

涵道螺旋桨动力装置最优设计新方法的研究^{*}

王晓锋, 屠秋野, 唐狄毅, 蔡元虎

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 为了探索涵道螺旋桨动力装置工程设计新方法, 在自由螺旋桨设计的基础上, 根据 Theodorsen 的片条理论, 涵道后缘的库塔条件以及边界层微元涡丝的诱导方程, 构筑涵道螺旋桨叶片涡强度分布的计算模型, 然后用该模型代替 Prandtl 的动量损失函数及环量函数, 使自由螺旋桨的最小能量损失的设计方法推广到涵道螺旋桨基于 Betz 条件的最优设计。再根据给定的设计要求, 即可计算出经过最优设计的涵道螺旋桨的基本尺寸以及涵道的基本尺寸。经过研究证明, 在新方法中的涡强度分布计算模型在理论上是正确的, 设计模型的风洞实验与理论计算数据基本吻合, 证明了该设计方法的可行性。

关键词: 涵道螺旋桨⁺; 涡流; 最优设计; 叶片

中图分类号: V 231 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055(2005) 06-0516-06

Optimum design for ducted fan

WANG Xiao-feng TU Qiu-ye TANG Di-yi, CAI Yuan-hu

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

Abstract To explore a new design method for ducted fan based on free propeller design method, a numerical model calculating the vortices of propellers was built. This model is based on the classical slip theory of Theodorsen, Kutta conditions, vortices induced equations. Instead of the Prandtl momentum loss factor, this vortices model was applied in an optimum propeller design. The method of minimum energy loss for the free propeller was extended to the ducted fan. Finally, following the basic design requirement of ducted fan, all of the geometry parameters of the propellers and the duct can be obtained by this method. After calculated, the model developed from this optimum design method is validated.

Key words Ducted fan; Vortice; Optimum design; Blade

1 引 言

涵道螺旋桨是介于开式螺旋桨和轴流风扇之间的一种动力装置。20 世纪 60 年代, Gray^[1], Kaskel^[2], Terry^[3~5] 等人在经典的片条理论基础上, 对涵道螺旋桨进行了研究。其中以 Terry 的工作最具代表性。20 世纪 70 年代初, Henry^[6~7] 根据 Terry 提出的计算模型, 设计制造了涵道螺旋桨, 用于小型的遥控飞行器。此后涵道螺旋桨仅在垂直起降飞行器和气垫船上得到应用。

随着地效翼船的出现, 涵道螺旋桨又重新受到人们的关注。首先, 涵道的存在可以在一定程度上弥补

开式螺旋桨叶尖打水的缺陷; 另外, 由于涵道产生的一部分推力, 也缓解了地效翼船起飞状态推力需求的矛盾。由于国内目前尚未对涵道螺旋桨进行系统的研究, 因此地效翼船推进装置所采用的涵道螺旋桨均为国外进口。地效翼船不同于普遍意义上的飞行器, 它具有巡航速度低的特点, 螺旋桨桨距的设计值 λ 在 0.15~0.35 的范围内。因此有必要以满足地效翼船设计需求开展具有针对性的涵道螺旋桨的研究。

2 涵道螺旋桨涡系工作原理分析

定义所有从螺旋桨径向脱落的涡为内涡。从螺旋桨叶尖脱落的涡由于涵道的作用, 形成一边界涡

^{*} 收稿日期: 2005-03-29 修订日期: 2005-07-02

作者简介: 王晓锋 (1978—), 男, 博士生, 研究领域为航空宇航推进理论与工程。Email: wxfxj@vip.sina.com

页。涵道绕流边界必须满足库塔流动条件。就是说,后缘尾流必定和涵道剖面的中弧线相切,并从后缘脱落形成一边界页,它将从叶片后缘脱落的螺旋状涡页包含在内。于是,我们可以将这样最终形成的尾涡系统分成边界页和内螺旋页。简称边界页和内页。边界涡页应服从以下几个基本条件:

