

基于对角占优的航空发动机多变量控制^{*}

李华聪, 吴志琨, 韩小宝

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 提出了以对角占优为基础, 结合线性矩阵不等式进行航空发动机多变量控制系统频域预补偿器的设计。该方法通过使用有界实引理, 将多变量频域预补偿器的设计问题与线性矩阵不等式的求解方法相结合, 以达到削弱航空发动机多变量控制系统强耦合的目的。仿真验证表明, 该方法有效地削弱了通道间的耦合, 降低了控制器的阶次。

关键词: 航空发动机; 线性矩阵不等式⁺; 对角占优⁺; 预补偿器

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2007) 06-0665-04

A multivariable control based on diagonal dominance for aeroengine

LI Hua-cong WU Zhi-kun HAN Xiao-bao

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract A design method for pre-compensator in frequency domain of aeroengine multivariable control system based on diagonal dominance and the method of linear matrix inequalities (LMI) is presented. The conception of LMI and the design in frequency domain of diagonal dominance achieving pre-compensator are connected by bounded real lemma (BRL), and this method is aimed at reducing the effects of interactions in aeroengine multivariable systems. The improvement in reducing the interactions and the order of the controller is verified by simulation.

Key words Aeroengine; Linear matrix inequalities (LMI)⁺; Diagonal dominance⁺; Pre-compensator

1 引 言

航空发动机控制系统是一种典型的、复杂的多变量控制系统, 变量之间相互关联, 存在较强的耦合。为减小这种耦合作用, 降低控制器复杂度, 产生了对象的对角化思想。其思路主要有两种: 一是对角分解法, 该方法以特征轨迹和正规矩阵设计方法为代表; 其次是预补偿方法, 1969年由英国学者 Rosenbrock提出, 随后又有由 Hawkins提出的伪对角化方法 (Pseudo-diagonalization) 和 Johnson等对伪对角化方法的改进, 以及 Mees和 Munro对 Perron-Frobenius理论的改进^[1~3]为代表, 但是这两种方法都存在着对设计频率选择敏感, 补偿后对象的对角占优度随频率变化大的缺点。对于航空发动机这样一种非线性、强耦合的对象, 本文给出了一种以对角占优为基础, 结合

线性矩阵不等式的求解方法进行多变量控制系统频域预补偿器设计方法。仿真结果表明, 该方法有效地克服了上述方法的不足, 取得了较好的效果。

2 多变量频域预补偿器设计

2.1 问题的提出

图 1所示为航空发动机多变量控制系统框图, 其中 $G(s)$ 为被控对象, $K(s)$ 为对角占优预补偿器, $K_c(s)$ 为控制器, $G_p(s)$ 为对角占优预补偿后的被控对象。

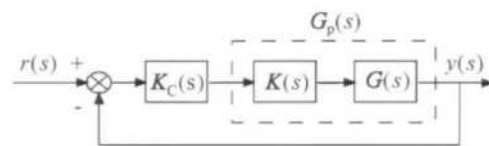


Fig 1 Multivariable control structure of aeroengine

* 收稿日期: 2006-09-13 修订日期: 2006-12-05.

作者简介: 李华聪 (1962—), 男, 硕士, 副教授, 研究领域为航空发动机控制元件和控制系统。

Email: lihuacong@nwpu.edu.cn

理想状况下,设计目的是寻求预补偿器 $K(s)$ 使得补偿后的系统 $G_p(s) = G(s)K(s)$ 成为具有如下形式的对角系统

$$G_p(s) = \text{diag}[q_1(s), q_2(s), \dots, q_n(s)] \quad (1)$$

实际上当 $G_p(s)$ 满足行(或列)对角占优,即系统为对角占优系统时,就可以把一个多变量系统的设计问题简化为由该系统的各对角元构成的 n 个单变量系统的设计问题^[1-3],从而达到简化控制器结构的目的,同时预补偿器 $K(s)$ 的结构也将大大简化。为使所设计的预补偿器结构简单且物理可实现,取 $K(s)$ 为常数矩阵 K 作为预补偿器。

