

航空发动机状态空间模型约束预测控制^{*}

乔洪信¹, 樊思齐¹, 杨 立², 王红宇²

(1 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072 2 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076)

摘要:为了解决航空发动机约束预测控制器的设计问题, 针对状态空间模型, 经推导将无约束的二次型性能指标式转换成有约束的二次型性能指标式, 采用二次规划方法计算出有约束预测控制量。按无约束和有约束, 模型匹配和不匹配分别对某型发动机进行仿真计算, 取得了不同约束条件对发动机动态性能和静态性能的影响情况, 并举例将仿真数据转换成物理数据。仿真结果符合物理规律, 计算方法得到验证。

关键词:航空发动机; 多变量控制⁺; 约束预测控制⁺; 二次规划

中图分类号: V233.7 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055(2005)06-0548-05

Constrained predictive control based on state space model of aero-engine

QIAO Hong-xin¹, FAN Si-qi¹, YANG Li², WANG Hong-yu²

(1 Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China 2 Airforce First Research Institute, Beijing 100076, China)

Abstract In order to resolve the design problem of constrained predictive controller of aero-engine, the unconstrained quadratic model performance index formula is changed to constrained quadratic model performance index formula based on the state space model of aero-engine, and the constrained predictive control variables are calculated by adopting quadratic programming method. Calculation and simulation of dynamic and static performance of some aero-engine are performed respectively according to the unconstrained and constrained condition on model matched and non-matched. The data of dynamic and static performance of the aero-engine are obtained in different constrained conditions. The study shows that the calculating results accord with physics rule and the calculating method is validated.

Key words Aero-engine Multivariable control⁺; Constrained predictive control⁺; Quadratic programming

1 引言

在航空发动机控制过程中, 其控制量和被控制量实际上受到各种物理条件的限制。例如, 对于控制量之一的喷口面积来说, 最大或最小喷口面积受到机械或液压的限动, 喷口的收放速度也不可能无限制的增大; 对于被控制量转速或排气温度来说, 出于安全考虑, 不能超过某一限制值, 等等。此外, 系统中各种传感器也受测量范围的限制, 因此, 完全无约束控制系统并不存在。怎样使设计的控制器及其控制算法进一步贴合实际, 取得真正有效的控制, 确保控制性能优越, 是需要研究解决的问题。约束预测控制为此提

供了有效的解决途径。多年来, 国内外学者对约束预测控制理论及其应用进行了大量的研究, 取得了很多成果, 但在航空发动机约束预测控制研究方面, 涉及很少。本文主要内容是针对航空发动机特点, 研究约束预测控制计算方法, 及不同约束条件对航空发动机性能参数的影响。

2 状态空间模型无约束预测控制算法^[1,6]

状态空间模型多步预测的矢量表达式可写为

$$\mathbf{Y}(k+1) = \mathbf{CA}^n \mathbf{x}(k) + \mathbf{CA}^{n-1} \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(k) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{Y}(k+1) = [\mathbf{y}(k+1), \mathbf{y}(k+2), \dots, \mathbf{y}(k+m), \dots, \mathbf{y}(k+n)]_{n \times 1}^T$

* 收稿日期: 2005-04-26 修订日期: 2005-08-30

作者简介: 乔洪信 (1956—), 男, 博士, 高级工程师, 研究领域为航空发动机控制。

$$\Delta u(k) = [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \Delta u(k+2), \dots, \Delta u(k+m-1)]_{m \times 1}^T$$

$$CA^n = [CA, CA^2, \dots, CA^m, \dots, CA^n]_{n \times 1}^T$$

$x(k)$ 为 k 时刻的状态变量, n 为预测时域长度, m 为控制时域长度。

$$CA^{n-1}B = \begin{vmatrix} CB \\ CAB & CB \\ CA^2B & CAB & CB & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ CA^{m-1}B & CA^{m-2}B & CA^{m-3}B & \dots & CB \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ CA^{n-1}B & CA^{n-2}B & CA^{n-3}B & \dots & CA^{n-m}B \end{vmatrix}_{n \times n}$$

含有对控制量加权的二次型性能指标式经变换后可表达为

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T(k) K_2 \Delta u(k) + K_1^T \Delta u(k) + C_0 \quad (2)$$

