

S-A 模型在分离流动模拟中的改进^{*}

王丹华, 马 威, 陆利蓬

(北京航空航天大学 航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 基于湍流不平衡性的分析, 通过修正雷诺应力以及模型系数的计算, 提高了 S-A 模型在二维边界层以及三维叶栅的分离流动上的预估能力。修正后的 S-A 模型给出了与实验吻合较好的结果, 在对于分离流动的预估能力上优于原始模型。

关键词: 湍流模型; 分离; 边界层; 角区; 各向异性

中图分类号: V231 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2008) 05-0539-06

Modification of S-A turbulence model on separation flows

WANG Dan-hua MA Wei LU Lipeng

(National Key Laboratory of Aircraft Engine, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract Based on the analysis of the nonequilibrium of turbulence, by the modification of Reynolds stresses and model coefficient, S-A turbulence model was improved on the ability to predict separation flows of 2-D boundary layer and 3-D cascade. The results by modified S-A turbulence model are consistent with experiment, indicating better simulation for separation flows superior to the original model.

Key words Turbulence model; Separation; Boundary layer; Corner region; Anisotropic

1 引 言

近年来, 计算流体力学 (CFD) 有了非常重大的进展, 就叶轮机而言, 对总体性能和特性的预估已达到了较高的精度。目前国内外用于叶轮机的各种软件和程序中, 所用的湍流模型基本上都是基于 Boussinesq 的涡粘性假设 (1877)

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \epsilon \delta_{ij} \quad (1)$$

很多学者都对各种流动中湍流模型的预估性能做了大量的研究。例如, NATO 的 AGARD (Advisory group for aerospace research & development)^[1] 以及欧洲的 APPACET (Assessment of Physical Processes And Code Evaluation for Turbomachinery flows)^[2] 都进行了详细的数值研究, 结果表明没有一个单个的湍流模型对于叶轮机应用的预估是优于其它模型的。

角区分离易造成载荷降低、总压损失以及效率下

降。叶轮机中的三维分离的真实预估对于 CFD 来说还存在较大的挑战, 尤其是湍流模型。Gbadabo (2003, 2004)^[3, 4] 对于压气机叶栅进行了实验研究, 得到了详细的角区分离的信息。

作者之前通过 Fluent 软件完成了大量的数值研究^[5], 可以得出结论: 在预估类似吸力面和轮毂角区分离的流动中, 雷诺应力模型 (RSM) 在流动细节 (如分离结构) 以及叶栅总体性能方面均与实验结果较为相近。在目前没有 DNS 结果以及详尽的实验结果条件下, 可以将 RSM 模型计算的结果视为真实的物理流场。

众所周知 S-A 模型是在叶轮机流动模拟中最为常用的湍流模型。然而, Boussinesq 假设的限制以及模型的系数都是应用于平衡湍流的, 因而 S-A 模型无法较好的预估分离, 即使是在设计状态下。这里给出的两种修正 S-A 模型的方法可以提高其在分离流动中的预估能力。

* 收稿日期: 2007-07-27; 修订日期: 2008-02-29.

作者简介: 王丹华 (1979—), 女, 博士生, 研究领域为叶轮机内湍流模型的改进。

E-mail: anidh@sjp.buaa.edu.cn

2 理论方法

S-A 模型是由 Spalart 和 Allmaras (1992)^[6] 创建的, 并于 1994 年进行了模型系数的修正工作^[7]。在对于三维分离模拟的数值研究中, S-A 模型的结果显示出了要比实验结果更大的分离区域以及更高的出口总压损失值。对于此种流动, 引入了两种修正方法。

2.1 雷诺应力的修正

S-A 模型仍使用的是各向同性的湍流粘性, 并且无法考虑湍动能 k 计算中得到的雷诺正应力 ($-\rho \overline{u'u'}$, $-\rho \overline{v'v'}$, $-\rho \overline{w'w'}$) 出现了正值, 这是不合理的。因此采用两种方法尝试修正雷诺正应力的计算。

(1) 增加 k 的表达式

根据 Spalart 和 Allmaras (1994), 采用了如下的湍动能的表达式

$$k = \frac{\sqrt{2\nu_t} \sqrt{S_{ij}S_{ij}}}{3\alpha} \delta_y \quad (2)$$

这里的 ν_t 是运动学粘性系数, α 叫做结构常数, 它的表达式为

$$\alpha \equiv \tau / \rho \overline{q^2} = \frac{-\overline{\rho u w}}{\rho(u^2 + v^2 + w^2)} \quad (3)$$