2.2 预补偿器设计

(1) 对角占优预补偿器 K 存在应满足的条件

设 $G(s) = M + N(s)$, 其中 $G(s) \in H_\infty^{n \times n}$ 是复矩阵, $M \in C^{n \times n}$ 且非奇异, $N(s) \in C^{n \times n}$, 根据基本占优定理^[2-4]可知, M 为 $G(s)$ 的主导项当且仅当谱半径

$$\rho(M^{-1}N(s)) < 1 \quad (2)$$

取预补偿器 K , 令 $MK = I$ 即有

$$G(s)K = I + N(s)K \quad (3)$$

则由式(1)得预补偿器 K 应满足如下条件

$$\|N(s)K\|_\infty = \|G(s)K - I\|_\infty < 1 \quad (4)$$

这样预补偿器 K 的设计问题就转化为了 H_∞ 框架下的以 I 为参考模型的开环模型匹配问题。

(2) IMI 概念和有界实引理的应用

对于非对角占优的连续系统 (A_0, B_0, C_0, D_0) , 有 $G_0(s) = C_0(sI - A_0)^{-1}B_0 + D_0$, 其对角占优预补偿后的系统为 (A, B, C, D) , 根据有界实引理结果^[5]以及对角占优预补偿器 K 存在应满足的条件式(4), 可以将预补偿器 K 的设计问题归结为如下 IMI 约束的优化问题

$$\min_{\omega} \gamma \quad s.t. \quad \begin{vmatrix} AP + PA^T & BK & PC^T \\ K^T B^T & -\gamma I & K^T D^T - I \\ CP & DK - I & -\gamma I \end{vmatrix} < 0 \quad (5)$$

3 对角占优预补偿器设计方法在航空发动机控制系统中的应用

3.1 发动机线性模型

某型航空发动机双输入双输出系统的状态方程如下

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad A, B, C, D \in R^{2 \times 2}$$

式中状态变量 $x = [n_H, n_L]^T$, 分别为航空发动机的高压转子和低压转子转速, 系统输入 $u = [m_p, A_8]^T$, 分别为航空发动机的主供油量和尾喷口面积, 系统输出 $y = x$, 即为 n_H, n_L , 此时 $C = I, D = 0$ 。

图1所示航空发动机多变量控制系统框图中, $r(s)$ 为 n_H, n_L 的参考输入 n_{Hr}, n_{Lr} 。

根据某型涡扇发动机非线性模型, 采用抽功法建立小偏离增量形式模型。按文献[6]所划分的飞行包线区域, 选取其中一子区域中飞行条件为 $H = 10$ km, $Ma = 1.2$, $PCNC = 96\%$ 的点进行控制器设计。该点所对应的对象传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 7.64s + 14.12} \cdot \begin{bmatrix} 0.624s + 2.79 & 0.865s + 2.94 \\ 0.763s + 3.38 & 2.11s + 6.88 \end{bmatrix}$$

3.2 对角占优预补偿器及控制器设计

对所取对象进行对角占优性分析, 如图2所示。图2为对象带行 Gershgorin 圆的逆乃奎斯特阵列 (NA) 图。根据系统具有对角占优的充分必要条件^[3]: 系统各对角元的 Gershgorin 带均不包含原点。由于图2中第二行第二列对角元的 Gershgorin 圆包含原点, 可知该系统明显不具备对角占优性。因此需设计预补偿器使得系统具有一定的对角占优性。