式中 $K_2 = 2[(CA^{n-1}B)^T Q (CA^{n-1}B) + \lambda I]$

$$K_1 = 2(CA^{n-1}B)^T Q [(CA^n x(k) + K_e e(k)) - r(k+1)]$$

$r(k+1)$ 为设定输入矢量, $e(k)$ 为预测模型输出误差, K_e 为误差系数。

$$C_0 = [CA^n(x(k) + K_e e(k)) - r(k+1)]^T$$

$$Q[CA^n(x(k) + K_e e(k)) - r(k+1)]$$

求出使式(2)极小的 $\Delta u(k)$ 值, 即是所要求的无约束最优预测控制量。

3 状态空间模型有约束预测控制算法

控制量的约束一般可用最大变化速率 Δu_{\max} 、最大值 u_{\max} 和最小值 u_{\min} 来表示, 输出量的约束用最大值 y_{\max} 、最小值 y_{\min} 来表示。其表达式如下

$$\Delta u(k+j_u-1) \leq \Delta u_{\max} \quad (3)$$

$$u_{\min} \leq u(k+j_u-1) \leq u_{\max} \quad (4)$$

$$y_{\min} \leq y(k+j_y) \leq y_{\max} \quad (5)$$

式中 $j_u = 1, 2, \dots, m$, $j_y = 1, 2, \dots, n$

不等式(3), (4) 和 (5) 经推导其矩阵形式变换后^[2] 可表示为

$$L_x \Delta X(k) \leq L; \Delta X(k) \geq 0 \quad (6)$$

式中 $\Delta X(k) = \Delta u(k) + S \Delta u_{\max}$

$$L_x = \begin{vmatrix} I_{n \times m} \\ -S_{z_n \times n} \\ S_{z_n \times n} \\ -CA^{n-1}B \\ CA^{n-1}B \end{vmatrix}$$

$$L = \begin{vmatrix} S \times 2 \Delta u_{\max} \\ -S_z S \Delta u_{\max} - S u_{\min} + S u(k-1) \\ S_z S \Delta u_{\max} + S u_{\max} - S u(k-1) \\ -S y_{\min} + C A^n x(k) - C A^{n-1} B S \Delta u_{\max} \\ S y_{\max} - C A^n x(k) + C A^{n-1} B S \Delta u_{\max} \end{vmatrix}$$

$$S = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{m \times 1}^T \quad S_z = \begin{vmatrix} 1 & & & 0 \\ 1 & 1 & & \\ \vdots & & & \\ 1 & \dots & & 1 \end{vmatrix}_{n \times n}$$

将 $\Delta u(k) = \Delta X(k) - S \Delta u_{\max}$ 代入式(2)立即可得有约束的二次型性能指标式为

$$J = \frac{1}{2} \Delta X^T(k) K_2 \Delta X(k) + K_{11}^T \Delta X(k) + C_{00} \quad (7)$$

式中 $K_{11} = -K_2^T S \Delta u_{\max} + K_1$

$$C_{00} = [CA^n(x(k) + K_e e(k)) - r(k+1)]^T Q [CA^n(x(k) + K_e e(k)) - r(k+1)] + S^T K_2 S \Delta u_{\max}^2 - K_1^T S \Delta u_{\max}$$

这样, 无约束的二次型性能指标式(3)转换成有约束的二次型性能指标式(7), 采用二次规划^[3]的方法求出使式(7)极小的 $\Delta X(k)$ 值, 即可求出有约束条件下的最优预测控制增量 $\Delta u(k)$, 进而求出控制量 $u(k)$, 实现有约束预测控制。

4 仿真计算及结果分析

4.1 确定预测模型

根据某型涡扇发动机稳态模型建立的地面设计状态归一化双输入双输出线性状态空间模型^[4]为

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}\bar{u}(k) \\ \bar{y}(k) &= \bar{C}\bar{x}(k) + \bar{D}\bar{u}(k) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\bar{x}(k) = \begin{vmatrix} \bar{N}_L(k) \\ \bar{N}_H(k) \end{vmatrix}$, $\bar{N}_L(k)$ 为从稳态算起增加的低压转子转速相对量, $\bar{N}_H(k)$ 为从稳态算起增加的高压转子转速相对量。

$$\bar{u}(k) = \begin{vmatrix} \bar{m}_f(k) \\ \bar{A}_e(k) \end{vmatrix}, \bar{m}_f(k) \text{ 为从稳态算起增加的供油量相对量, } \bar{A}_e(k) \text{ 为从稳态算起增加的喷口喉道面积相对量。}$$

$$\bar{y}(k) = \begin{vmatrix} \bar{N}_L(k) \\ \bar{T}_4^*(k) \end{vmatrix}, \bar{T}_4^*(k) \text{ 为从稳态算起增加的低压涡轮后温度相对量。}$$

