

气流激励下叶片的高周疲劳概率寿命预估^{*}

马艳红, 张大义, 洪杰, 陈璐璐

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘要: 航空发动机中叶片振动引起的高循环疲劳失效是尤为突出的问题, 将概率方法引入叶片高周疲劳寿命预估是叶片高周疲劳问题研究的重要途径。建立了叶片系统的概率疲劳积累损伤模型, 由求得的振动应力出发, 提出了一套完整的气流激励下叶片高周疲劳概率寿命的预估方法, 分析中可以量化各种不确定因素对振动应力和疲劳寿命的影响, 包括模态特征的不确定性和激励特征的不确定性。结合具体工程算例, 分析得到某小型发动机二级静叶在工作转速下随工作时间增长的概率疲劳积累损伤, 并给出了对应的工作可靠性。

关键词: 叶片; 高周疲劳; 动力响应; 概率寿命

中图分类号: V232.4 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055(2009)04-0462-06

Prediction on high cycle life of blades using probability method

MA Yan-hong ZHANG Da-yi HONG Jie CHEN Lu-lu

(College of Energy and Power Engineering Beijing University of Aeronautics and Astronautics Beijing 100191, China)

Abstract High cycle fatigue (HCF) of blades caused by forced vibration is a problem for turbo engines. To solve HCF problems, it is effective to introduce probability method to obtain high cycle life of blades. The probability cumulative damage model according to blades was erected. Based on vibration stress, the numerical method to get probability cumulative damage and to obtain operational reliability was given. The random cities were taken into account adequately including mode randomicity and load randomicity. Finally certain engineering sample was discussed to illustrate the method, and certain secondary stator used in a missile engine was given as an example. The probability cumulative damages altering with operation time were calculated, and the operational reliabilities were obtained according to each operation time.

Keywords Blade, High cycle fatigue, Dynamical response, Probability life

1 引言

航空发动机中叶片振动引起的高循环疲劳失效是尤为突出的问题, 其主要原因是目前对叶片构件的静强度安全评估主要采用以屈服极限和持久极限为基准的静强度评估准则; 对叶片构件的动力特性设计中, 主要采用 Campbell图法来避开共振频率^[1]。但由于盘片耦合振动带来的固有频率的高密集性, 以及复杂流场带来的气流激励的多频性, 使得采用 Campbell图法避开各阶共振频率是不可能的。同时上述的叶片安全性评估方法均采用确定性设计, 依据经验选取一定的安全系数, 作为对载荷、材料、制造、使用、

分析等方面不确定性的补偿, 由于不能合适的考虑不确定性因素的影响, 使预期的设计效果受到限制。

近年来, 国内外一些研究将概率可靠性的概念引入了叶片的高周疲劳设计, 进一步量化各种不确定性设计参数对高周疲劳失效的影响。文献[2]提出了叶片疲劳概率寿命设计框架, 将加工误差等对叶片结构阻尼的影响用概率分布进行描述, 求得了具有概率分布特性的名义应力和振动应力, 进一步提出了带有可靠度的三维 Goodman曲线设计方法。文献[3]对某涡轮叶片的高周疲劳问题采用概率统计方法对疲劳破坏进行预测, 从而定量的指出, 当叶片工作在某个频率时, 发生共振及高周疲劳破坏的概率, 指出通

* 收稿日期: 2008-09-12 修订日期: 2009-01-15。

基金项目: 国家自然科学基金(10577006); 航空科学基金(2007ZB51012)。

作者简介: 马艳红(1975—), 女, 讲师, 博士, 研究领域为转子动力学及发动机叶片振动。

E-mail day@sjp.buaa.edu.cn

过概率论和有限元的结合应用将成为设计下一代可靠、高效率发动机叶片的主要手段。2002年，美国颁布的《发动机结构完整性大纲(ENSIP)》^[4]指出高周疲劳设计应当包含“频率概率设计裕度”和“概率振动应力裕度”两个层次。在频率概率设计不能满足时，需要进行下一级的概率振动应力裕度分析来预测共振应力响应，最终由振动应力分布是否满足可靠性要求来评估叶片能否安全使用。国内王延荣^[5]等提出一种进行叶片振动可靠性设计的方法，建立了激振力频率与叶片固有频率干涉的概率模型，并利用Goodman曲线，给出了将导致构件损坏的强迫共振响应的概率计算公式及其适用条件。从国内外研究文献可见，采用概率设计方法代替传统的安全系数或确定性方法能更合理的表示叶片动力响应的不确定性，带可靠度的叶片高周寿命设计是发展趋势。