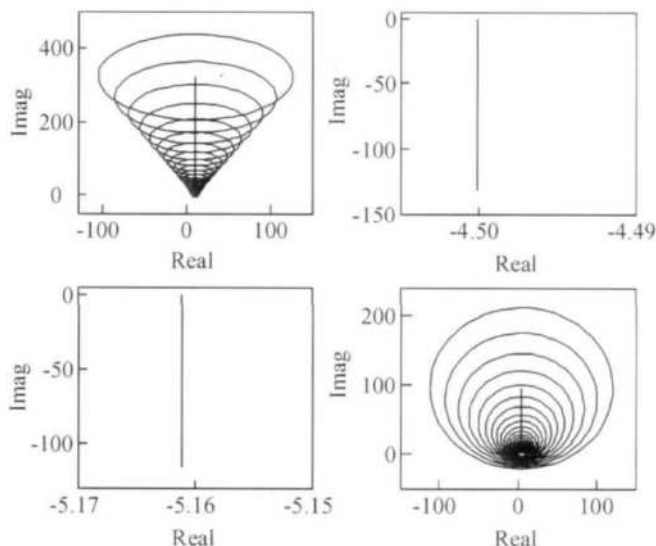


Fig 2 NA with row Gershgorin discs for $G(s)$

根据上述预补偿器设计方法可得预补偿器为

$$K = \begin{bmatrix} 8.83 & -9.32 \\ -3.14 & 6.89 \end{bmatrix}$$

图3为对角占优预补偿后的带行 Gershgorin 圆的逆乃奎斯特阵列图。由系统具有对角占优的充分必要条件可以发现经过预补偿后的设计对象获得了

较好的对角占优性。

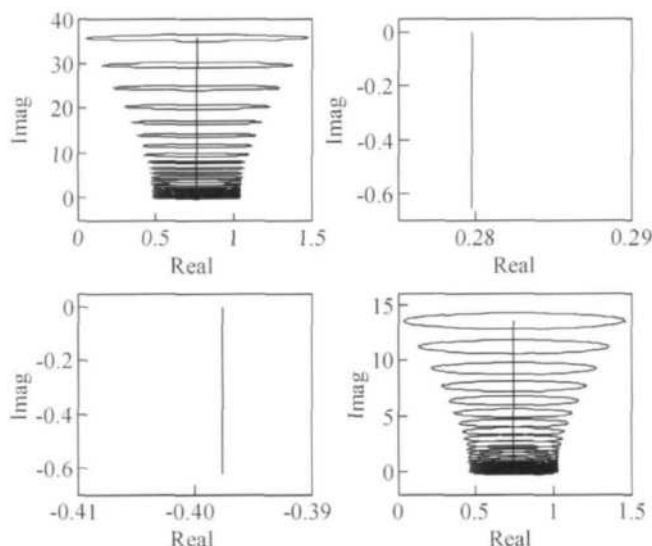


Fig 3 NA with row Gershgorin discs for $G(s)K$

图 4 为设计对象对角占优预补偿前和预补偿后的行占优比图, 其中虚线为原对象的行占优比, 实线为对象预补偿后的行占优比。对行占优比的分析也充分说明了经过预补偿后的系统其行占优比得到了较大的改善。

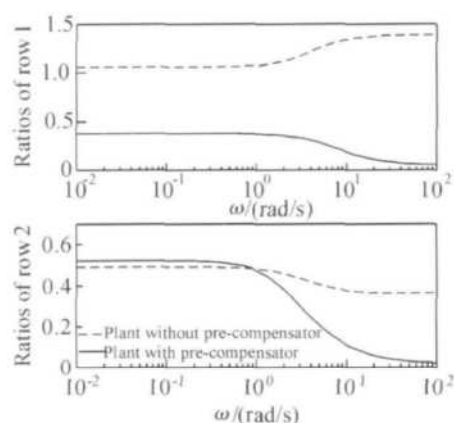


Fig 4 Ratios plot of row dominance

经过以上对角占优预补偿器的设计, 系统获得了较好的对角占优性, 即可用单变量系统的设计方法对系统的各对角元分别进行控制器的设计。

针对图 1 所示的控制系统, 设计 PI 控制器 $K_C(s) = \text{diag}[K_{C1}(s), K_{C2}(s)]$, 其中,

$$K_{C1}(s) = K_{C2}(s) = \frac{6.95s + 16.87}{s}$$

3.3 控制系统仿真及结果分析

图 5 和图 6 分别为在 $H = 10 \text{ km}$, $Ma = 1.2$, $PCNC = 96\%$ 飞行条件下, 参考输入 n_{Hr} 和 n_{Lr} 分别为单位阶跃时, 发动机 n_H 和 n_L 的响应。从仿真结果可以发现, 该方法对系统的解耦是成功的, 两个通道间的耦