(1) 必须抵消与内涡页相关的边界径向速度场;
(2) 必须满足跨越边界涡页交线内外的流动速度不连续性;

(3) 不诱导内涡页表面的径向速度,不引起内涡页的径向扭曲变形;

(4) 与内涡页流场一起保证内涡页的表观轴向运动;以及保证尾涡系统总涡量之和为零的约束。

为满足上面的基本要求,可将边界涡页划分为两部分。第一部分是均匀边界涡页,具有恒定的强度和恒定的螺距角,这部分用以满足条件(2)。第二部分是均匀边界涡页,具有未知的变强度和恒定的螺距角,该部分用以满足条件(1),在涡丝与边界交线处其强度为零,以保持流动相容性条件,且满足围绕交线对称的强度分布。条件(4)由总涡量之和为零保证。这样条件(3)会自动得到保证。

3 涵道螺旋桨涡强度分布计算模型

在分析涵道螺旋桨空气动力学原理之前,先建立其坐标系,如图 1 所示。

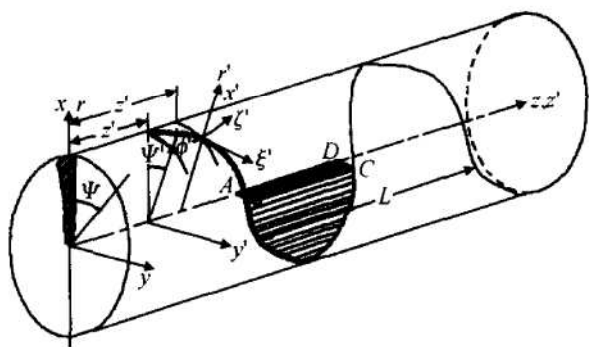


Fig 1 Coordinates of ultimate wake system of ducted fan

如图 1 所示, r', ξ', ζ' 为螺旋坐标; r, ϕ, z 为圆柱坐标, 用来确定控制点位置; x, y, z 为直角坐标; r', ϕ', z' 为圆柱坐标, 用来确定涡丝位置; Z'_0 为 $z=0$ 的平面与涡丝横交圆柱母线上的点之间的距离; $Z' = Z'_0 + r' \phi' \tan \phi'$, 为任一涡元的距向坐标; ϕ' 为涡丝螺距角 $L = 2\pi R \tan \phi$ 。

如图 2 所示, u_ξ 为坐标 ξ 方向的诱导速度, u_ζ 为

ζ 方向诱导速度, v_i 为合成后的诱导速度。它又可分解为轴向诱导速度 u_z 和周向诱导速度 u_ϕ 。 w 为叶片后缘涡系在转动一周后的表观轴向速度。

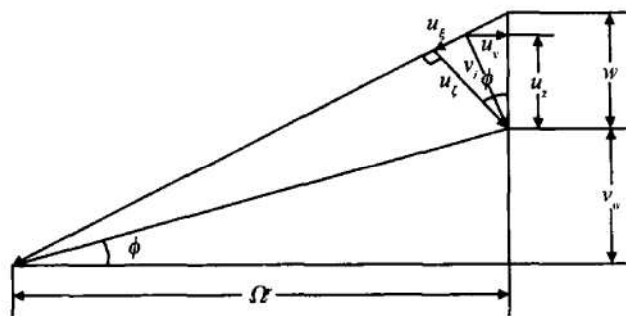


Fig 2 Velocity diagram at an inner helical vortex filament of the ultimate wake

涡对内涡页控制点的法向诱导方程

$$\sum_1 \left| \frac{\Delta u_\zeta}{w} \right| + \sum_2 \left| \frac{\Delta u_\zeta}{w} \right| A_1 - \left| \frac{\Delta u_\zeta}{w} \right| A_2 + \sum_3 \left| \frac{\Delta u_\zeta}{w} \right| = \cos \varphi \quad (1)$$