本文建立了叶片系统的概率疲劳积累损伤模型，由求得的振动应力出发，进一步给出了获取概率疲劳积累损伤和工作可靠性的数值方法。以某小型发动机二级静叶为算例，分析得到在工作转速下随工作时间增长的概率疲劳积累损伤，并给出了对应的工作可靠性。

2 高周疲劳概率寿命的基本理论

2.1 概率疲劳积累损伤模型

对于任何一种寿命预估方法，必须首先选择合理的疲劳积累损伤理论，其次再确定寿命的评估预测方法。对于气流激励下的叶片振动问题，激励载荷为多级载荷或随机载荷，并且疲劳载荷多处于HCF区，此时可以忽略载荷次序对损伤程度的影响，认为各个应力级之间是互不相关的，当损伤累加到某一数值时，叶片即破坏，对此工程上广泛采用Miner理论^[3,6]。Miner理论认为在变幅载荷下，造成的积累损伤为

$$D = \sum_{i=1}^m \frac{n_{\sigma_i}}{N_{\sigma_i}} \quad (1)$$

式中 n_{σ_i} 为应力幅值 σ_i 下的循环次数， N_{σ_i} 为应力幅值 σ_i 下对应的疲劳寿命， m 为变幅载荷的等级数。得到叶片的安全余量方程可写为

$$M_{HCF} = D_c - D \quad (2)$$

式中 D_c 为临界积累损伤。

Miner理论的主要缺陷在于其采用确定性的模型，不能考虑由于材料和载荷等的分散性引起的瞬时积累损伤的随机性。因此本节提出Miner概率疲劳积

累损伤模型。对于气流激振下的叶片高周疲劳问题，疲劳积累损伤的随机性由两大原因引起：一是动态应力的分散性，主要指引起振动应力不确定性的因素，包括模态特征的不确定性和激励特征的不确定性，其决定积累损伤 D 的分布特征，积累损伤 D 的分布特征是随工作时间、循环次数变化的。另一是结构抗力的分散性，主要指不会引起振动应力变化的因素，包括材料的疲劳极限、强度极限等的分散性，其决定临界积累损伤 D_c 的分布特征，临界积累损伤 D_c 的分布特征是不随循环次数变化的。

叶片安全工作应当保证 $M_{HCF} > 0$ 时，即构件安全工作的可靠度 $R_e = P(D_c - D > 0)$ 。由于临界积累损伤 D_c 的分布特征主要取决于材料微结构的不均匀性以及缺陷分布的不均匀性等，不作为本文的研究内容，此时 D_c 可视为常值^[7]，则对应的概率疲劳积累损伤模型如图1叶片的安全余量方程为

$$M_{HCF} = 1 - D \quad (3)$$

可靠度 R_e 为

$$R_e = P(1 - D > 0) \quad (4)$$

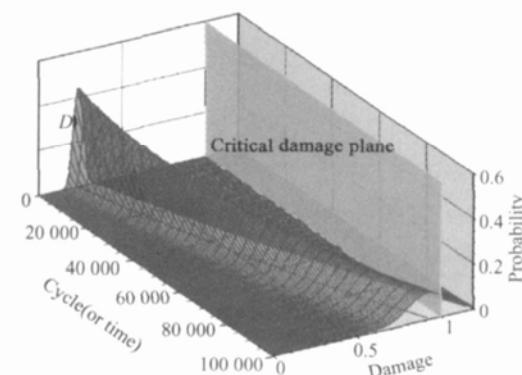


Fig 1 Probability cumulative damage model

2.2 随机载荷作用下叶片动力响应的概率模拟方法

叶片的振动应力取决于叶片的模态特征和激励特征，实际问题中，在模态特征方面，叶片的结构尺寸、弹性模量、密度及模态阻尼比等具有分散性，在激励特征方面，叶片所受气流激励的频率成分、载荷幅值等也存在着一定的不确定性，从而使得叶片在激励载荷下的动力响应（平均应力 S_m 和应力幅值 S_a ）也是具有分布特征的。

