

运用 GAO-YONG 湍流模型对扩压器内跨声速流动的数值模拟^{*}

伏晓艳, 高 歌

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 运用 GAO-YONG 可压缩湍流方程组, 采用同位网格 SMPLE 算法, 对扩压器跨声速流动中的二维激波/湍流边界层干扰现象进行了数值模拟。将计算得到的流场的时均参数与实验值进行比较, 数值模拟结果在激波强度、壁面压力分布以及分离点和再附点位置等方面, 与实验值吻合较好, 表明 GAO-YONG 可压缩湍流方程组能够比较准确的模拟较强激波/湍流边界层干扰流动, 从而进一步为 GAO-YONG 湍流模型的正确性及其在可压缩流场模拟方面的适用性提供了佐证。

关键词: 湍流; 数值计算; 激波/湍流边界层干扰; GAO-YONG 可压缩湍流方程⁺

中图分类号: V231.21 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2008) 02-0139-04

Numerical simulation of transonic flows in a diffuser with GAO-YONG turbulence equations

FU Xiao-yan, GAO Ge

(Coll. of Energy and Power Engineering, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract The two-dimensional shock wave/turbulent boundary layer interactions in a diffuser is numerically investigated by solving GAO-YONG compressible turbulence equations and using SMPLE algorithm on non-staggered grids. Comparison of the computational results of the time-averaged parameters with corresponding experimental data shows that the shock strength, pressure along the wall surface, separation point and reattachment point agree well with the experimental data. The computational results indicate that the GAO-YONG compressible turbulence equations can well and truly simulate shock wave/turbulent boundary layer interactions in transonic flows. This numerical simulation can further prove the correctness and the applicability of the GAO-YONG compressible turbulence model.

Key words Turbulent flow; Numerical calculation; Shock wave/turbulent boundary-layer interaction; GAO-YONG compressible turbulence model[†]

1 引 言

在高速飞行条件下, 飞行器(如火箭、飞机、导弹等)上存在着大量的激波/湍流边界层相互干扰的现象, 如飞行器的可控表面、进气道等。激波/湍流边界层干扰常发生在跨、超声速流动中, 导致压力损失、流动分离和振荡等现象的产生, 从而影响飞行器及其组件的表面形状、结构安全、材料选择、疲劳寿命以及热防护系统的设计等。在可压缩流动中, 流体的可压缩

性带来的激波、激波/湍流边界层干扰以及随之而来的分离流的数值模拟通常是十分困难的, 复杂的几何形态和流动机理和现在通用的湍流模式固有的缺陷增加了模拟的失真程度。因此, 在可压缩湍流流动计算中, 湍流模型的选取对数值计算结果好坏的影响是至关重要的。

GAO-YONG 湍流方程组是基于侧偏平均方法获得的湍流方程, 在不可压流领域已经成功进行了大量的基础流动现象的模拟, 对圆射流/平面射流异常现

^{*} 收稿日期: 2006-12-28 修订日期: 2007-06-18

作者简介: 伏晓艳 (1980—), 女, 硕士, 研究领域为计算流体相关研究。Email: fuxiaoyanx@126.com

象、不可压平板边界层自然转捩、后台阶分离流动、顶盖驱动方腔流动等典型湍流计算难题的计算都取得了很好的计算结果^[1,2]。在 GAO-YONG 不可压湍流方程组的基础上, 如果认为 Morkovin 假定成立, 同时采用 Favre 平均, 引入能量方程、状态方程, 并对因流体的可压缩性而引起的新的关联项进行模化, 便可推导出 GAO-YONG 可压湍流方程组。目前, 运用 GAO-YONG 可压湍流方程组已成功地模拟了可压缩流体的平板边界层流动^[3]。

扩压管道中的跨声速流动是一种计算激波/湍流边界层干扰现象的常用算例。这类流动存在着激波以及由激波引起的分离流等复杂现象, 可以对湍流模式和计算方法进行严格考验。因此, 本文采用 GAO-YONG 可压缩湍流模型对 Saben 扩压器中的跨声速流动进行了数值模拟, 以此研究 GAO-YONG 可压缩湍流模型对激波/边界层干扰问题的模拟能力。

2 控制方程及计算方法

2.1 控制方程

GAO-YONG 可压湍流方程组依靠理性分析推出, 可较为准确的模拟统计平均流动, 能较好的反映湍流的物理实质。GAO-YONG 可压湍流方程组由平均流连续方程、动量方程、能量方程; 漂移流连续方程、动量方程; 状态方程以及机械能方程组成 (平均量省去上标, 漂移量有波浪上标), 方程具体推导过程以及公式的详细说明可参见文献 [1~3]。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^T) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} ((\rho E + p) u_j) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} ((\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^T) u_i - q_j - q_j^T) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\rho \alpha_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\rho \alpha_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \alpha_i u_j) = - \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot$$

$$(\rho u_i \alpha_j + p \delta_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^T - \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^T) \quad (5)$$

$$p = \rho R T \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(\rho \frac{\partial}{\partial x_j})^n u_i] \cdot \alpha_i}{n!} = \rho \left(- \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i \alpha_j + p \delta_{ij}) + \right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^T - \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^T) - \frac{d u_i}{d t} \right) \quad (7)$$