Bradshaw 建议 α 值为 $0.15^{[8]}$ 。

(2) 强制雷诺正应力为负值

在计算的过程中, 如果 $-\rho \overline{u'u'_j} (i=j) > 0$ 则 $-\rho \overline{u'u'_j} (i=j) > -\epsilon$

这里 ϵ 是个无穷小量。这个方法容易导致数值的不连续且发散。当 $\epsilon > 1.0 \times 10^{-3}$ 时, 计算发散。

2.2 模型系数的修正

分离流动是一种很强的非平衡的湍流流动, 其中湍流的生成和耗散及其不平衡。原始 S-A 模型无法考虑在逆压梯度下非平衡湍流的特性, 无法正确模拟生成和耗散的关系, 模拟结果与实验有较大的差异。

S-A 模型的控制方程如下

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & C_{b1}[1-f_{t2}]S\epsilon - [C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}f_{t2}}{K^2}][\frac{\epsilon}{d}]^2 + \\ & \frac{1}{\sigma}[\cdot\cdot((v+\epsilon)\cdot\cdot\epsilon) + C_{b2}(\cdot\cdot\epsilon)^2] + f_{t1}\Delta U^2 \end{aligned} \quad (4)$$

方程的右边分别表示的是生成, 耗散, 扩散以及转捩。下标 b 代表的是与生成、扩散以及耗散相关的量, 而下标 w 代表的是与壁面相关, 而 t 代表转捩。

为了提高 S-A 模型对于分离流动的预估能力, 通

过对控制方程的分析可以发现, 修正模型中的系数可以较为精确的模拟非平衡状态下湍流生成和耗散的关系。

经过研究发现, 模型中的系数 C_{b1} 的影响最为显著, 修正 C_{b1} 可以进而修正生成和耗散的关系。原始模型中的 C_{b1} 是 0.135, 增大 C_{b1} 的值可以较好的调整生成和耗散的关系, 不同于二维分离的是, 文中三维叶栅的角区分离除了更强的逆压梯度以外, 还存在三维性以及曲率的影响, 其分离机理不同于二维分离流动, 湍流非平衡特性也不相同, 因此理论上讲 C_{b1} 的值也应有不同, 本文数值验证的结果也说明了这一点。

3 数值计算方法

本文所使用的数值模拟工具是由宁方飞^[9-10] 发展的一套 CFD 程序 MAP。它是基于求解 Euler 方程组和 Reynolds 平均的 Navier-Stokes 方程组的、可用于求解三维复杂流域中无粘及粘性、定常及非定常流动的数值模拟程序, 在其中应用了多种先进的数值方法, 例如求解对流数值通量的 AUSMDV 格式、求解离散系统的 GMRES 算法以及处理复杂几何域的网格分区方法等。本文中计算了两个算例, 分别是二维边界层和三维线性叶栅的分离流动。

3.1 二维边界层分离流动

此算例来自于 CFDVAL2004 工作组^[11-13] 的研究。使用 TIM 方法生成的网格, 数目是 346×101 , 如图 1 所示。边界条件设为压力入口和压力出口, 上下边界均为壁面, 下边界的第一层网格的 y^+ 约为 1。

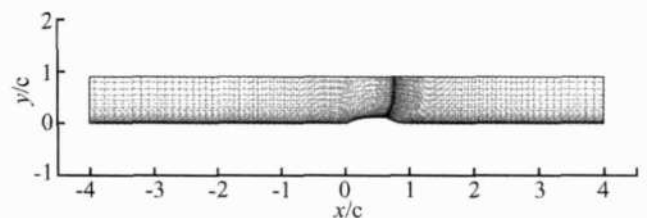


Fig. 1 2-D boundary layer meshes

3.2 PVD叶栅的三维分离流动

此算例来自于 Gladebo 进行实验研究的 PVD (Modem Prescribed Velocity Distribution) 线性叶栅^[13-14], 叶型及气动参数见表 1。网格仍使用 TIM 方法生成, 数目为 605 800, 如图 2 所示。进口边界条件参考实验结果给出分布, 壁面边界的第一层网格的 y^+ 也约为 1。

