

# 涡轮叶尖间隙泄漏涡不稳定性分析\*

李 伟, 乔渭阳, 许开富

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

**摘 要:** 结合 Rains 间隙泄漏涡模型和长波不稳定性理论, 应用高雷诺数  $k-\epsilon$  湍流模型加壁面函数, 基于压力修正的三维计算流体力学程序, 对某一轴流涡轮平面叶栅叶尖间隙流场进行仿真, 通过将叶尖间隙泄漏涡与其在机匣表面镜像形成的虚拟泄漏涡组合成一对泄漏涡, 对涡轮叶尖间隙泄漏涡的不稳定性进行了分析, 并计算了五个不同叶尖间隙高度下泄漏涡的最不稳定的波长及对应的频率。结果表明, 利用长波不稳定性理论可以预测叶尖泄漏涡的不稳定性和最不稳定的波长及对应的频率, 从而为采用合成射流控制方法去控制涡轮叶尖泄漏涡提供理论基础。

**关键词:** 叶尖间隙高度<sup>+</sup>; 叶尖间隙泄漏涡<sup>+</sup>; 不稳定性; 数值仿真

**中图分类号:** V231      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-4055 (2008) 02-0204-04

## Unsteadiness of tip clearance vortex in turbine

LIW ei, QIAO W eiyang, XU K aifu

(School of Power and Energy, Northwestem Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

**Abstract** A pressure-correction based 3D Reynolds-averaged Navier-Stokes equations with high Reynolds-Number  $k-\epsilon$  turbulence model and wall function CFD code was used to simulate the tip leakage flow filed in a linear turbine cascade. Based on the Rains model of tip clearance vortex and long wave instability theory, regarding the tip leakage flow and its dummy vortex imaged by the casing wall as a couple of vortex, the instability of tip leakage vortex was analyzed. The most unstable wavelength and its frequency of tip leakage vortices under five different tip clearance heights are calculated. The results show that the long wave instability theory can predict the instability and the most unstable wavelength and its frequency of tip leakage vortex, which can lay a theoretic foundation for synthetic jet to control the tip leakage vortex.

**Key words** Tip clearance height<sup>+</sup>; Tip leakage vortex<sup>+</sup>; Instability; Numerical simulation

## 1 引 言

近年来,随着流动控制技术的发展和合成射流技术在航空航天领域得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。在涡轮叶尖间隙流动控制方面,为了减小涡轮叶尖间隙泄漏流及其产生的损失,在机匣内壁开一系列空腔以利用合成射流对叶尖间隙泄漏流进行控制。文献[2]介绍了在压气机平面叶栅上进行的叶尖间隙泄漏流主动实验,结果表明当合成射流的频率与叶尖泄漏涡中最不稳定的波的固有频率相一致时,可以最大限度地增加叶尖泄漏流和主流的混合,减少损失。

压气机的研究大多集中在性能和稳定性两个方面。压气机泄漏流动与稳定性(旋转失速和喘振)联系在一起,而涡轮工作不存在稳定性问题,因此国内外关于涡轮叶尖间隙泄漏涡不稳定性的研究很少。但相对于压气机而言,涡轮叶尖泄漏流动更为严重,引起的损失要大,几乎占涡轮总损失中的三分之一<sup>[3]</sup>。研究涡轮叶尖泄漏涡的不稳定性可以获得叶尖泄漏涡中最不稳定的波的波长及其对应频率,可为采用合成射流控制在其控制频率的选择上提供理论基础。另外涡轮通道中流动变化剧烈,涡系复杂,对叶尖泄漏涡的不稳定性分析可以加深对涡轮通道内部

\* 收稿日期: 2007-01-04 修订日期: 2007-07-03。

基金项目: 国家自然科学基金 (10377011)。

作者简介: 李 伟 (1981—), 男, 博士生, 研究领域为推进系统气动热力学。E-mail: weil98105199@yahoo.com.cn

二次流的理解,对提高涡轮效率有很大意义。本文结合长波不稳定性理论,在数值模拟获得涡轮平面叶栅叶尖间隙流场的基础上,分析了涡轮叶尖间隙泄漏涡的不稳定性,并计算了泄漏涡中最不稳定的波长及其对应的频率,这可为合成射流在涡轮叶尖间隙泄漏控制的应用上提供理论基础。