式中 ρ, u, p 分别为平均流的密度, 速度, 压力; α, p 分别为漂移流的速度, 压力。E 为总能量, q_j, q_j^T 分别为层流热通量和湍流热通量

$$E = e + \frac{1}{2} u_i u_i = C_p T - \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u_i u_i \quad (8)$$

$$q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad q_i^T = -k_T \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (9)$$

$\sigma_{ij}, \sigma_{ij}^T$ 分别为平均流的层流应力和漂移流的层流应力, 遵循广义牛顿定律所规定的应力和变形率关系; $\sigma_{ij}^T, \sigma_{ij}^{TT}$ 分别为平均流的湍流应力和漂移流的湍流应力。以平均流湍流应力为例

$$\sigma_{ij}^{(1-2)} = 2\mu_{ij} \epsilon_{ij}^{(1-2)} - \frac{2}{3} \mu_{LL} \epsilon_{LL}^{(1-2)} \delta_{ij} \quad (10)$$

$$\mu_{ij} = |\xi_j| + |\xi_i|, \quad \xi_j = \rho \epsilon_j \alpha_i \quad (11)$$

式中 I, J, L 为伴随标, 不参与求和约定。 ξ_j 为各向异性涡粘系数张量, 由漂移位矢 ϵ_j 与漂移流 α_i 并矢构成, 漂移位矢 ϵ_j 由机械能式 (7) 得到。由式 (10)、(11) 可以得到正交坐标系下的本构关系

$$\sigma_{ij}^{(1-2)} = C_{ij} \epsilon_{ij}^{(1-2)} \quad (12)$$

有了正交向异性坐标系下粘性系数矩阵 C_{ij} 后, 通过正交向异性坐标系与空间坐标系 $X-Y$ 的坐标转换矩阵来求出 $X-Y$ 坐标系下的粘性系数矩阵 D_{ij} , 进而得到 $X-Y$ 坐标系下的本构关系

$$\sigma_{ij} = D_{ij} \epsilon_{ij} \quad (13)$$

以上式中, $(T, \mu, k, R, K, C_p, Pr) = (\text{温度}, \text{粘性系数}, \text{热传导系数}, \text{气体常数}, \text{比例常数} (\mu_0 T_0^{0.72}), \text{等压比热}, \text{普朗特常数})$, 且有

$$(\mu, k, k_T) = (KT^{0.72}, C_p \mu Pr, C_p \mu Pr_T) \quad (14)$$

实际数值计算中采用 GAO-YONG 可压湍流方程组的无量纲形式, 即

$$(x^*, y^*, z^*) = (x, y, z) / L, \quad (u^*, v^*) = (u, v) / a_1$$

式中 L 为特征长度, a_1 为来流总声速; $\tilde{\rho} = \rho/\rho_0$, ρ_0 为来流总密度; $T^* = T/T_0$, T_0 为来流总温; $p^* = P/(\rho_0 a_1^2)$, $h^* = h/a_1^2$ 。

2.2 数值计算方法

本文数值计算方法采用可压缩流动的同位网格 SMPLE 方法^[4,5]。动量方程中扩散项是二阶导数, 对它采用中心差分格式离散, 不会对计算造成什么困难, 所以本文中扩散项采用中心格式离散。而对流项是一阶导数, 在其离散格式的选取上, 应尽量选取那

些既可以克服或减轻假扩散又可以提高对流项稳定性的一些格式。本文中对流项离散采用二阶精度的 HPLA 格式^[5]离散,这是一种具备有界性的高阶组合格式,较之其它不具有有界性的高阶格式 (SUD, QUICK, TUD 等),这种格式可以有效地克服振荡及越界现象,使计算结果有较高的准确度。同时,为了避免使用非交错网格所引起的非物理压力波动,对有限体积界面上的速度采用了 RHIE-CHOW 动量插值^[5,6],得到的五对角代数方程组采用 TDMA 方法交替迭代求解。