本文建立概率疲劳寿命预估方法的目的在于合理考虑上述因素对动力响应以及疲劳寿命的影响，在概率疲劳积累损伤模型的建立过程中，首先需要求得叶片在气流激励下具有概率分布特征的动力响应。本文采用基于Monte Carlo模拟和响应面法相结合的

随机有限元法对结构动力响应进行求解。首先按照蒙特卡罗法对随机变量进行抽样计算，再对随机变量进行多元二次多项式的拟合，从而确定响应面函数，随后就可以用它来代替 Monte Carlo 循环去处理有限元模型，由于这一步抽样的基础是响应面的数学拟合表达式，因而计算的速度非常快。该方法示意图如图 2 所示。

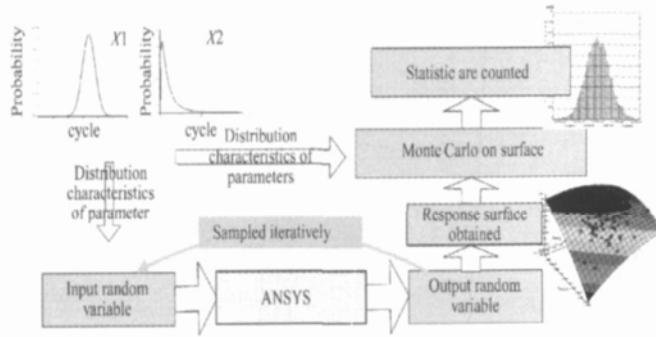


Fig 2 Sketch diagram of numerical method

2.3 气流激励下叶片高周疲劳概率寿命预估步骤

基于概率疲劳积累损伤模型，借助于双向顺序耦合法^[8]和随机载荷作用下叶片动力响应的概率模拟方法，进行气流激励下叶片高周疲劳概率寿命的预估步骤如图 3 所示。

(1) 确定应力考核点。本文采用双向顺序耦合法求得叶片系统在流场激励下的时域响应，从而确定应力考核点。

(2) 提取叶身的周期性压力变化。由双向顺序耦合分析结果可以认为固体域与流体域达到一个新的平衡状态，因此可以提取计算收敛后一段时间内的叶身压力变化，将其作为结构的外部激励载荷，在后续的数值模拟分析中，以结构的瞬态响应分析代替双向顺序耦合分析，从而可以大幅度减小计算时间。

(3) 求解动力响应 S_m 和 S_a 的分布特征参数。在气流激励下的叶片高周疲劳问题分析中，由于发动机的转速直接影响叶身激励载荷的频率，流场的进口总压和流量主要影响叶身的压力幅值和分布，因此可以采用 2.2 节方法根据激励特征的不确定性进行抽样和结构的瞬态响应分析，进而高效的求解叶片动力响应 S_m 和 S_a 的分布形式和特征参数。

(4) 求解概率疲劳积累损伤。借助于图 4 所示的概率 Goodman 曲线和 Monte Carlo 数值模拟方法，由 S_m 和 S_a 的分布特征参数求得在此应力级下造成概率疲劳积累损伤值。