## 2 长波不稳定性理论

一对反向旋转的尾涡运动的动力学可以用线涡近似模型和 Biot-Savart 公式来表达,图 1 为一对尾涡的示意图。 $xz$  平面位于未扰尾涡系的平面内, $x$  轴指向展向, $z$  轴指向下游, $y$  轴与涡系平面垂直。局部坐标系随涡系的平均位置移动。涡对间距为  $b$ , 涡强为  $\pm\Gamma_0$ 。设  $(x_n, y_n, z_n)$  是第  $n$  根涡丝上一点的未扰动位置,它受到轴向波长为  $2\pi/k$  的谐波扰动后的瞬时位置矢量为  $\mathbf{r}_n$ , 从而确定诱导速度  $\mathbf{v}_n$ 。经过若干运算,最后可得到扰动增长率为

$$\sigma_s = \pm [1 + (kb)K_1(kb) - (kb)^2 S(kz_0)]^{1/2} \times [1 - (kb)K_1(kb) - (kb)^2 K_0(kb) + (kb)^2 S(kz_0)]^{1/2} \quad (1)$$

其中

$$S(kz_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{\cos(kz_0) - 1}{(kz_0)^2} + \frac{\sin(kz_0)}{kz_0} - Ci(kz_0) \right)$$

当  $\sigma$  是正实数时,扰动位移呈指数增长,则不稳定。当  $\sigma$  是纯虚数时,扰动稳定。对于反对称模可以用同样的方法求出(具体推导见文献[4~6])。

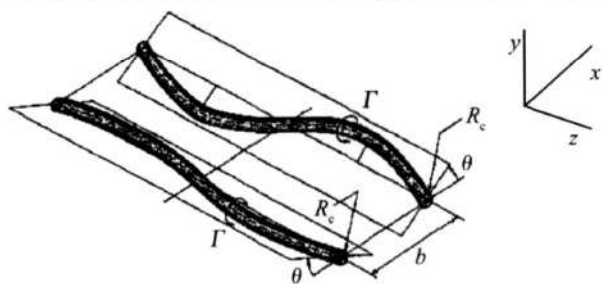


Fig. 1 Schematic of trailing vortex instability<sup>[2]</sup>

## 3 泄漏涡的镜像及其与尾涡对的类比

若在机匣处对叶尖泄漏涡进行镜像,这样形成一对涡轮叶尖泄漏涡,如图 2 所示。如果确定了涡核半径  $R_c$  和分离距离  $b$ , 通过应用长波不稳定性理论分析这对反向旋转的泄漏涡,进而获得最不稳定的波长及其相应频率。

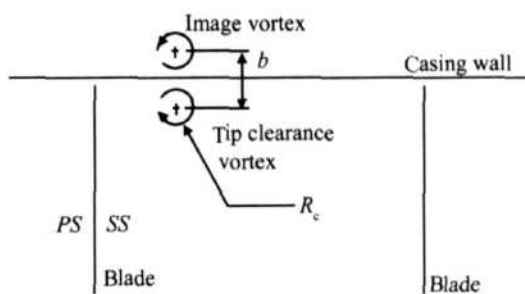


Fig. 2 Schematic of tip clearance vortex and its image<sup>[2]</sup>

定义总压损失系数  $\xi$  如下:  $\xi = (p_{inlet} - p_{local}) / Q_m$ , 其中  $p_{inlet}$  为进口总压,  $p_{local}$  为当地总压,  $Q_m = 1/2\rho U_m^2$  为叶片中径处的动压头,  $\rho$  为密度,  $U_m$  为叶片中径处速度。假设涡轮叶尖间隙泄漏涡涡核的圆心在最大总压损失系数处,如图 3 中标识为“+”处。泄漏涡的半径  $R_c$  由 Rains 模型<sup>[7]</sup>提供的公式来确定, Rains 从二维非定常流的角度来对叶尖间隙流动的卷起进行建模,并假设流动无粘而且沿着弦长压力面和吸力面之间的压差为常数,且将泄漏涡的运动看作是一系列与无因次时间量  $i^*$  相关的涡街运动,即

$$i^* = x \sqrt{(\Delta C_p)} / \tau$$

式中  $x$  为流向距离,  $(\Delta C_p)$  为弦向平均载荷。涡核的无因次量半径  $R_c^*$  仅仅是无因次时间量  $i^*$  的函数,即  $R_c^* = f(i^*)$ , 数值计算表明函数  $f(i^*)$  可以由  $0.14 (i^*)^{0.85}$  来近似,则涡核半径  $R_c$  表示如下

