

求解航空发动机数学模型的混合智能方法^{*}

杨 伟, 冯雷星, 彭靖波, 王海涛

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘 要: 针对传统求解方法收敛性不强而遗传算法求解效率较低的问题, 利用 BP神经网络逼近发动机平衡方程的反函数, 将求解结果作为 Newton-Raphson法的初值, 提出了求解模型的混合智能方法。仿真结果表明, 该方法可以保证非线性数学模型在整个飞行包线范围内收敛, 与遗传算法相比又提高了求解效率。

关键词: 航空发动机; 数学模型; 平衡方程; 神经网络

中图分类号: V233.7 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2008) 05-0614-03

An intelligent algorithm for solution of nonlinear mathematical model for aeroengine

YANG Wei FENG Leixing PENG Jing-bo WANG Hai-tao

(Engineering Inst., Air Force Engineering Univ., Xi'an 710038, China)

Abstract Current solutions are not always convergent while genetic algorithm is inefficient. Because of this, BP neural networks was used to approach the inverse function of balance equations, and the approximate solution was used as the initial value of Newton-Raphson algorithm, thus an intelligent algorithm is proposed. Simulation results show that this algorithm can make nonlinear mathematical model for aeroengine convergent in the entire flight envelope, and also has higher efficiency compared with genetic algorithm.

Key words Aeroengine; Mathematical model; Balance equations; Neural networks

1 引 言

航空发动机非线性数学模型是发动机性能仿真和控制系统设计的基础^[1], 其求解的效率、精度和收敛性是模型的重要评价指标。目前用来求解模型平衡方程的数值解法包括 Newton-Raphson法、 $N+1$ 点残量法和 Broyden法, 求解精度和效率较高, 但收敛性较差。针对此, 利用遗传算法进行求解, 扩大了模型的收敛范围^[1, 2]。然而, 遗传算法运算量过大, 复杂的编码技术不易掌握, 限制了其实际应用^[2]。因此, 寻找一种方法简单、易于掌握以及收敛性好的算法便具有较高的理论和工程意义。

BP (Back Propagation) 神经网络是一种单向传播的多层前向网络, 可以逼近任意的非线性映射关系, 本文利用它逼近发动机模型平衡方程的反函数, 得出

了方程的数值解; 将其与 Newton-Raphson法相结合, 提出的混合智能方法提高了收敛速度和求解精度。

2 航空发动机非线性数学模型

航空发动机非线性数学模型主要通过部件法来建立, 该方法按照发动机的部件顺序, 利用发动机各部件特性和发动机共同工作的约束条件, 建立描述发动机气动热力特性的非线性方程组。通过对非线性方程组的求解, 找到发动机的共同工作点, 最终就可以确定发动机各截面参数和整机性能参数。

对于混合排气涡扇发动机, 平衡方程表现为如下 6 个误差方程^[1]

$$e_1 = \frac{N_{HT} \eta_{mh} - N_{Hext} - N_{HC}}{N_{Hext} + N_{HC}} \quad (1)$$

* 收稿日期: 2007-06-19 修订日期: 2008-02-19

作者简介: 杨 伟 (1982—), 男, 硕士生, 研究领域为飞机推进系统控制与监控。

Email: ysq821030@163.com

$$e_2 = \frac{N_{LT} \eta_{mL} - N_{Lext} - N_{LC}}{N_{Lext} + N_{LC}} \quad (2)$$

$$e_3 = \frac{p_{25} - p_{55}}{p_{25}} \quad (3)$$

$$e_4 = \frac{W_{4cor} - W_4 \sqrt{T_4^* / p_4^*}}{W_{4cor}} \quad (4)$$

$$e_5 = \frac{W_{5cor} - W_5 \sqrt{T_5^* / p_5^*}}{W_{5cor}} \quad (5)$$

$$e_6 = \frac{W_9 - W_7}{W_7} \quad (6)$$

式中 N_{HT} , N_{LT} 为高低压涡轮功, N_{HC} , N_{LC} 为高低压压气机的输出功, N_{Hext} , N_{Lext} 为高低压转子带动附件的输出功, p_b , p_i^* , T_i^* , W_b , W_{icor} 为对应截面的静压、总压、总温、燃气流量和换算流量。