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} 0 & 8867 & -0 & 0167 \\ 0 & 1943 & 0 & 6902 \end{vmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{vmatrix} 0 & 0373 & 0 & 0027 \\ 0 & 0566 & 0 & 0143 \end{vmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -0.577 & -0.3233 \end{vmatrix}, \quad \bar{\mathbf{D}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0.5537 & 0.2426 \end{vmatrix}$$

$\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$ 和 $\bar{\mathbf{D}}$ 为系数矩阵, 是在海平面标准状态下, 发动机在设计状态工作时的值。

为了满足 MATLAB 中有关预测模型 $\mathbf{D} = 0$ 的要求, 将发动机模型式(8)串接前馈惯性环节如下

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_g(k+1) &= \mathbf{A}_g \mathbf{x}_g(k) + \mathbf{B}_g \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}_g(k) &= \mathbf{C}_g \mathbf{x}_g(k) \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{A}_g = \begin{vmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 0.9 \end{vmatrix}$, $\mathbf{B}_g = \begin{vmatrix} 0.095 & 0 \\ 0 & 0.095 \end{vmatrix}$, $\mathbf{C}_g = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$, $\mathbf{y}_g(k) = \bar{\mathbf{u}}(k)$ 串接后的模型^[5]可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\Sigma}(k+1) &= \mathbf{A}_{\Sigma} \mathbf{x}_{\Sigma}(k) + \mathbf{B}_{\Sigma} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}_{\Sigma} \mathbf{x}_{\Sigma}(k) \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{A}_{\Sigma} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_g & 0 \\ \bar{\mathbf{B}} \mathbf{C}_g & \bar{\mathbf{A}} \end{vmatrix}$, $\mathbf{B}_{\Sigma} = \begin{vmatrix} \mathbf{B}_g \\ 0 \end{vmatrix}$, $\mathbf{C}_{\Sigma} = \bar{\mathbf{D}} \mathbf{C}_g$, $\bar{\mathbf{C}}^{\top} \mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{y}}(k)$ 。

为了防止输出产生静差, 输入控制量 $\mathbf{u}(k)$ 应是增量形式^[6]。为此, 用输出 $\mathbf{y}(k)$ 对状态变量增广^[7]后, 式(10)转化为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)$, 为两个采样时刻间输入控制量相对增量, $\mathbf{x}(k) = \begin{vmatrix} \mathbf{x}_{\Sigma}(k) - \mathbf{x}_{\Sigma}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) \end{vmatrix}$, $\mathbf{y}(k)$ 含义同前。

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_{\Sigma} & 0 \\ \mathbf{C}_{\Sigma} \mathbf{A}_{\Sigma} & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{B}_{\Sigma} \\ \mathbf{C}_{\Sigma} \mathbf{B}_{\Sigma} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \quad I]$$

相应于 $\Delta \mathbf{u}(k)$, 发动机输入增量用 $\bar{\mathbf{u}}(k)$ 表示,

$$\text{则有 } \bar{\mathbf{u}}(k) = \begin{vmatrix} \bar{m}_f(k) \\ \bar{A}_e(k) \end{vmatrix},$$

式中 $\Delta \bar{m}_f(k) = \bar{m}_f(k) - \bar{m}_f(k-1)$ 为两个采样时刻间供油量相对增量, $\Delta \bar{A}_e(k) = \bar{A}_e(k) - \bar{A}_e(k-1)$ 为两个采样时刻间喷口喉道面积相对增量。式(11)即是要求取的预测模型。

4.2 约束预测控制量仿真计算步骤

(1) 确定预测模型如式(11)。

(2) 确定约束 Δu_{\max} , u_{\max} , u_{\min} , y_{\max} , y_{\min} 。

(3) 求出使式(7)极小时的 $\Delta \mathbf{X}(k)$; 这里可利用 MATLAB 预测控制工具箱中的 dantzgnp 函数直接求

出 $\Delta \mathbf{X}(k)$ 。

(4) 根据 $\Delta \mathbf{u}(k) = \Delta \mathbf{X}(k) - \mathbf{S} \Delta u_{\max}$ 求出多步控制增量 $\Delta \mathbf{u}(k)$, 按照预测控制原理, 仅取第一步 $\Delta \mathbf{u}(k)$ 用于系统控制, 以后的控制增量 $\Delta \mathbf{u}(k+1)$, $\Delta \mathbf{u}(k+2)$, ..., $\Delta \mathbf{u}(k+n)$ 根据当时输出误差按上述步骤重新计算, 以减少各种干扰的影响。