$$R_c = 0.14 \times x^{0.85} \tau^{0.15} ((\Delta C_p))^{0.425}$$

为了计算  $R_c$ ,  $x$  近似为弦长  $C$ ,  $(\Delta C_p)$  为中径处弦向平均载荷。叶尖间隙高度分别为 1.0% 叶高和 2.5% 叶高时,叶栅通道出口处的叶尖泄漏涡核半径如图 3 所示。在切向方向泄漏涡拉长是因为在出口截面总压测量面和主流方向有个相对角,即叶片出口角,泄漏涡在展向上不变。

## 4 数值方法和计算网格

将长波不稳定性理论应用于涡轮叶尖间隙泄漏涡不稳定性研究中,首先要确定涡轮叶尖泄漏涡核中心,进而确定分离距离  $b$ , 然后求出叶片中径处弦向平均载荷,再结合 Rains 模型去确定泄漏涡核半径  $R_c$ , 这样将泄漏涡半径  $R_c$  和距离  $b$  代入长波不稳定性理论当中即可预测涡轮叶尖泄漏涡的不稳定性,并且可以获得涡轮通道中最不稳定的波长及其对应频率,若合成射流控制器在这个频率下对涡轮叶尖

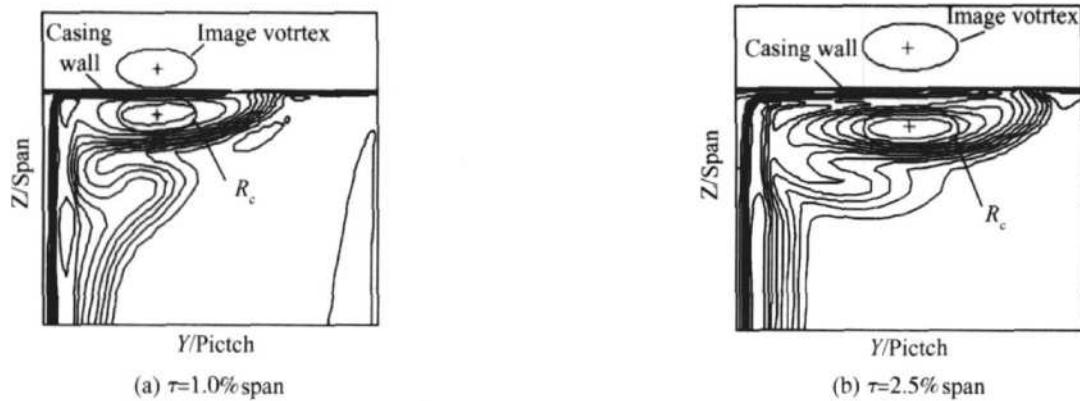


Fig. 3 Tip clearance vortex core estimated using Rains model and location of maximum loss coefficient

间隙泄漏流进行控制即可获得最佳效果<sup>[2]</sup>。而在文中  $R_c$  和  $b$  是通过数值模拟才获得的, 因此本文结合基于压力修正的三维计算流体力学程序, 通过求解直角坐标系下雷诺平均  $N-S$  方程来获得涡轮通道内部三维稳态粘性流场。数值离散格式采用有限体积法, 空间离散采用二阶迎风格式, 时间离散采用五步龙格-库塔法, 湍流模型采用高雷诺数  $k-\epsilon$  湍流模型加壁面函数。另外, 为了加速收敛, 采用多重网格和残差光滑这两种技术。具体内容见文献 [8-9]。

数值模拟所采用的计算网格拓扑结构如图 4 所示, 其中主流区和叶尖间隙区域分别采用二维 H 型网格和三角网格沿径向积叠而成, 计算网格沿轴向取 150 个节点, 周向取 60 个节点, 径向取 100 个节点, 其中 1.0% 算例中叶尖间隙区域占 30 个节点, 叶尖间隙节点数随着叶尖间隙高度变化而变化, 但保持叶尖间隙区域节点的物理尺度相等。进口边界到叶片前缘的距离为一倍轴向弦长, 尾缘到出口边界距离为两倍轴向弦长。进口和出口边界条件分别采用压力