仿真计算时, 需要给出 6 个预猜值: n_H , π_{CL} , π_{CH} , T_4^* , W_{4cor} 和 W_{5cor} 。令 $\mathbf{x} = [n_H, \pi_{CL}, \pi_{CH}, T_4^*, W_{4cor}, W_{5cor}]^T$, $\mathbf{y} = [e_1, e_2, \dots, e_6]^T$, 平衡方程求解问题即为求解如下的非线性方程组

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (7)$$

3 求解非线性方程组的混合智能方法

假设 $\mathbf{x}_0$ 为方程组 (7) 的解, $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$ 的反函数 $\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{y})$ 存在, 则有

$$f(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}, \mathbf{x}_0 = f^{-1}(\mathbf{0}) \quad (8)$$

如果能求得 $\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{y})$, 则可由式 (8) 方便地得到式 (7) 的解 $\mathbf{x}_0$ 。尽管 $\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{y})$ 的显式表达式不易求得, 但如果能够得到其映射数据 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, 则可以利用各种拟合方法逼近 $\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{y})$, 从而得到 $\mathbf{x}_0$ 。

这种映射数据可以由 $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$ 即发动机非线性仿真程序得到, 因而非线性方程组 (7) 的求解问题转化为寻找一种好的拟合方法, 利用已有的映射数据来精确逼近 $\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{y})$, 本文采用 BP 神经网络加以实现。

3.1 BP 神经网络原理

BP 神经网络由输入层、隐层和输出层组成。输入层神经元的输出等于输入, 而隐层和输出层第 j 个神经元的输出为

$$O_j = f\left(\sum_{i=1}^m w_{ji} O'_i\right) \quad (9)$$

式中 $f(\cdot)$ 为神经元的作用函数; w_{ji} 为上一层第 i 个神经元与本层第 j 个神经元的连接权值; O'_i 为上一层第 i 个神经元的输出; m 为上一层神经元的个数。隐层的作用函数一般为非线性的 Sigmoid 型函数, 输出层的作用函数则一般选线性函数。

对于给定的 N 个样本 $(\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p)$ ($p = 1, 2, \dots, N$), 输入信号 $\mathbf{x}_p$ 依次经过各层神经元处理后, 由输出层输出结果 $\mathbf{d}_p$, 则有总体误差

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^n (y_{pq} - d_{pq})^2 \quad (10)$$

式中 n 为输出维数。BP 算法利用梯度下降法调整网络权值, 使误差 E 达到最小, 具体算法详见参考文献 [3]。

3.2 混合智能方法

仿真计算发现, 单纯利用 BP 网络求解方程组 (7), 收敛较快, 但精度并不高。这主要是因为方程组的维数较高, BP 网络进入平台区后对权值的修正能力减弱, 若要通过增加网络层数和神经元个数的方法加以解决, 势必影响收敛速度。

反思 Newton-Raphson 法可以发现, 该方法尽管对初始值的要求较为苛刻, 但它在求解结果接近实际值时效率和精度均比较高, 因此可以综合二者的优点, 达到较好的求解结果。具体求解步骤如下:

(1) 对于平衡方程中的预猜值, 给定多组值 $\mathbf{x}_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 利用发动机非线性仿真程序得到误差向量 $\mathbf{y}_i$;

(2) 以 $\mathbf{y}_i$ 和 $\mathbf{x}_i$ 作为 BP 网络的输入输出样本, 对网络进行学习, 获取网络参数;

(3) 以 $\mathbf{y}_0 = [\mathbf{0}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]^T$ 作为输入仿真 (2) 中训练好的 BP 网络, 得到的输出近似为方程组 (7) 的解 $\mathbf{x}'_0$;