Table 1 Geonetric and aerodynam ic param eters
of PVD cascade

Chord/mm	151.5
s/c	0.926
h/c	1.32
t/c	0.1
$\alpha_1/(^\circ)$	41.0
Camber angle/ $(^\circ)$	42.0
Stagger angle/ $(^\circ)$	15.0
Incidence/ $(^\circ)$	0.0
$Re(\text{inlet})$	2.3×10^5

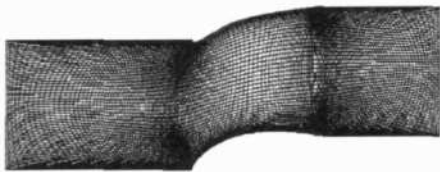


Fig. 2 3-D PVD cascade meshes

4 结果和讨论

4.1 雷诺应力的修正

图 3(a)列出了二维边界层流动中,增加 k 表达式的方法的修正结果,分别是在再附位置附近 ($x/c \approx 1.1$) 的两个位置 ($x/c = 1.1$ 和 $x/c = 1.2$) 处的平均速度和雷诺应力的分布。可以看到原始的 S-A 模型给出的平均速度型与实验相比差距较大,而且在壁面边界附近有回流区,与实验相比再附点在更远的下游

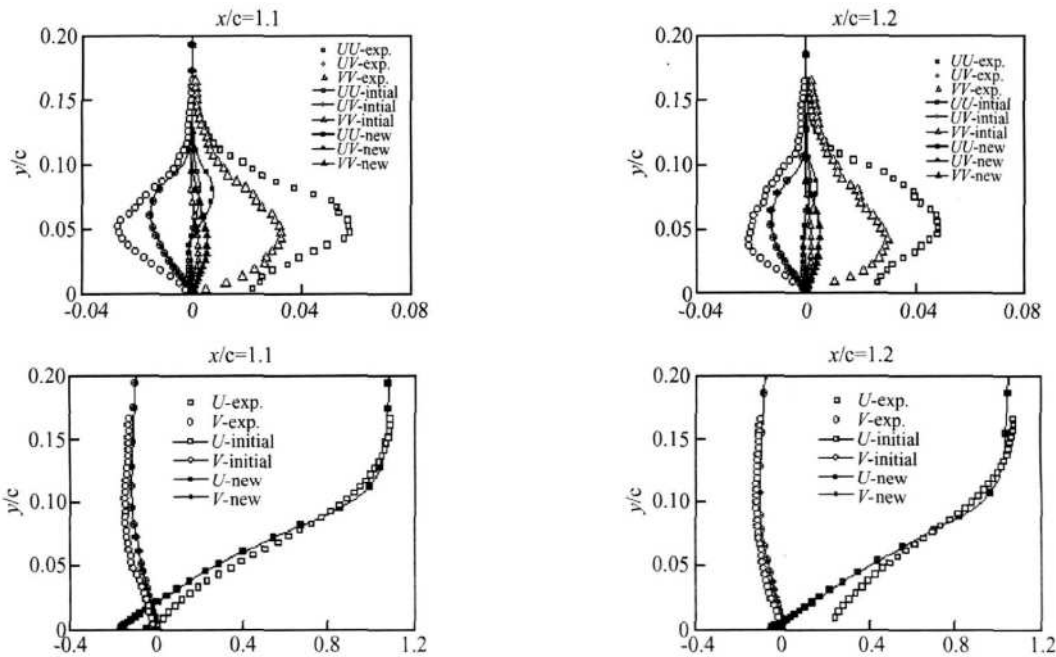
处。而修正后的模型对于平均速度型的预估没有给出显著的提高。在雷诺应力的计算中原始模型计算的幅值要远小于实验值,并且给出了不合理的正应力的正值区域。修正后雷诺正应力的幅值有了很大的变化,消除了部分的正值区域,但是仍然与实验有差距。而且这种修正对雷诺切应力没有影响。图 3(b)列出的是二维边界层同样位置处的强制雷诺正应力方法得到的结果。本算例中 ϵ 取值为 1.0×10^{-8} ,而 α 值是 0.15。修正前后的结果差别不大,只在雷诺应力上稍有变化。

图 4 是 PVD 叶栅吸力面和端壁面的极限流线图。实验中分离线起始于吸力面和端壁角区上距前缘 37% 弦长处,终止于尾缘上距端壁 60% 弦长处。分离区也很薄,并且在尾缘附近可见鞍点。然而原始 S-A 模型得出的是更大的分离区,通过两种雷诺应力的修正后随着 ϵ 值的增加,尾缘附近的分离区也变小变薄。本文中 ϵ 值是 1.0×10^{-5} ,当出现大的间断区域时程序会发散。同样由于间断问题, α 值不小于 0.1,本文中是 0.15。

