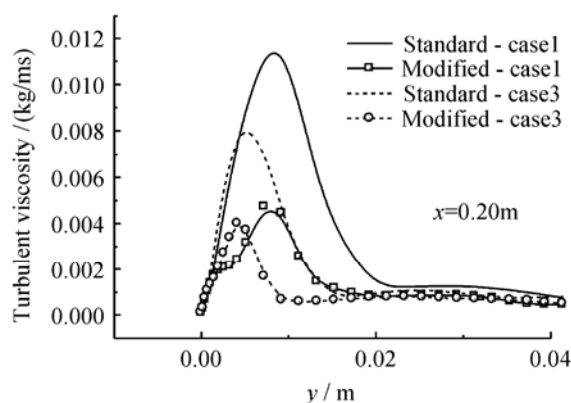


Fig 11 Computed turbulent viscosity at $x = 0.20\text{ m}$

参考文献:

- [1] Bray K N C, Libby P A, Williams F A. High speed turbulent combustion [M]. In: Libby P A, Williams F A, (Eds), *Turbulent reacting flows*. Academic Press, 1994
- [2] 刘欧子, 胡欲立, 蔡元虎, 等. 超声速燃烧凹槽火焰稳定的研究动态 [J]. 推进技术, 2003, 24(3). (LIU Ou-zi HU Yu-li CAI Yuan-hu et al Overview of flame holders of cavities in supersonic combustion [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2003, 24(3).)
- [3] 王元光, 徐旭, 蔡国飙. 超燃冲压发动机缩比燃烧室流场数值模拟 [J]. 航空动力学报, 2006, 21(1).
- [4] Oevermann M. Numerical investigation of turbulent hydrogen combustion in a scram jet using flamelet modeling [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2000, 4(7): 463~480
- [5] 刘陵, 刘敬华, 张榛, 等. 超音速燃烧与超音速燃

烧冲压发动机 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1993

- [6] 韩省思, 叶桃红, 朱旻明, 等. $k-\epsilon$ 湍流模型可压缩性修正在超音速混合层中的应用研究 [J]. 工程热物理学报, 2007, 28(6): 1053~1055
- [7] HAN Xingsi, YE Taohong, ZHU Minming et al. A new compressibility modification $k-\epsilon$ turbulence model with shock unsteadiness effect [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2008, 53(24): 3798~3807.
- [8] HAN Xingsi, YE Taohong, ZHU Minming et al. A modified $k-\epsilon$ turbulence model for compressible flow application [R]. *AIAA* 2008-7179
- [9] Peter G, Peter S, Markus K, et al. Numerical investigation of mixing and combustion enhancement in supersonic combustors by strut induced streamwise vorticity [J]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2008, 12(2): 159~168
- [10] 岳连捷, 俞刚. 超声速气流中横向煤油射流的数值模拟 [J]. 推进技术, 2004, 25(1): 11~14 (YUE Lian-jie YU Gang Numerical simulation of kerosene spray in supersonic cross flow [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(1).)
- [11] Jeung I S, Choi J Y. Numerical simulation of supersonic combustion for hypersonic propulsion [R]. *5th Asia-Pacific Conference on Combustion*, 2005
- [12] Spaid F W, Zukoski E E. A study of the interaction of gaseous jets from transverse slots with supersonic external flows [J]. *AIAA Journal*, 1968, 6(2): 205~212
- [13] Parent B, Sislian J P. Validation of wilcox $k-\omega$ model for flows characteristic to hypersonic airbreathing propulsion [J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(2): 261~270
- [14] Liou M S. A sequel to AUSM: AUSM+ [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 129(2): 364~382
- [15] Sislian J P, Schumacher J. Fuel/air mixing enhancement by cantilevered ramp injectors in hypersonic flows [R]. *ISABE* 99-7155
- [16] Pantano C, Sarkar S. A study of compressibility effects in the high speed turbulent shear layer using direct simulation [J]. *J. Fluid Mech.*, 2002, 451(2): 329~371
- [17] Andreopoulos Y, Agui J H, Briassoulis G. Shock wave turbulence interactions [J]. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2000, 32: 309~345
- [18] Sinha K, Mahesh K, Candler G V. Modeling shock unsteadiness in shock/turbulence interaction [J]. *Physics of Fluids*, 2003, 15(8): 2290~2297.