(5) 计算出由稳态算起的控制量 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}(k)$

(6) 根据式(9)计算 $\mathbf{y}_g(k)$, 即计算发动机控制输入 $\bar{\mathbf{u}}(k)$, 进而计算出 $\Delta \bar{\mathbf{u}}(k)$ 。

4.3 仿真结果

发动机在地面设计状态稳定工作时, 在 0.1 单位阶跃输入(系统输入必须是小偏离)作用下, 当无控制约束且模型匹配时, 其仿真曲线如图 1 所示。由图 1 及计算可知, 系统动态性能较好, 无静态误差, \bar{m}_f , \bar{A}_e 的稳定值分别为 0.2784, 0.063。最大控制增量 Δm_{\max} , ΔA_{\max} 分别为 0.0154, 0.0953。

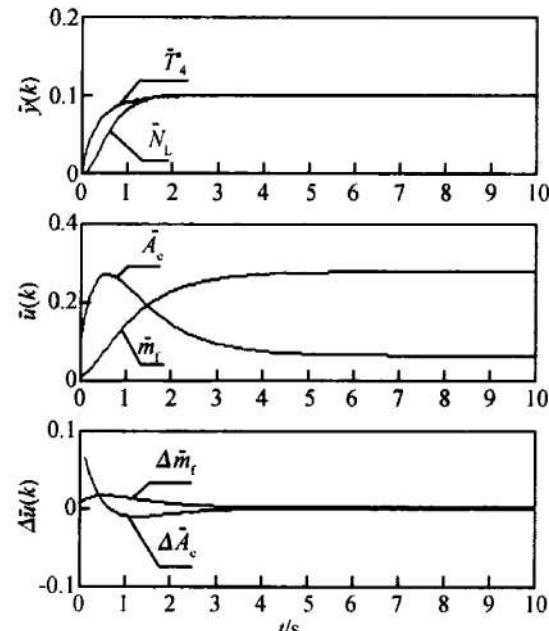


Fig 1 Unconstrained predication control based on model matching

当模型匹配并假设物理系统形成的控制约束为 $-0.1 \leq u(k) \leq 0.1$, $\Delta u(k) \leq 0.1$ 时, 其仿真曲线如图 2 所示。显然, 在此约束条件下, 系统产生了静差。这说明控制系统的供给能力不能满足被控对象的要求。为了保证系统无静差, 必须重新设计控制系统, 改变物理量的约束。根据无控制约束仿真结果, 调整供油量 \bar{m}_f 上限, 使其等于或大于 0.2784 时, 再次仿真证明系统无静差。

当模型不匹配且无控制约束时, 其仿真曲线如图

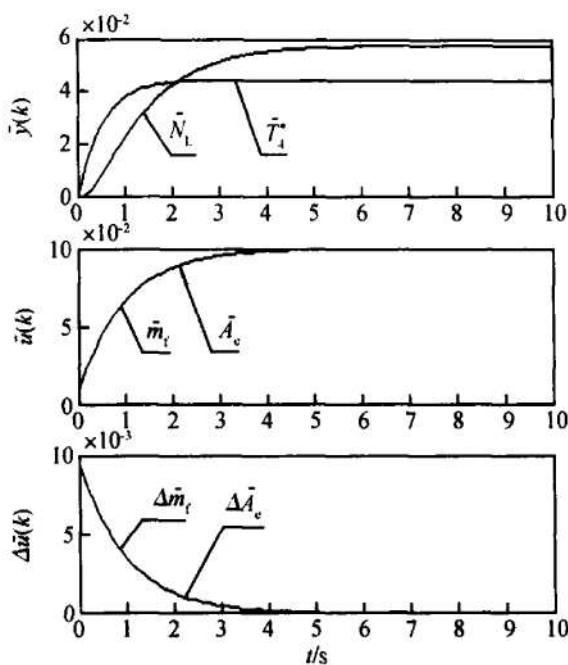


Fig 2 Constrained predication control based on model matching

3所示。由图3及计算可知,系统输出有较大的超调和较多的振荡, \bar{m}_f , \bar{A}_e 的稳定值分别为0.0534, 0.0534, 最大控制增量 Δm_{\max} , ΔA_{\max} 分别为0.0062, 0.0953。重新选择加权系数 Q , R 或预测时域长度 n , 控制时域长度 m , 可能改善系统动态特性。这里在保持 Q , R , n , m 不变的情况下, 仅加上约束 $-0.1 \leq u(k) \leq 0.1$, $\Delta u(k) \leq 0.1$ 时, 重新进行仿真如图4所示, 系统输出超调量下降到5%以下, 达到了可接受的范围。