涡对边界涡页控制点的径向诱导方程

$$\sum_1 \left| \frac{\Delta u_r}{w} \right| + \sum_3 \left| \frac{\Delta u_r}{w} \right| = 0 \quad (2)$$

总的涡强度和

$$\sum_1 \left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right| + \sum_2 \left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right| + \sum_3 \left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right| = 0 \quad (3)$$

式中 $\tan \varphi = \lambda$ 下标“1”表示内涡页,“2”表示均匀边界涡页,“3”表示非均匀边界涡页。

再对涡强度 γ 做无量纲处理, 令: $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{G}$

$\left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right|$, 将载荷因子 $G = 1 - u_{\xi 0} / w$ 代入得到轻载条件下的控制方程组^[3]

$$\begin{cases} \sum_1 I_\zeta \bar{\gamma} + \sum_3 I_\zeta \bar{\gamma} = \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \\ \sum_1 I_r \bar{\gamma} + \sum_3 I_r \bar{\gamma} = 0 \\ \sum_1 \bar{\gamma} + \sum_3 \bar{\gamma} = -\frac{1}{2b} \frac{\lambda}{1 + \lambda^2} \end{cases} \quad (4)$$

式中 $I_r = \left| \frac{\Delta u_r}{w} \right| \left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right|$, $I_\zeta = \left| \frac{\Delta u_\zeta}{w} \right| \left| \frac{\gamma}{4\pi R w} \right| \cos \phi$ 。

将涡对任意点的扰动速度的各个分量写成柱坐标形式, 并用 R 做无量纲处理, 再应用 Betz 条件 $r \tan \varphi = r' \tan \varphi' = R \tan \varphi_R$, 得径向速度方程系数 I_r 和法向速度方程系数 I_ζ 。

$$I_r = \int_{-\phi}^{\phi} \left\{ \bar{r}' \tan \varphi_R \sin(\phi' - \phi) + \bar{r}' \cos(\phi' - \phi) \cdot \left[\bar{z} - \bar{z}'_0 - \phi' \tan \varphi_R \right] \right\} \frac{d\phi'}{\bar{P}^3}$$

$$I_z = \int_{-\phi}^{\phi} \left\{ \left[\frac{\bar{r}'^2}{r} - \frac{\bar{r}'}{r} \cos(\phi' - \phi) - \tan^2 \varphi_R \right] - \left[1 - \frac{\bar{r}'}{r} \cos(\phi' - \phi) \right] - \frac{\bar{r}'}{r} \sin(\phi' - \phi) \tan \varphi_R \right\} \frac{d\phi'}{\bar{P}^3}$$

式中, $\bar{P}^3 = \bar{r}^2 + \bar{r}'^2 - 2\bar{r}\bar{r}' \cos(\phi' - \phi) + [\bar{z} - \bar{z}'_0 - \phi' \tan \varphi_R]^2$

求解控制方程时, 在径向取螺旋桨半径 R , 在轴

$$\begin{bmatrix} I_{z1\ 1} & I_{z1\ 2} & \cdots & I_{z1\ 10} & I_{z1\ 11} & I_{z1\ 12} & I_{z1\ 13} & I_{z1\ 14} \\ I_{z2\ 1} & I_{z2\ 2} & \cdots & I_{z2\ 10} & I_{z2\ 11} & I_{z2\ 12} & I_{z2\ 13} & I_{z2\ 14} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{z10\ 1} & I_{z10\ 2} & \cdots & I_{z10\ 10} & I_{z10\ 11} & I_{z10\ 12} & I_{z10\ 13} & I_{z10\ 14} \\ I_{r11\ 1} & I_{r11\ 2} & \cdots & I_{r11\ 10} & I_{r11\ 11} & I_{r11\ 12} & I_{r11\ 13} & I_{r11\ 14} \\ I_{r12\ 1} & I_{r12\ 2} & \cdots & I_{r12\ 10} & I_{r12\ 11} & I_{r12\ 12} & I_{r12\ 13} & I_{r12\ 14} \\ I_{r13\ 1} & I_{r13\ 2} & \cdots & I_{r13\ 10} & I_{r13\ 11} & I_{r13\ 12} & I_{r13\ 13} & I_{r13\ 14} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{10} \\ Y_{11} \\ Y_{12} \\ Y_{13} \\ Y_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^2 / 1 + \lambda^2 \\ \lambda^2 / 1 + \lambda^2 \\ \vdots \\ \lambda^2 / 1 + \lambda^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\lambda / 2b(1 + \lambda)^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