图 5 列出的是 PVD 叶栅的出口总压损失分布。实验中的测量位置是距离尾缘 50% 弦长下游处。表达式为

$$Y_p = \frac{p_{01} - p_0}{p_{01} - p_1} \tag{5}$$

这里的分母是进口动压头, p_{01} 和 p_0 分别是进口总压和当地总压。



(a) K expression

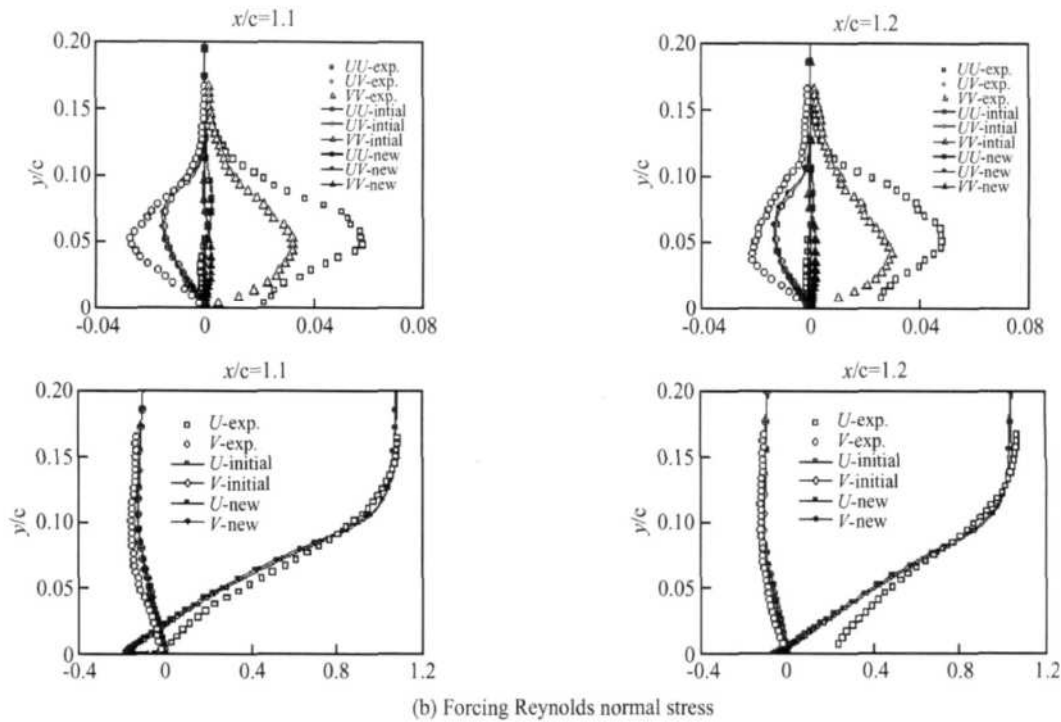


Fig. 3 Mean velocity and Reynolds stresses profile with modification of two methods

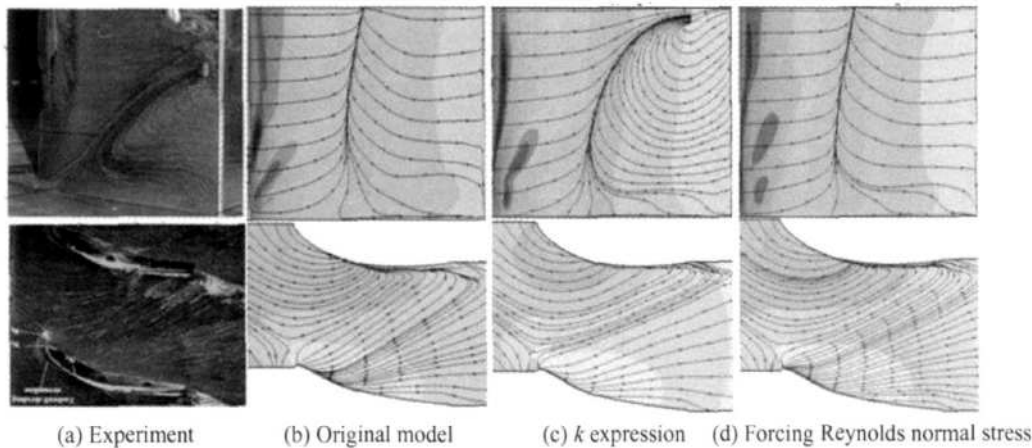


Fig. 4 Limiting streamlines on suction surface and endwall surface for PVD cascade