(5) 重复上述步骤，求得各应力级下的概率累积损伤，再叠加求得多应力级下的总损伤及剩余概率寿命。

以上步骤借助于 APDL 语言和 Fortran 程序得以实现。

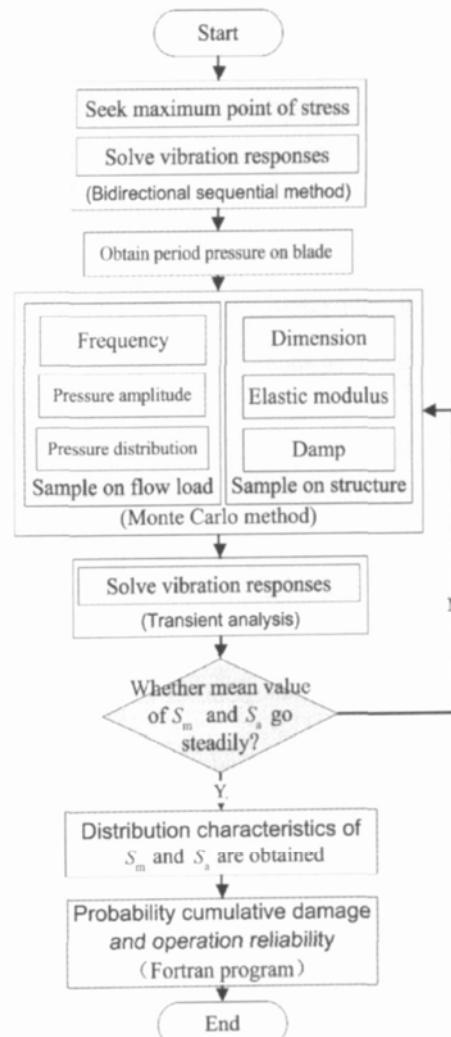


Fig. 3 Flowchart of probability prediction on HCF of blades arisen by aerodynamic forces

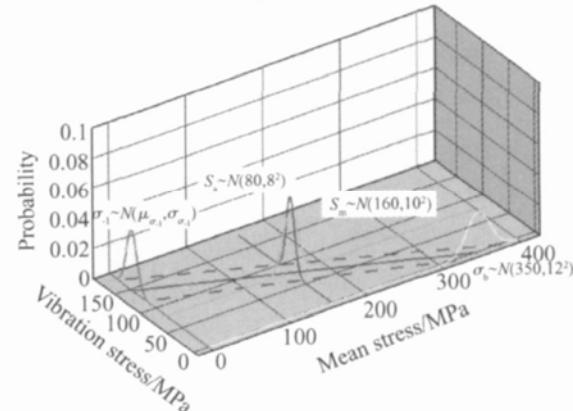


Fig. 4 Probabilistic goodman method

3 算例

3.1 简介

以某小型发动机的二级静叶为例，流固耦合分析

中流体域选取二级转子、二级静子和三级转子流体区域建立模型。分别取 13.33° 、 7.66° 和 11.61° 建立单个叶流通道模型，采用 H-O-H 型块结构化网格，固体域单独考虑二级静叶，采用六面体非结构化网格，如图 5 所示。

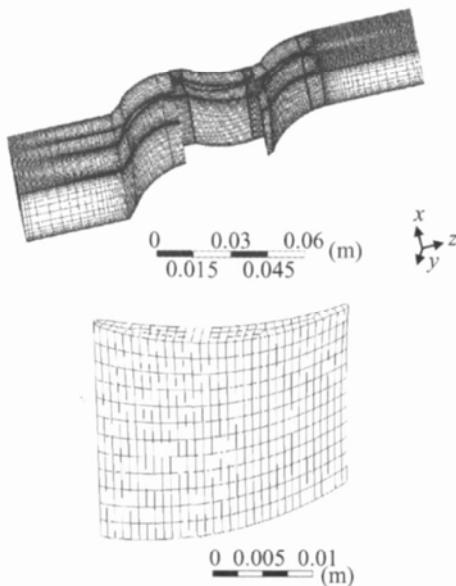


Fig 5 Mesh on fluid domain and solid domain

流体域的进口处给定总压、总温、进气气流角，出口处给定静压。固体域计算边界条件为叶片根部固支。相关参数如表 1 所示。

Table 1 Material parameters and operation parameters

Density/(kg/m ³)	2 800
Elastic modulus/GPa	63
Rayleigh damping	A lpha 228.48 Beta 1.45×10^{-7}
Rotate speed/(r/min)	28 000
Inlet total pressure/kPa	169
Inlet total temperature/K	343.0
Inlet flow direction	Parallel to axis
Outlet pressure/kPa	260

3.2 应力考核点的确定

在计算迭代过程中，当流场压力、质量流量曲线和固体关键点的位移、应力曲线均呈现周期性变化或近似周期变化时，认为计算收敛。由耦合分析结果，求得二级静叶某时刻的等效应力分布如图 6 所示。