(4) 以 $\mathbf{x}'_0$ 作为初始值, 利用 Newton-Raphson 法求解方程组 (7), 得到模型的解 $\mathbf{x}_0$ 。

经过多次试验, 步骤 (2) 中神经网络采用 6-12-6 结构效果最好, 采用 Levenberg-Marquardt 训练算法, 以减少计算量和内存需求; 步骤 (4) 中的 Newton-Raphson 法可参考文献 [4], 迭代求解停止的准则取为 $e_i < 10^{-7}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$)。其实, 该方法的 (1) ~ (3) 即为单独利用 BP 网络求解方程组 (7) 的计算步骤。

4 求解结果分析

本文研究对象为混排加力涡扇发动机, 在 $H = 0$, $Ma = 0$, n_{Lcor} 工作点, 神经网络的学习样本选为 15 个,

$e = \sqrt{\sum_{i=1}^6 e_i^2}$ 为总的误差。对于 $\mathbf{x}'_0$ 和 $\mathbf{x}_0$, 分别有 $e = 3.21 \times 10^{-2}$ 和 $e = 5.49 \times 10^{-7}$ 。

可以看出, 尽管 BP 神经网络求解的 $\mathbf{x}'_0$ 精度不高, 但利用它作为 Newton-Raphson 法的初值, 求解的结

果却达到了相当高的精度。

表 1列出了利用传统的 Newton-Raphson法和混合智能方法求解发动机模型的部分计算结果,显示出智能方法良好的收敛性。进一步的仿真结果表明,该

方法可以在整个飞行包线范围内收敛。

在整个飞行包线范围内,选取了 20个工作点,结果表明本文方法的平均求解时间比遗传算法减少约 32%,因而比后者具有更高的求解效率。

Table 1 Convergence of two algorithms on some operation points

No	Operation point			Newton-Raphson	Intelligent method
	H / km	Ma	$n_{L,cor}$		
1	0	0.00	0.85	Convergent	Convergent
2	6	0.85	0.70	Convergent	Convergent
3	10	0.90	0.88	Nonconvergent	Convergent
4	5	1.30	0.58	Nonconvergent	Convergent
5	2.5	0.70	0.65	Convergent	Convergent
6	14	1.5	0.90	Nonconvergent	Convergent

5 结 论

通过理论分析和实例求解结果可以看出,本文提出的混合智能求解方法与原有的方法相比,具有以下优点:

(1)算法求解精度高。本文提出的混合智能方法,将神经网络获得的结果作为 Newton-Raphson法的初值,求解精度由 Newton-Raphson法予以保证,误差达到了 10^{-7} 的数量级,足以满足工程需要。

(2)与传统求解方法相比,该方法提高了发动机非线性数学模型的收敛范围,可以在整个飞行包线内收敛。

(3)与新兴的遗传算法相比,该方法大大提高了求解效率。遗传算法由于需要复杂的编码和个体间的操作技术,运算量大,在发动机的性能仿真特别是动态仿真中较为耗费时间。与传统方法相比,本文算法中 BP网络的训练过程可能占用额外的时间。但由于 BP网络仅为 Newton-Raphson法提供初值,无需太多的训练样本,因而对求解效率的影响有限。仿真结果表明,该方法平均求解时间比遗传算法减少约

32%。

综上所述,本文提出的混合智能方法,比传统求解方法的收敛性强,与遗传算法相比又提高了求解效率,因而具有一定的应用价值。

参考文献:

[1] 罗秀芹,朱林户,郑铁军. 航空发动机非线性数学模型的遗传算法 [J]. 空军工程大学学报 (自然科学版), 2004 5(3).

[2] 苏三买,廉小纯. 遗传算法在航空发动机非线性数学模型中的应用 [J]. 推进技术, 2004 25(3). (SU San-mai LIAN Xiao-chun Application of genetic algorithm in aero-engine nonlinear mathematical models[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004 25(3).)

[3] 刘金琨. 智能控制 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005 132~ 133

[4] 樊思齐,徐芸华. 航空推进系统控制 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995 107~ 109

(编辑: 郭振伶)