实验中最大损失为 60% 进口动压头, 高损失处接近端壁, 距吸力面 15% 弦长、距吸力面 17% 弦长的位置。原始 S-A 模型得到的最大损失高达 90%, 修正后分别为 0.85 和 0.9。虽然等值线分布形状与实验均很相似, 但前者更接近实验值。

从以上结果可以看出, 雷诺正应力的修正方法对于分离流动的预估能力的提高影响很小。下面对于雷诺正应力和切应力在对能量输运的不同作用进行分析。

如图 6 所示, 单位时间内通过雷诺切应力, 上一层流体对微元体所做的功为 $(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy) dx dz \cdot (u + \frac{\partial u}{\partial y} dy)$, 下一层流体对微元体所做的功为 $-(\tau_{yx}$

$dx dz) \cdot u$, 所以微元体净得的能量为 $\frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \cdot dx dy dz$ 。同理, 通过雷诺正应力, 微元体净得的能量为 $\frac{\partial(\sigma_x u)}{\partial x} dx dy dz$ 。

从数值上来讲, 当 $\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}$ (推广到三维就是 $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} (i \neq j) \gg \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (i = j)$) 时, $\frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \gg \frac{\partial(\sigma_x u)}{\partial x}$ 。由此可见:

从性质上来讲, 雷诺切应力和雷诺正应力在对机械能的输运上性质不同, 雷诺切应力是对上下层流体能量的输运, 而雷诺正应力是前后微团对微元体所作功的差别; 从做功数量上来讲, 大多数情况下, 雷诺切应力对能量的输运量远大于雷诺正应力对能量的输运

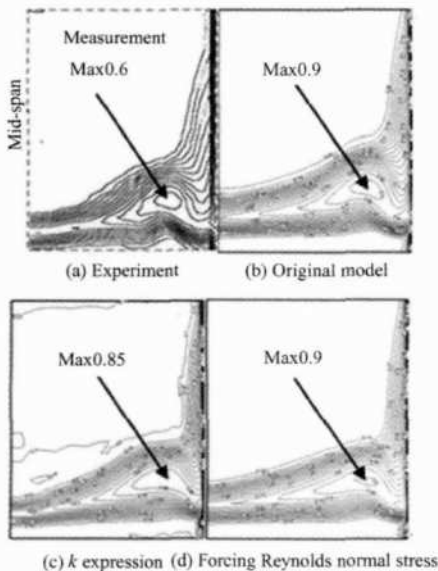


Fig. 5 Exit total pressure lost for PVD cascade

量。因此通过修正雷诺切应力来修正湍流生成和耗散的关系,效果将更加明显,可以从如下的结果中看出。

4.2 模型系数的修正

在二维分离流动的计算中对 C_{b1} 的值进行了研究,发现当 $C_{b1} = 0.2$ 时,在 $x/c = 1.1$ 和 1.2 的位置平均速度型的分布非常接近实验结果(如图 7)。这也说明了 C_{b1} 的修正可以使得 S-A 模型给出对于分离再附的准确预估。而原始的 C_{b1} 的值 (0.1355) 的结

果无法得到分离区域内湍流的不平衡性。

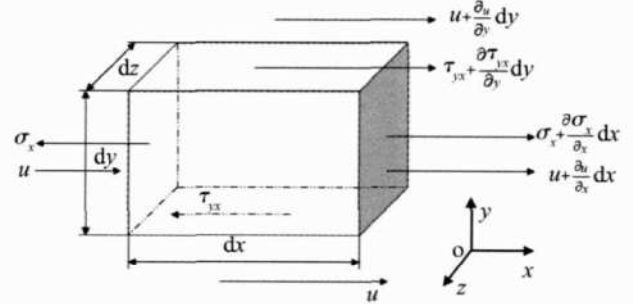


Fig. 6 Transportation of Reynolds stresses to flow energy

在复杂的三维分离流动中,由于曲率和逆压梯度的存在,流场表现出更加强烈的不平衡性特征。在 PVD 叶栅流场计算中,通过改变模型系数 C_{b1} 同样可以改进对湍流生成和耗散的不平衡关系的预估,大量的数值研究表明 C_{b1} 为 0.24 时无论在流动细节方面还是在总体性能上都可以给出较好的结果。这里 C_{b1} 值大于二维分离情况,其原因前面已经分析。