进口和压力出口边界条件。

## 5 算例

运用长波不稳定性理论去分析这对反向旋转的泄漏涡, 将  $R_c$  和  $b$  当作输入去计算最不稳定的波长。通过波数无因次量  $\beta$  和振幅增长率  $\alpha$  的色散关系, 对 1.0% 叶高算例中的  $\alpha$  和  $\beta$  的关系进行了计算, 如图 5(a), 在图 5(a) 中某点处振幅增长最大, 即  $\alpha_{max}$ , 该点对应的波数为增长最快的波数  $\beta_{max}$ ,  $\beta_{max}$  仅仅是  $R_c/b$  的函数, 如图 5(b)。

图 6 为根据式 (1) 计算出来的对应于对称模态的稳定性图。如果在某一区域特征值是实数, 泄漏涡不稳定, 说明这时泄漏涡对之间的自诱导克服其相互之间的互诱导; 反之则稳定, 说明这时泄漏涡的互诱导比其相互之间的互诱导要强。  $\delta$  为无因次量的截断距离。并对涡轮叶尖间隙高度分别为 0.5%, 1.0%, 1.5%, 2.0% 和 2.5% 叶高的涡轮叶尖间隙泄漏涡的流场进行了计算, 均落在不稳定区域, 这说明这五个涡轮叶尖间隙泄漏涡都不稳定, 这和文献 [2]

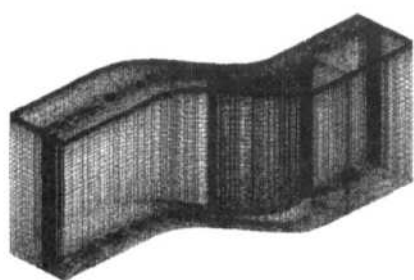


Fig. 4 Computational grid in the passage

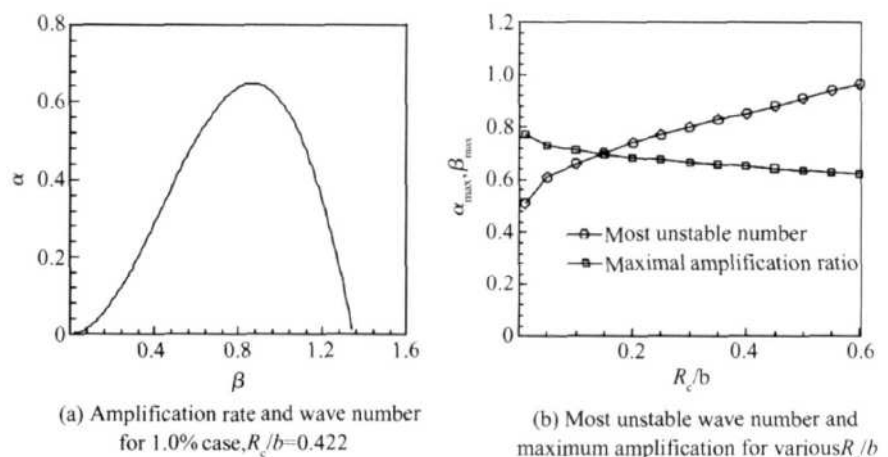


Fig. 5 Amplification rate and most unstable wave number

中结果相似。

图 7 显示的是估算的  $R_c/c$  和  $b/c$  和增长最快的波长  $\lambda/c$  及其频率之间的关系, 图中没有显示  $b < 2R_c$  对应区域, 这是因为这在实际中不存在。图 7 (a) 表示给定的  $R_c/c$  和  $b/c$  下增长最快的波长, 并在图中显示了五个不同叶尖间隙高度下其泄漏涡不稳定波中最不稳定的波长, 图 7 (b) 为最不稳定的波长所对应的频率。结果表明增加涡轮叶尖间隙高度, 泄漏流量增大, 从而形成更大的叶尖间隙泄漏涡, 使得涡变得更加不稳定, 其最不稳定波的波长也增加,