求解上述方程组^[3]得到轻载条件下的各涡元强度 $Y_1 \dots Y_{14}$ 。

对无量纲桨叶涡强度分布函数 $\bar{\Gamma}(x)$ 做傅立叶展开

$$\bar{\Gamma}(x) = \frac{\Gamma(x)}{2\pi R w \lambda} = \sum_{n=1}^{N-1} B_n \sin \left| \frac{2n-1}{2} \pi x \right| \quad (6)$$

利用下面公式求叶片涡强度分布

$$Y = - \int_{x-\omega}^{x+\omega} \bar{\Gamma}(x) dx = - \sum_{n=1}^{N-1} B_n \sin \left| \frac{2n-1}{2} \pi \omega \right| \cos \left| \frac{2n-1}{2} \pi x \right| \quad (7)$$

对 B_n 列出线性方程组并解出 B_n , 带回式 (6) 得到叶片的涡强度分布函数。再计算轻载条件下无量纲涡强度

$$K_0(x) = \frac{b\Gamma(x)}{2\pi R w \lambda} \text{ 重载条件下 } K(x) = GK_0(x)$$

4 螺旋桨最优设计

早期的螺旋桨设计无法精确算定螺旋桨的流入角 ϕ , 而是在经验公式和试验数据之间不断修正。在 20 世纪 80 年代, 由于计算机的发展, 使得采用 Betz

向取螺旋桨的单位运动周期长度 $2\pi R \lambda$ 作为计算域。对于不同的叶片数 b , 按叶片数划分成相应的单位特征区域, 每个单位特征区域的轴向长度为 $2\pi R \lambda / b$ 。在单位特征区域内, 内涡页上等距离选择 10 个控制点和 10 个涡元; 边界涡页上等距离选择 7 个控制点和 7 个涡元, 涡元均匀分布于控制点中央。涡强度分布的对称线落在边界涡页第 4 个控制点上, 因此边界涡页上选用 4 个涡元和 3 个控制点。对控制方程组 (4) 进行离散, 写出内涡页 10 个控制点和边界涡页 3 个控制点的速度诱导方程, 加上总涡强度为零的约束封闭方程组。写成矩阵形式

条件的设计成为可能, Betz 条件本身就是气流流入角 ϕ 的解析表达式, 因此按照 Betz 条件计算的流入角本身就是最优的。这种设计也由此得名最优 (Optimum) 设计。在经典开式螺旋桨设计理论中, Prandtl