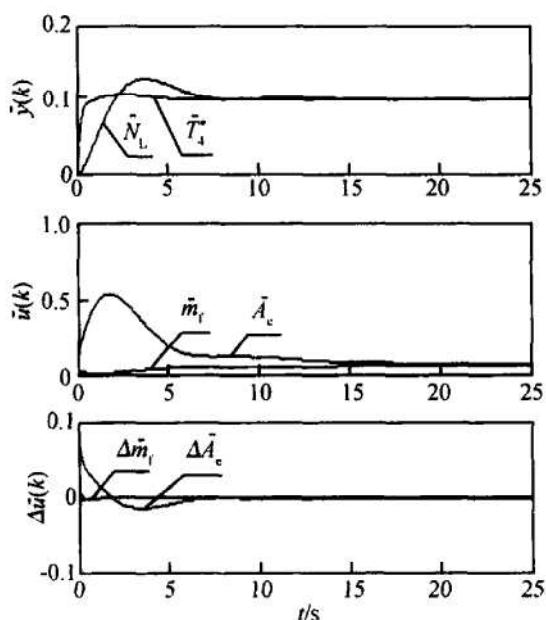


Fig 3 Unconstrained predication control based on model mismatching

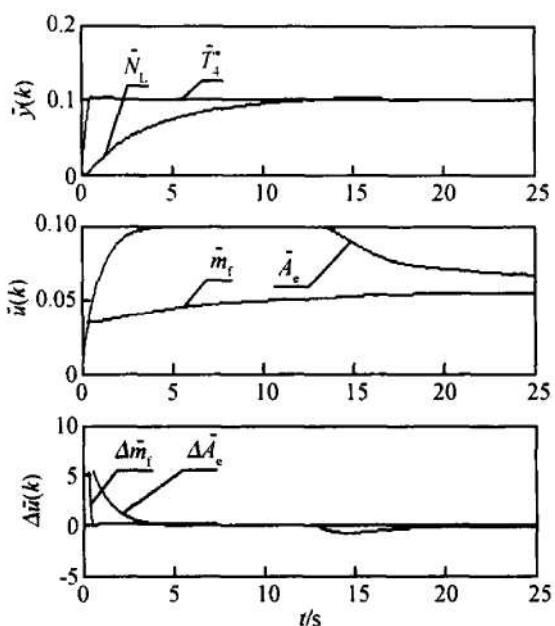


Fig 4 Constrained predication control based on model mismatching

4.4 仿真结果分析

根据仿真结果, 可得出以下分析意见:

(1) 不管模型是否匹配, 只要控制约束 $u(k)$ 大于或等于无控制约束时控制量 $u(k)$ 的稳定值, 系统输出即无静态误差, 反之, 必然产生静态误差。这一点比较容易理解。因为系统的输出是受控制量影响的, 控制量太小, 系统的输出量自然要小, 不能达到设定值, 静态误差就不可避免了。控制量变化速率 $\Delta u(k)$ 对系统输出静态误差无影响。

(2) 控制量变化速率 $\Delta u(k)$ 及控制量 $u(k)$ 均对系统的动态性能有影响。若 $\Delta u(k)$ 大或动态过程中允许的 $u(k)$ 大, 则可能造成系统过调或振荡, 这是显而易见的。减小 $\Delta u(k)$ 和 $u(k)$, 可减慢调节过程, 避免系统过调或振荡, 但同时会使调节时间变长, 因此对 $\Delta u(k)$ 及 $u(k)$ 设置限制值时应综合考虑。

(3) 当模型不匹配时, 虽然可通过调整 $\Delta u(k)$ 或 $u(k)$ 的限制值, 在一定程度上改善动态性能, 但有时可能难以解决超调量和调节时间之间的矛盾, 此时, 可通过改变 Q , R , n , m 等参数改善动态性能。但保证系统动态性能好的主要途径仍然是尽可能使模型匹配, 可通过系统辨识方法来实现系统的自适应控制。