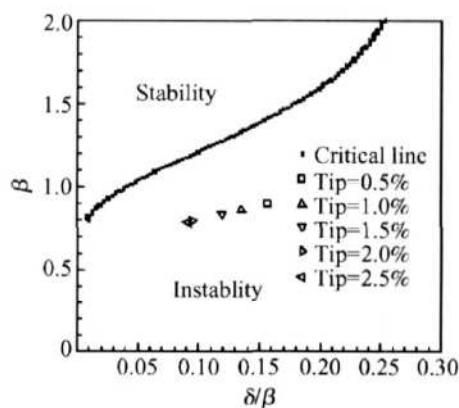


Fig. 6 Stability diagram and calculated results

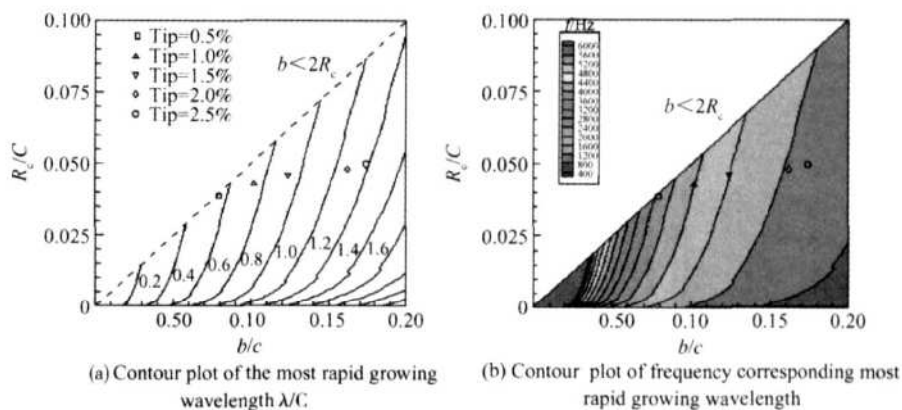


Fig. 7 Contour plot of most rapidly growing wavelength and the corresponding frequency as function of vortex core radius and separation distance

其相对机匣镜像形成的虚拟泄漏涡组成的涡对之间的自诱导克服其互诱导引起。

(2) 通过对涡轮叶尖泄漏涡不稳定性进行分析, 可以得出泄漏涡中最不稳定波的波长及其对应频率, 这可为合成射流在涡轮叶尖间隙泄漏控制中的频率选择提供理论基础。当采用合成射流控制器对涡轮叶尖间隙泄漏流进行控制时, 若控制器在这个频率下工作, 则可获得最佳效果。

(3) 涡轮叶尖间隙距离增大, 其泄漏涡中最不稳定的波长增大, 频率降低。这是由于增大涡轮叶尖间隙高度会使泄漏流量增大, 从而形成更大的泄漏涡, 泄漏涡的不稳定性加强, 最不稳定波的波长也增大, 频率降低。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Bewley Thomas R. Flow control new challenges for a new renaissance[ J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2001, 37 (1).
- [ 2 ] Jinwoo Bae Active control of tip clearance flow in axial compressors[ D]. *Massachusetts Institute of Technology*,

频率降低。若合成射流控制器在最不稳定波的波长对应的频率工作, 则可获得对涡轮叶尖间隙泄漏流进行控制的最佳效果。

## 6 结 论

(1) 用长波不稳定性理论分析涡轮叶尖间隙泄漏涡的稳定性, 证明涡轮叶尖间隙泄漏涡是不稳定的, 这可加深对涡轮叶尖泄漏涡以及涡轮通道中涡系的理解, 进而为提高涡轮效率打下理论基础。泄漏涡的不稳定性可看作是由涡轮叶尖间隙泄漏涡和

2001

- [ 3 ] Xiao Xinwen Investigation of tip clearance flow physics in axial flow turbine rotors[ D]. *The Pennsylvania State University*, 2001.
- [ 4 ] Crouch J D. Instability and transient growth for two trailing-vortex pairs[ J]. *Journal of Fluid Mechanics* 1997, 35: 311~ 330
- [ 5 ] Crow S C. Stability theory for a pair of trailing vortex[ J]. *AAA Journal*, 2003, 41( 7A ).
- [ 6 ] 尹协远, 孙德军. 旋涡流动的稳定性[ M]. 北京: 国防工业出版社, 2003
- [ 7 ] Rains D A. Tip clearance flows in axial flow compressors and pumps[ D]. *California Institute of Technology*, 1954
- [ 8 ] Xiao Yun in, Amano R S. Leakage flow over shrouded turbine blades[ R]. *ASME 2000-GT-193*
- [ 9 ] Liu I, Bozzola R. Three-dimensional Navier-Stokes analysis of tip clearance flow in a linear turbine cascades[ J]. *AAA Journal*, 1993, 31( 1).

(编辑: 郭振伶)