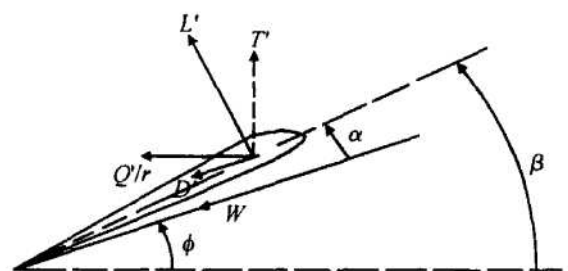


Fig 3 Blade force diagram

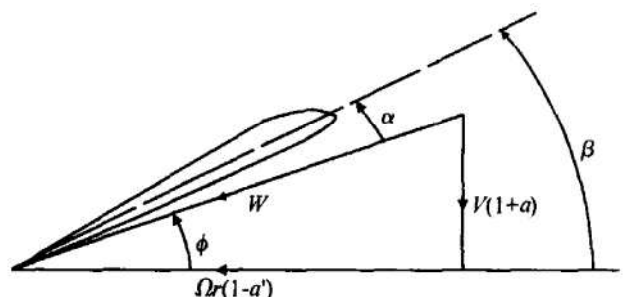


Fig 4 Blade airflow geometry diagram

动量损失因子用 F 函数表示。在本文的设计方法中,采用涵道桨的压力分布代替开式螺旋桨的压力分布,因此新的 F 函数被涵道螺旋桨涡强度分布计算模型代替,并在螺旋桨最小能量损失设计方法的基础上,应用 Betz 条件设计了涵道螺旋桨。

涵道螺旋桨的 F 函数与叶片环量的关系为

$$F = \frac{K(x)}{\cos^2 \varphi} \quad (8)$$

按动量方程(控制体所受的力等于其动量的变化)环面单位半径上的推导得出拉力为

$$T' = \frac{dT}{dr} = 2\pi r \rho V_\infty (1+a) 2V_\infty a F \quad (9)$$

式中 a 是轴向诱导因子, a' 是切向诱导因子。 $2\pi r \rho V_\infty (1+a) dr 2V_\infty a F$ 即为动量损失, $2\pi r \rho V_\infty (1+a) dr$ 表示单位半径上的质量流率。

同样可导出,单位半径上扭矩 $Q' = dQ/dr$,

$$\frac{Q}{r} = 2\pi r \rho V_\infty (1+a) (2\Omega r a' F) \quad (10)$$

根据环量方程,以及图 3 所示,对于单位半径上的推力 T' 和扭矩 Q' 可推导为

$$T' = L' \cos \varphi - D' \sin \varphi = L' \cos \varphi (1 - \varepsilon \tan \varphi) \quad (11)$$

$$\frac{Q'}{r} = L' \sin \varphi + D' \cos \varphi = L' \sin \varphi \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tan \varphi} \right] \quad (12)$$

令由动量方程和环量方程相等,引入位移速度比 $\zeta = w/V_\infty$, 得到

$$a = \frac{\zeta}{2} \cos^2 \varphi (1 - \varepsilon \tan \varphi) \quad (13)$$

$$a' = \frac{\zeta V_\infty}{2\Omega r} \cos \varphi \sin \varphi \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tan \varphi} \right]$$

由几何关系导出

$$\tan \varphi = \frac{V_\infty (1+a)}{\Omega r (1-a')} \quad (14)$$

化简得

$$r \tan \varphi = \left[1 + \frac{\zeta}{2} \right] \frac{V_\infty}{\Omega} \quad (15)$$

应用最小能量损失条件,根据 Betz 条件 $r \tan \varphi$ 常数,由式(15)可知,要满足 Betz 条件,参数 ζ 必定是一常值,与 r 无关。

设计时需给定功率或推力。无因次推力系数和无因次功率系数定义为

$$T_c = \frac{2T}{\rho V_\infty^2 \pi R^2} \quad P_c = \frac{2P}{\rho V_\infty^3 \pi R^2} \quad (16)$$

由于最佳设计时 ζ 是常值,因此当给定设计推力时约束方程为

$$\zeta = \frac{I_1}{2I_2} - \sqrt{\left[\frac{I_1}{2I_2} \right]^2 - \frac{T_c}{I_2}} \quad P_c = J_1 \zeta + J_2 \zeta^2 \quad (17)$$

类似的,如果给定设计功率,约束方程为

$$\zeta = -\frac{J_1}{2J_2} + \sqrt{\left[\frac{J_1}{2J_2} \right]^2 + \frac{P_c}{J_2}} \quad T_c = I_1 \zeta - I_2 \zeta^2 \quad (18)$$