根据以上分析可以认为, 系统仿真结果符合物理规律, 是合理可信的。

(下转第 576 页)

型应采用考虑修正的傅立叶定律。

4 结 论

(1) 分析了傅立叶定律与修正的傅立叶定律在解释瞬态热传导现象时的区别, 指出由于数学表述的不完备性, 傅立叶定律适用于描述稳态和准稳态过程, 而修正的傅立叶定律则能够体现热量在介质中翼有限速率传播以及传播过程中的衰减, 适用于瞬态传热过程。

(2) 实验测量了固体推进剂内热传导速率为 $3.76 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, 计算得到热松弛时间为 3.04s , 这一时间远大于点火时受热流冲击的时间, 根据修正的傅立叶定律使用条件, 推断应采用修正的傅立叶定律描述固体推进剂点火过程热传导过程。

(3) 这一结论支持文献 [2] 的观点, 能够解释文献 [1] 研究结论中的误差原因, 对于其他类似工程问题也有一定参考价值, 如喷管热防护等。

参 考 文 献:

- [1] McAlvey R F, Cowan P L, Summerfield M. The mechanism of ignition of composite solid propellants by hot ga-

ses solid propellant rocket research[M]. Vol 1, New York
1960

- [2] Hemmance C E. Approximate solution method for the hyperbolic heat equation[J]. *J. Propulsion*, 1999, 15(6).
- [3] Tyn MyintU. 数学物理方程[M]. 杨年钧, 等译. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1985.
- [4] 姜任秋. 热传导、质扩散与动量传递中的瞬态冲击效应 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [5] 伊萨琴科. 传热学 [M]. 王丰等译, 北京: 高等教育出版社, 1987.
- [6] 张浙, 刘登瀛. 超急速传热时球体内非稳态热传导的非傅里叶效应 [J]. 工程热物理学报, 1998, 19(5).
- [7] Kaminiski W. Hyperbolic heat conduction equation for materials with a nonhomogeneous inner structure[J]. *Journal of Heat Transfer*, 1990, 112.
- [8] Mitra K, etc. Experimental evidence of hyperbolic heat conduction in processed meat[R]. *Transactions of the ASME*, 1995, 117.
- [9] Weber JW, Brewster M Q. Radiant ignition of solid propellants[R]. AIAA 2002-3752

(编辑: 朱立影)

(上接第 551 页)

以上有关仿真数据可以转换为物理数据。下面以计算实际喷口面积为例进行说明。系统在设计点工作时的稳态数据(可以由稳态计算程序计算出) $A_{e0} = 0.189\text{m}^2$; 设计喷口面积变化率 $\Delta A_{e0} = 0.001\text{m}^2/\text{s}$ 所取的采样时间为 0.1s 在模型匹配无控制约束时, 经仿真计算获得的数据为

$$\overline{\Delta A}_{\max} = 0.0953/0.1 = 0.953$$

稳定后的 $\overline{A}_e = 0.063$ 。则实际喷口面积最大变化率 ΔA_{\max} 及稳定后的实际喷口面积 A_e 为

$$\Delta A_{\max} = \Delta A_{e0} \overline{\Delta A}_{\max} = 0.001 \times 0.953 = 9.53 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$A_e = A_{e0} + A_{e0} \overline{A}_e = 0.189 + 0.189 \times 0.063 = 0.201 \text{ m}^2$$

5 结 论

预测控制的一大特点就是能系统地、显式地处理控制器设计过程中控制约束, 仿真实验证明, 考虑系统中存在的约束, 不仅使仿真更加真实, 发现控制系统存在的问题, 从而改正设计, 使设计更加完善, 而且可以巧妙的利用约束, 在一定条件下改善控制系统动

态性能。有约束预测控制算法为提高和改善航空发动机控制系统设计性能提供了有力的工具。

参 考 文 献:

- [1] Ordys A W, Clarke D W. A state-space description for GPC controllers[C]. *Int J Systems*, 1993, 24(9): 1727~1744.
- [2] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [3] 诸静. 智能预测控制及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2002.
- [4] 樊思齐, 徐芸华. 航空推进系统控制[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.
- [5] 何衍庆, 姜捷, 江艳君, 等. 控制系统分析、设计和应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 2003.
- [6] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [7] Deshpande P B, Ash R H. Computer process control with advanced control applications[M]. 2nd ed., ISA, 1988.

(编辑: 张奕春)