合得到很好的抑制, 通道间交联衰减的很快, 满足控制系统要求。

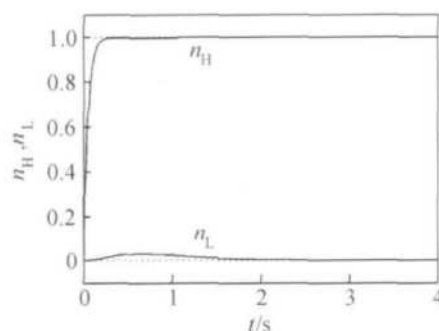


Fig. 5 Step response of n_{Hr} at $H = 10 \text{ km}$ and $Ma = 1.2$

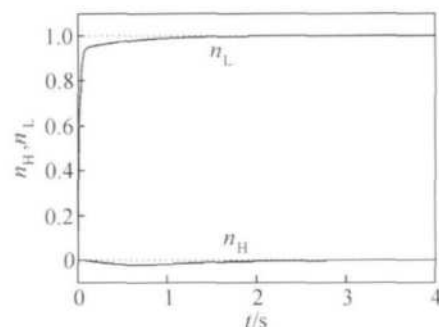


Fig. 6 Step response of n_{Lr} at $H = 10 \text{ km}$ and $Ma = 1.2$

将上面所设计的对角占优预补偿器和 PI 控制器用于所选子区域中, 选取其它不同工况和飞行条件下的点进行发动机控制系统仿真, 系统响应如图 7 至图 10 所示。图 7 和图 8 为在 $H = 11 \text{ km}$, $Ma = 1.5$, $PCNC = 95\%$ 的飞行条件下, n_{Hr} 和 n_{Lr} 分别为单位阶跃时, 发动机 n_H 和 n_L 的响应; 图 9 和图 10 为在 $H = 5 \text{ km}$, $Ma = 0.7$, $PCNC = 93\%$ 的飞行条件下, n_{Hr} 和 n_{Lr} 分别为单位阶跃时, 发动机 n_H 和 n_L 的响应。由图 7 至图 10 的仿真曲线可以发现, 在偏离设计点的飞行条件下, 系统也表现出良好的性能, 通道间的耦合得到了抑制, 具有较好的解耦效果, 同时系统响应时间短, 能够满足系统的控制要求。

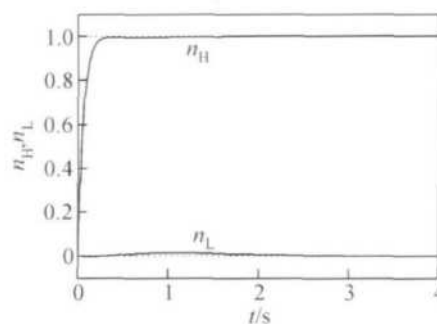


Fig 7 Step response of n_{Hr} at $H = 11 \text{ km}$ and $Ma = 1.5$

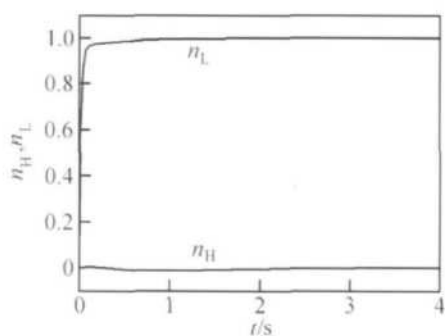


Fig. 8 Step response of n_{Lr} at $H = 11$ km and $Ma = 1.5$

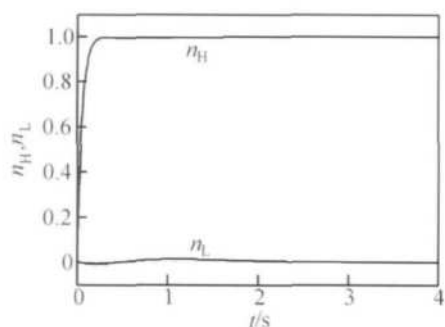


Fig. 9 Step response of n_{Hr} at $H = 5$ km and $Ma = 0.7$

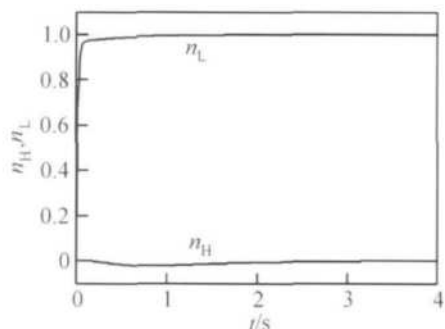


Fig. 10 Step response of n_{Lr} at $H = 5$ km and $Ma = 0.7$

4 结 论

仿真研究表明,本文提出的采用线性矩阵不等式求解对角占优预补偿器的方法,能够有效地将非对角优势系统转化为对角优势系统。将该方法应用到航空发动机控制系统设计中,可使双输入双输出的发动机控制系统设计问题简化为两个单变量系统的设计问题,从而降低控制器设计难度以及复杂度。该方法对航空发动机双变量解耦控制是可行和有效的,它能够满足航空发动机控制系统的设计要求。

参考文献:

- [1] Nobakhti A, Munro N, Porter B. Evolutionary achievement of diagonal dominance in linear multivariable plants [J]. *Electronics Letters*, 2003, 39(1).
- [2] Chughtai S S, Nobakhti A. A systematic approach to the design of robust diagonal dominance based MIMO controllers [R]. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference 2005, Seville, Spain, December 12-15, 2005*.
- [3] 吴 麒, 高黛陵. 控制系统的智能设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [4] Yeung L F, Bryant G F. New dominance concepts for multivariable control systems design [J]. *International journal of control*, 1992, 5(4).
- [5] 俞 立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [6] 陶 涛. 航空发动机鲁棒控制研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 1997.

(编辑: 张奕春)