式中 $\frac{dI_1}{dr} = 4\pi K(x) (1+\zeta) (1-\varepsilon \tan \varphi)$

$$\frac{dI_2}{dr} = \frac{dI_1}{dr} \frac{V_\infty}{2\Omega r} \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tan \varphi} \right] \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\frac{dJ_1}{dr} = 4\pi K(x) (1+\zeta) \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tan \varphi} \right]$$

$$\frac{dJ_2}{dr} = \frac{dJ_1}{dr} (1 - \varepsilon \tan \varphi) \frac{\cos^2 \varphi}{2}$$

通过下式可确定弦长 C

$$WC = \frac{4\pi K(x) V_\infty R \zeta}{BC_1} \quad (19)$$

如果选择设计升力系数使得阻升比最小,则翼型动量损失最小,螺旋桨效率最高。一旦选定设计升力系数,攻角 α 即可确定,如图 4 得到翼型的扭角

$$\beta = \alpha + \varphi \quad (20)$$

5 算例

5.1 涡强度分布计算模型的验算

取国外文献[3]给出的 λ 值和叶片数 b 对本文研究的涵道螺旋桨叶片的涡强度分布计算模型进行计算,结果如图 5 所示。图 5(a)为计算结果,图 5(b)为国外文献给出的数据。图中横坐标 x 为无量纲轴向坐标。取相同的坐标进行比较可以看出,计算精度完全达到要求。证明该模型在理论上是正确的。

5.2 涵道螺旋桨设计算例

在设计涵道螺旋桨之前,需要确定前进比。前进比定义为 $J = V/nD$, 其中 V 为涵道桨前进速度, n 为螺旋桨转速, D 为涵道桨直径。前进比是螺旋桨设计的基本参数,它的选择将决定螺旋桨的效率和推力。图 6^[9] 是 200kW 算例中给出不同的前进比,从计算出的功率系数、推力系数、推力功率比和效率的变化曲线,可以看出,选择前进比越大,螺旋桨的功率系数和推力系数越小,而效率越高。本文需要在较高效率的情况下保证推力,选择其值为 0.7。

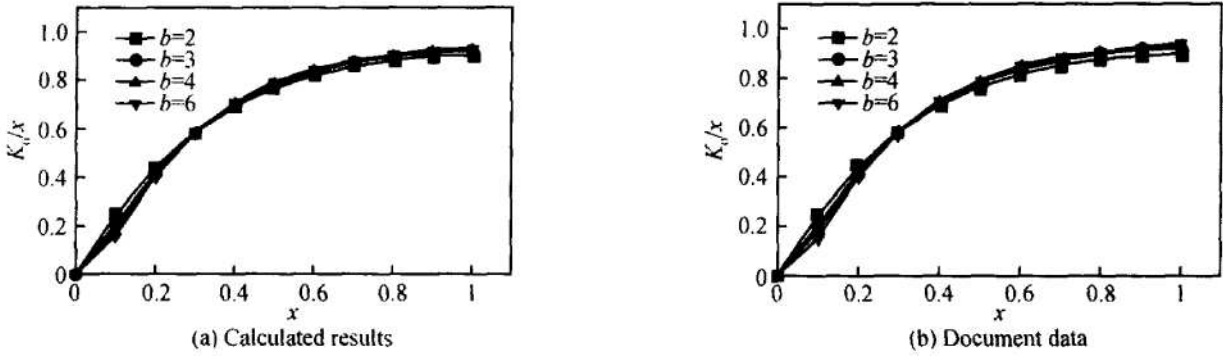


Fig 5 Nondimensional vorticity of blade ($\lambda=0.25$)