传统上, SMPLE 算法通常用于不可压缩流动的计算,这种方法通过将连续方程转化为压力修正方程来实现压力和速度的耦合。但与不可压缩 SMPLE 算法仅需要进行速度、压力的耦合相比,可压缩 SMPLE 算法的主要区别就在于在压力修正方程中引入了由于密度修正值所导致的附加项,而密度修正值是用压力修正值来表示的,因此通过求解压力校正方程就可以得到能够反映压缩性影响的压力修正值,进而实现压力的修正,即可压缩 SMPLE 算法需要进行速度、压力、密度三者之间的耦合。本文计算中,密度的插值格式采用一阶迎风与中心差分混合格式^[5]

$$\rho_e = \rho_e^{\text{UD}} + \alpha_p (\rho_e^{\text{CDS}} - \rho_e^{\text{UD}})$$

式中 e 表示控制体界面, FUD 表示一阶迎风, CDS 表示中心差分, α_p 为松弛因子。这种格式比迎风格式精度更高,有比中心格式更好的对流稳定性。

3 算例及计算结果分析

选取文献 [7, 8] 提供的 Saibén 扩压器内的跨声速流动问题作为算例,考察 GAO-YONG 湍流模型在计算跨声速激波/湍流边界层干扰问题时的有效性。

此扩压器下底平直,上壁为一曲面,构成收缩-扩张通道。进口高度为 62.1 mm,出口高度为 66 mm,喉道高度为 $H = 44$ mm (喉道高度为无量纲时的长度特征尺度)。

参照文献 [7, 8] 所述实验算例,流场计算时,在固体壁面采用无滑移边界条件,压力和密度一阶外

推;在进口边界上给定总温 T_0^* (292 K)、总压 p_0^* (135 kPa) 和进气角 (0°),速度量外推;在出口边界上给定反压 p_b ,其余各量外推。以滞止气流条件和喉道高度为特征尺度的雷诺数为 $Re = 0.33917 \times 10^6$ 。

如图 1 所示,流向计算域的选取为从 $\bar{X} (=X/H) = -4.00$ 到 $\bar{X} (=X/H) = 8.60$, $\bar{X} = 0.0$ 为喉道位置。本文采用一种双边界代数方法生成扩压器二维网格,保证物理区域不变形以及网格与边界的正交性;同时在上下壁面附近予以网格加密,以确保在壁面湍流边界层有足够的计算网格;另外在激波出现区域网格也适当加密,以便精确捕捉激波。

在本文的数值计算中,扩压器出口压比取值为 $R_p = p_b/p_0^* = 0.72$ 。实验测量发现,此时扩压器内出现强激波,存在分离流,同时出现了激波和边界层干扰现象。图 2 图 3 给出了流场等压力线分布和流场等马赫数线分布,从图中可以看出激波与壁面边界层相互作用很强,激波弯曲严重。图 3 中还可以看到激波后上下壁面边界层都急剧加厚,上壁面更严重;波前马赫数为 1.335 与实验值的波前马赫数 1.347 吻合较好。

图 4 给出了上壁面分离区的示意图。在文献 [9] 中采用 JK 模型和 B-L 模型对此扩压管算例进行了计算。采用 JK 模型计算所得上壁面激波后分离流动再附点位置为 7.6 而采用 B-L 模型计算所得的激波后分离流动再附点位置则为 8.4 两种模型的计算结果都与实验值的 6.0 有较大差异。

但从图 4 中可以看到,本文的计算结果在上壁面激波后,边界层在 2.1 处开始分离,在 6.5 处再附,与实验值所测的在 2.0 处分离,在 6.0 处再附都符合较好。对比表明,本文的计算结果明显好于文献 [9] 中所采用的 JK 模型和 B-L 模型。

本文共采用了三套网格 (99×55 , 99×65 , 99×75) 对 Saibén 扩压器实验算例进行了数值计算,主要是纵向网格逐渐加密。下面分别给出在这三套网格数下的上、下壁面压力分布计算值与文献 [7, 8] 中给出的实验数据的对比结果。