由此确定叶身的应力考核点为前缘根部，进一步得到考核点等效应力随时间的变化曲线如图 7 所示。

应力考核点的等效应力值呈现类似于“拍振”的

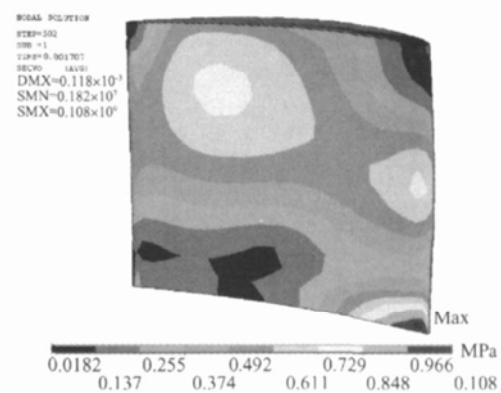


Fig. 6 Contour map of von-stress on blade

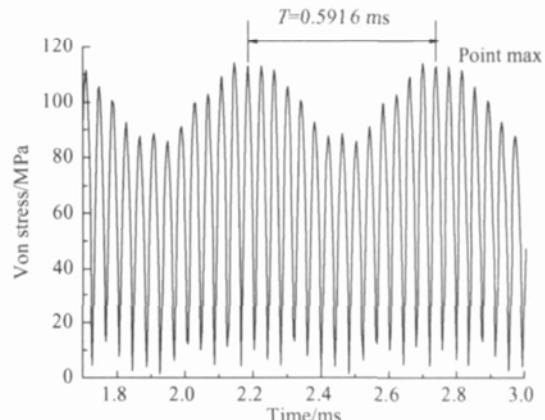


Fig. 7 Von-stress history curve of key point

特征。因此在一个振动响应周期 T 内，若不考虑波形的对称性，叶片结构将出现多应力级别的疲劳损伤积累各一次。即在定转速下，叶片仍体现为多应力级作用下的损伤积累。

由叶身压力的频域分析结果，确定作用于叶身的前缘压力载荷以 12.6 kHz 的频谱成份为主，而尾缘压力以 14.4 kHz 的频谱成份为主。因此在下述叶片动力响应的概率数值模拟分析中，提取的叶身压力载荷也具有相似特征。

3.3 叶片动力响应的概率数值模拟结果

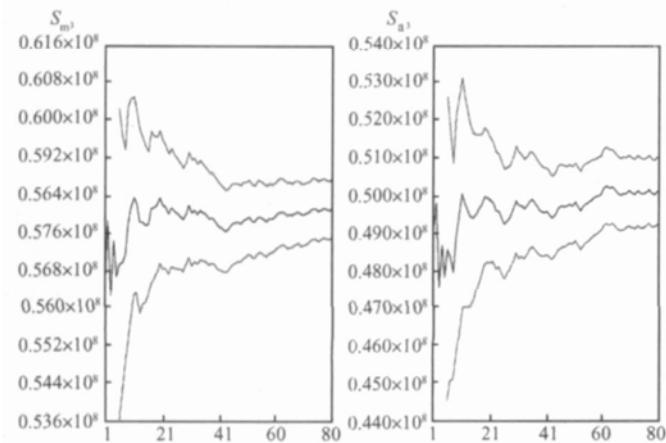
在叶片动力响应的概率数值模拟中，模态特征分散性主要考虑弹性模量、密度的分散性，材料参数的分布一般为对数正态分布^[3]，计算中取变异系数 C_v 为 0.01，进一步得到标准差。考虑到在发动机中，叶片所受的气动激励频率和幅值主要取决于转子转速和流量，这类性能参数大多服从于正态分布^[9]，这里也取变异系数 C_v 为 0.01，各变量的分布参数如表 2 所示。

针对表 2 中参数的概率分布特征，借助于 Apdl 语言，采用 Monte Carlo 数值模拟方法进行抽样，采样

Table 2 Blade random input variables

Variety	Distribution type	Mathematical expectation	Standard deviation
Elastic modulus	Lognormal	6.3×10^{10} Pa	6.3×10^8 Pa
Density	Lognormal	2.72×10^{-9} Tn/mm ³	2.72×10^{-11} Tn/mm ³
Main load frequency on leading edge	Normal	12.6 kHz	126 Hz
Main load frequency on trailing edge	Normal	144 kHz	144 Hz
Load amplitude coefficient	Normal	1	0.01

80次时, 观察各应力等级对应的 $S_{m1}, S_{m2}, \dots, S_{m14}$ 和 $S_{a1}, S_{a2}, \dots, S_{a14}$ 已趋于稳定, 表明 Monte Carlo 的循环次数已经足够。以第三应力等级为例, 这里给出样本的均值历史如图 8 所示。