修正后叶栅吸力面和端壁面的极限流线图与实验结果更为相近(如图 8),比较好的捕捉到了角区分离的特征。如前所述,原始 S-A 模型对于最大损失的预估值为 0.9 要显著高于实验值 0.6。这里修正后的模型可以得到 0.7 的损失值,明显优于原始模型(如图 9)。

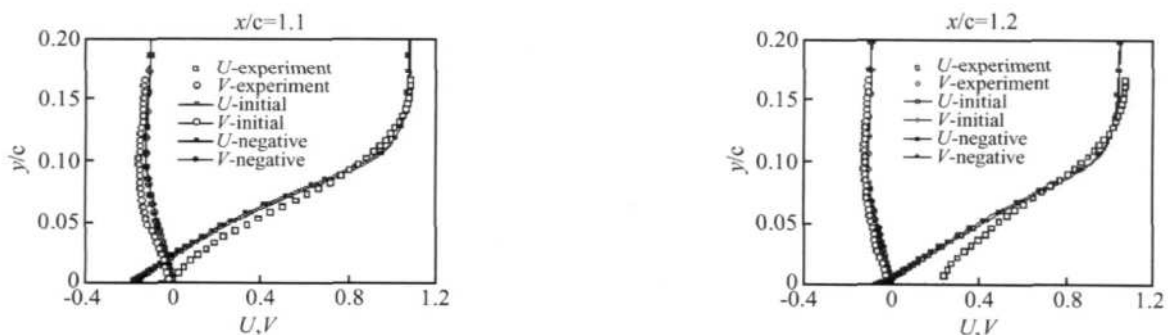


Fig. 7 Mean velocity and Reynolds stresses profile with modification of model coefficient

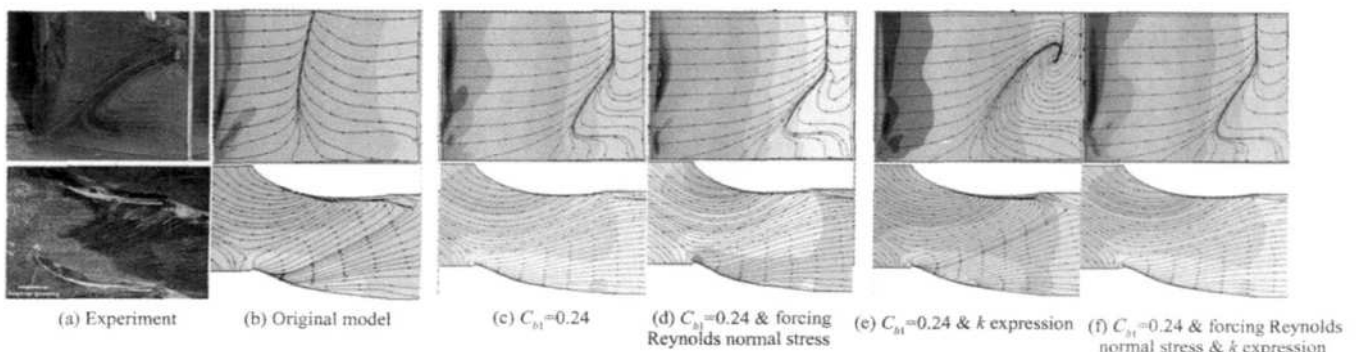


Fig. 8 Limiting streamlines on suction surface and endwall surface for PVD cascade