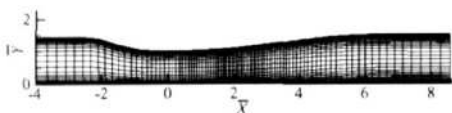


Fig. 1 Grids of diffuser

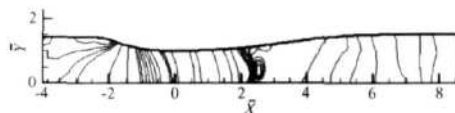


Fig. 2 Pressure contours distributions



Fig. 3 Mach number contours distributions

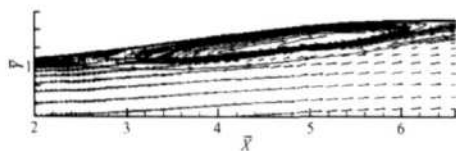


Fig 4 Separation zone on top wall

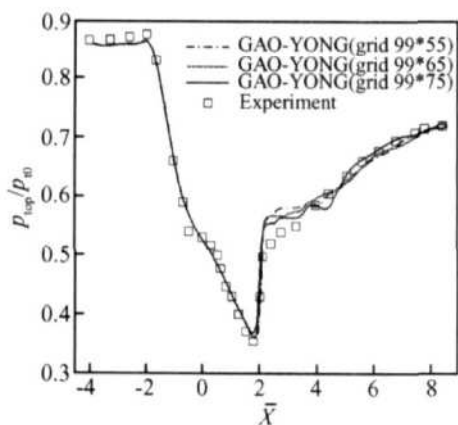


Fig.5 Top wall pressure distributions

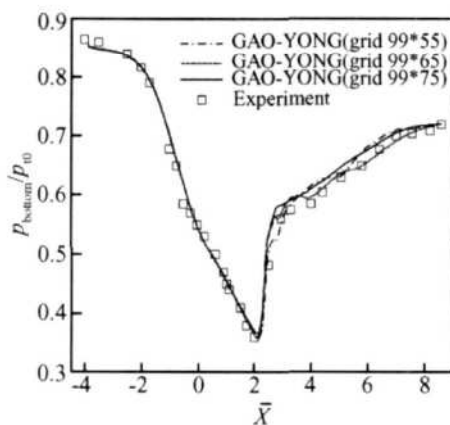


Fig.6 Bottom wall pressure distributions

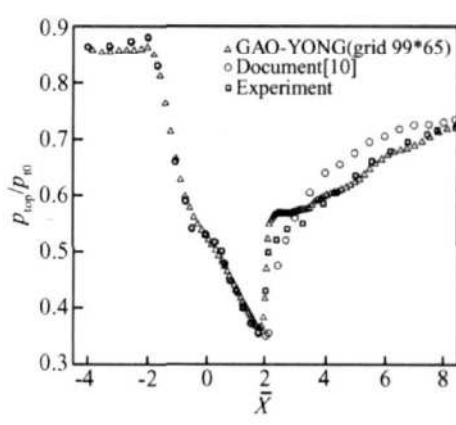


Fig.7 Comparison of top wall pressure

见, 本文所得的计算结果在激波后的压力模拟方面明显好于文献 [10] 中采用 B-L 模型所得的计算结果。同时可以看出, 在比较精细的网格下, 本文计算得到的上壁面压力平台也更加明显。

此外, 从图 5 可见, 本文上壁面压力分布的计算结果在分离区内还有比较大的振荡, 激波后压力恢复点也过高, 这些问题将有待于进一步研究。

4 结 论

总体来说, GAO-YONG 可压缩湍流方程组对 Sa-
ben 扩压器中跨声速流动的激波 / 湍流边界层干扰现象的数值模拟是成功的, 数值计算所得到的激波位置, 激波强度, 分离点和再附点的位置以及上下壁面压力分布都与实验值吻合很好。表明 GAO-YONG 可压缩湍流模型是完全适合可压缩湍流问题中的激波 / 边界层干扰问题的计算的, 这也进一步为 GAO-YONG 湍流模型的适用性与正确性提供了佐证。

参考文献:

- [1] Ge Gao, Yan Yong. On incompressible turbulent flow: partial average based theory and applications[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2005, 43(4): 399~407.
- [2] Ge Gao, Yan Yong. Partial average-based equations of

从图 5 图 6 所示的对比结果来看, 采用这三套网格都能较好模拟激波位置、激波强度以及分离区, 激波分辨率也都比较高。

图 7 给出了计算上壁面压力时, 本文计算结果和文献 [10] 的计算结果与实验值的对比。从图中可

incompressible turbulent flow [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2004, 39(9): 1407~1419.

- [3] 高歌, 任鑫. 使用 GAO-YONG 方程组对可压湍流平板边界层的数值模拟 [J]. *航空动力学报*, 2004, 19(3): 289~293.
- [4] Przulj V, Basara B. A simple-based control volume method for compressible flows on arbitrary grids [R]. *AAA* 2002-3289.
- [5] 陶文铨. 计算传热学的近代进展 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [6] Rhie C M, Chow W L. A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation [J]. *AAA Journal*, 1983, 21(11): 1525~1532.
- [7] Bogar T J, Saiben M, Krutil J C. Characteristic frequency and length scale in transonic diffuser flow oscillations [R]. *AAA* 81-1291.
- [8] Bogar T J, Saiben M, Krutil J C. Characteristic frequencies of transonic diffuser flow oscillations [J]. *AAA Journal*, 1983, 21(9): 1232~1240.
- [9] 韩振学, 方 韧, 钟子兵. 扩压器内跨音速湍流的数值模拟 [J]. *航空动力学报*, 1997, 12(3): 279~282.
- [10] 韩振学, 方 韧, 纪永春. 激波-边界层-分离流相互干扰三维湍流的数值模拟 [J]. *航空动力学报*, 1998, 13(2): 144~148.

(编辑: 梅 瑛)