**Fig 8 Average history of samples for S_{m3} and S_{a3}**

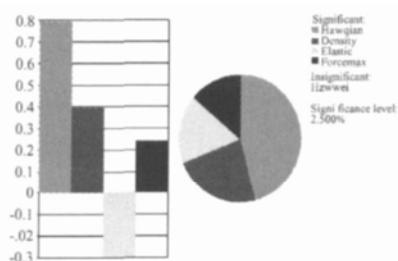
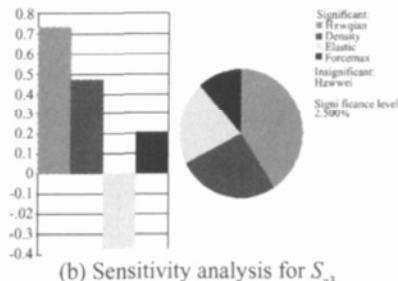
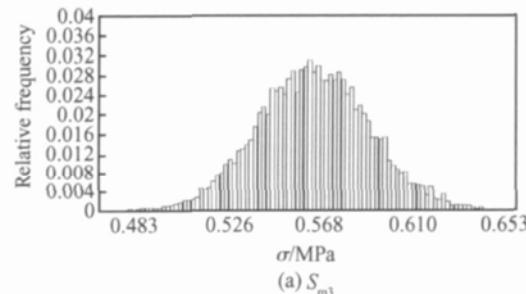
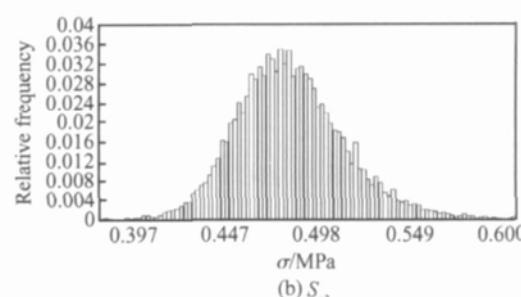
进一步细化结果, 利用上面的样本按照 95% 的置信度拟合响应面, 在响应面上抽样 10 000 次, 求得第三级动力响应参数对各随机参数(包括材料参数和激励参数)的敏感度关系如图 9 所示。其它各应力等级的敏感度分析结果与之类似, 这里不一一列出。

由图 9 可见, 在叶片系统的各随机参数为表 2 所示的分布特征时, 动力响应的平均应力 $S_{m1}, S_{m2}, \dots, S_{m14}$ 和应力幅值 $S_{a1}, S_{a2}, \dots, S_{a14}$ 均对激励载荷的前缘处激励的频率最为敏感, 对材料密度、材料弹性模量和激振力幅值不确定性的敏感度次之。而对尾缘处激励的频率不敏感。

以第三级应力为例, 给出由响应面法求得的平均应力和应力幅值的直方图如图 10 所示。

根据响应面法求解结果, 将各级应力分布量化为正态分布, 并对计算样本以 95% 的置信度采用 Da-

gostino 提出的 D 方法进行检验, 检验均通过。据此得到 $S_{m1}, S_{m2}, \dots, S_{m14}$ 和 $S_{a1}, S_{a2}, \dots, S_{a14}$ 的特征参数如表 3 所示。

(a) Sensitivity analysis for S_{m3} **Fig. 9 Sensitivity analysis for S_{m3} and S_{a3}** (a) S_{m3} (b) S_{a3} **Fig. 10 Histogram of samples for S_{m3} and S_{a3}** **Table 3 Statistical characteristics of vibration stress**

Variety	Mathematical expectation	Standard deviation
S_{m1} MPa	61.472	2.7127
Mean stress
S_{m14} MPa	44.009	2.3126
S_{a1} MPa	48.869	2.0197
Stress amplitude
S_{a14} MPa	39.648	2.5772

3.4 高周疲劳概率寿命分析结果

在确定了各应力级等效应力的分布特征后,由计算程序可进一步对概率寿命和可靠性预估。求得此二级静叶在工作转速下,概率疲劳积累损伤随工作时间的增长及相应的工作安全可靠度如表4和图11所示。

Table 4 Probability cumulative damages and operational reliabilities altering with operation time

Operation time /min	Parameters of probability accumulative damage		Reliability
	Logarithm mean value	Logarithm variance	
5	-10.6008	9.8043×10^{-2}	1.0000
20	-9.2161	9.7585×10^{-2}	1.0000
50	-8.2964	9.7746×10^{-2}	1.0000
100	-7.6046	9.8576×10^{-2}	1.0000
150	-7.1993	9.7435×10^{-2}	1.0000
200	-6.9135	9.7409×10^{-2}	1.0000