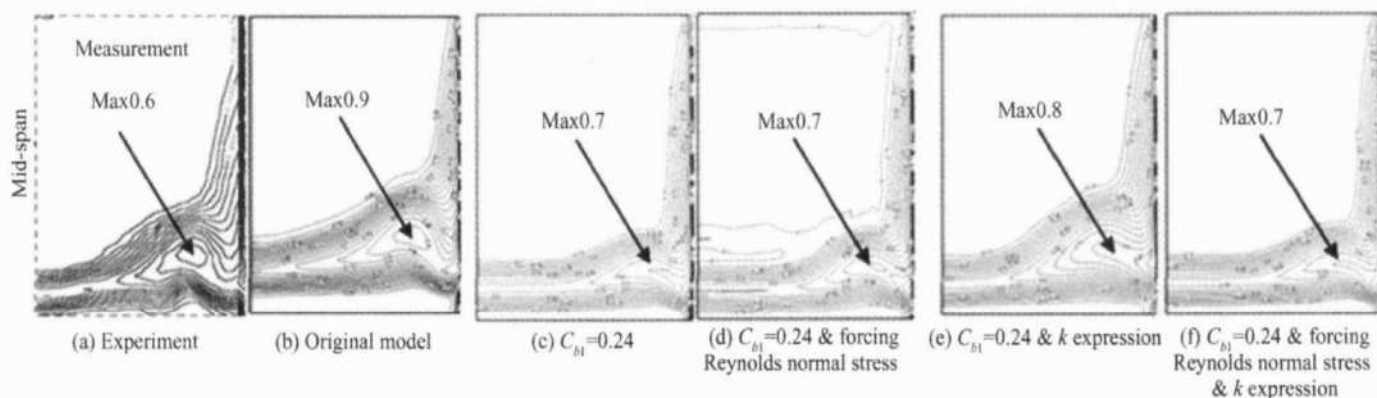


Fig. 9 Exit total pressure lost for PVD cascade

值得一提的是将雷诺应力和模型系数混合修正的方法得到的结果与实验结果吻合的也较好(如图 8 (d)、(e)、(f)和 9(d)、(e)、(f)),也证明了修正后的 S-A 模型对于分离流动的模拟预估能力较修正前有了进一步的提高。

5 结 论

S-A 模型由于无法考虑湍动能 k 而导致对于雷诺应力的计算有所不足甚至出现不合理的值。然而通过研究发现进行雷诺应力修正后的 S-A 模型对于分离流动的预估能力的提高并不明显。

分离流动是一种很强的非平衡的湍流流动,其中湍流的生成和耗散及其不平衡。通过本文的理论分析和数值模拟研究发现 C_{bl} 的取值会影响 S-A 模型对湍流非平衡性的预估,研究结果表明对于分离流动的计算 C_{bl} 的值均应增大,按照本文方法修正后的 S-A 模型可以提高对湍流分离流动的模拟精度。关于 C_{bl} 如何取值的定量关系有待于进一步对各种不同分离流动情况大量详细的研究。

致 谢: 感谢北京航空航天大学能源与动力工程学院宁方飞老师在本文研究工作中的帮助和指导,同时感谢航空发动机数值仿真研究中心提供 Fluent 软件的使用。

参考文献:

- [1] Dunham J. CFD validation for propulsion system components [R]. AGARD AR-355, 1998
- [2] Gregory-Smith D G. Presentation to QNET CFD workshop [C]. 2nd QNET-CFD Workshop on quality and trust in the industrial applications of CFD, Lucerne, May, 2002
- [3] Gbadebo S A. Three-dimensional separations in compressors [D]. University of Cambridge, United Kingdom,

2003

- [4] Gbadebo S A. Three-dimensional separations in axial compressors [R]. ASME GT 2004-53617.
- [5] 王丹华, 王百方, 陆利蓬. 压气机叶栅角区三维分离流动的数值研究 [C]. 中国工程热物理学会第十一届年会论文集热机气动热力学, 2005
- [6] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows [R]. AIAA 1992-0439
- [7] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows [J]. La Recherche Aérospatiale, 1994 (1): 5~21.
- [8] Bradshaw P, Ferriss D H, Atwell N P. Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 28(3).
- [9] 宁方飞. 考虑真实几何复杂性的跨音压气机内部流动的数值模拟 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2002
- [10] Ning Fangfei, Li Xu. Numerical investigation of transonic compressor rotor flow using an implicit 3D flow solver with one-equation spalart-allmaras turbulence model [R]. ASME 2001-GT-0359.
- [11] Sellers W L, Rumsey C L. CFD validation of synthetic jets and turbulent separation control [R]. Williamsburg Virginia NASA Langley Research Center 2004
- [12] Rumsey C L, Catski T B, Sellers W L, et al. Summary of the 2004 CFD validation workshop on synthetic jets and turbulent separation control [R]. AIAA 2004-2217.
- [13] David Greenblatt, Paschal Keith B, Yao Chung-Sheng. A separation control CFD validation test case Part I: baseline & steady suction [R]. AIAA 2004-2220

(编辑: 郭振伶)