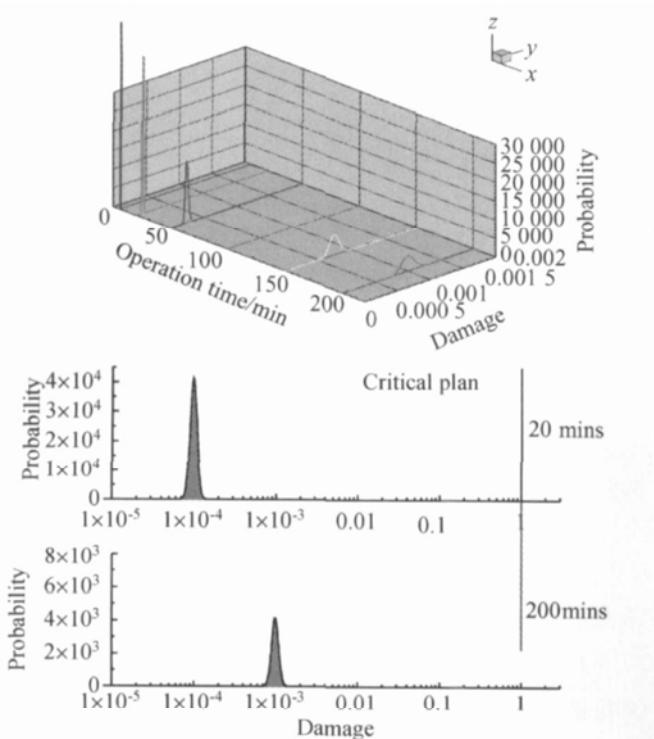


Fig 11 Probability cumulative damages for blade

4 结论

(1) 提出了一套完整的气流激励下叶片高周疲劳概率寿命的预估方法,分析中可以量化各种不确定

因素对振动应力和疲劳寿命的影响,包括模态特征的不确定性(叶片结构尺寸、弹性模量、密度、阻尼等的不确定性)和激励特征的不确定性(气流激励、环境温度等的随机性)。寿命预估方法可以应用于单应力级或多应力级作用下的叶片高周疲劳寿命预测,对于压气机的转子与静子叶片的疲劳寿命评估具有良好的工程适用性。

(2) 由某型静叶的高周疲劳概率寿命分析结果,由于气流激励的多频性,即使在定转速下,叶片应力仍呈现类似于拍振波形,因此将承受多应力级作用,随着工作时间增长,概率损伤积累的均值和标准差均为广义递增的,对应的工作可靠度为递减的。叶片在气流激励下的概率损伤积累服从于对数正态分布。

叶片高周疲劳概率寿命的预估方法和程序需要进一步的试验验证和工程算例检验,目前针对气流激励下平板叶片高周疲劳寿命的试验研究正在进行中。

参考文献:

- [1] 孟庆集, 安宁, 徐自力, 等. 叶片寿命研究的国内外现状 [J]. 气轮机技术, 1996, 38(2): 95~98.
- [2] Herman Shen M H. Reliability assessment of high cycle fatigue design of gas turbine blades using the probabilistic goodman diagram [J]. *International Journal of Fatigue*, 1999, 21(7): 699~708.
- [3] Cesare M, Sues R, Wu Y T. Probabilistic high cycle fatigue of jet engine blades [R]. AIAA 2001-1397.
- [4] High cycle fatigue science and technology program 2002 annual report [DB/OL]. <http://www.pr.afrl.af.mil/>, 2004.
- [5] 田爱梅, 王延荣. 构件振动可靠性设计方法初探 [J]. 航空动力学报, 1999, 14(3): 320~322.
- [6] Ghiocei Dan M, Rieger Neville F. Probabilistic high cycle fatigue life prediction for gas turbine engine blade [R]. AIAA 99-1597.
- [7] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- [8] 弓三伟, 任丽芸, 刘火星, 等. 汽轮机末级转子叶片流固耦合计算 [J]. 热力透平, 2007, 36(3): 154~157.
- [9] Sinha S K. Bayes estimation of the reliability function of normal distribution [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 1985, 34(4).

(编辑:梅瑛)