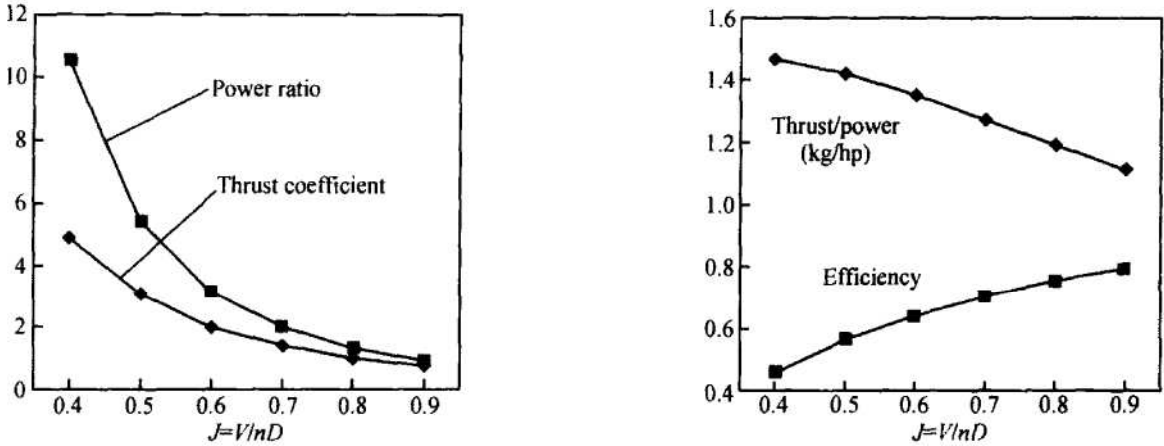


Fig 6 Propeller performance variety of different selection of J

Table 1 200kW propeller design performance

Power/kW	200
Rotation speed/(r/min)	2100
Blade diameter/m	0.85
Design J	0.7
Blade number	4
Nondimensional power ratio	1.96
Nondimensional thrust coefficient	1.38
Thrust/N	3329
Efficiency	0.7039

表 1^[9]是通过算例计算,在给定 200kW 涵道螺旋桨基本设计指标后的性能计算结果。表 2^[9]是通过算例计算,得到的涵道桨翼型截面数据。经过与模型风洞测试的拉力数据^[10]与理论计算结果比较,验证了该创新工程设计方法的合理性和可靠性。

6 结 论

(1)本文建立了涵道桨涡强度分布计算模型,通过算例与国外相同研究的文献资料数据进行验算比较,证明了该计算模型具有良好的计算精度。

Table 2 200kW blade section optimum result

Calculating station	Relative radius	Angle of incidence/(°)	Twist angle/(°)	Chord/m	Axial loss factor	Radial loss factor	Air flow Mach number
1	0.1765	4.85	64.90	0.1517	0.0918	0.2056	0.2470
2	0.2941	5.02	51.18	0.1715	0.1781	0.1429	0.2968
3	0.4118	5.49	42.13	0.1850	0.2391	0.0985	0.3587
4	0.5294	3.48	33.53	0.1948	0.2789	0.0695	0.4275
5	0.6471	3.29	28.62	0.2000	0.3040	0.0513	0.5004
6	0.7647	1.60	23.43	0.2058	0.3212	0.0387	0.5758
7	0.8824	1.58	20.72	0.2124	0.3328	0.0303	0.6528
8	1.0000	1.68	18.71	0.2162	0.3409	0.0243	0.7310

(2)用涡强度分布计算模型代替最小能量损失设计方法中的 Prandtl 动量损失因子, 将最小能量损失方法推广到涵道桨最优设计中, 建立了一套完整的涵道螺旋桨工程设计方法, 经过模型风洞测试的拉力数据与理论计算结果比较证明, 该创新设计方法是合理和可靠的。

参考文献:

- [1] Gray R B. An investigation of an approach to the problem of determining the optimum design of shrouded propellers [R]. *TREC* 60-44
- [2] Kaskela L. A detailed numerical evaluation of shroud performance for finite-bladed Ducted propellers [R]. *Therm Advanced Research, Division of Therm, Ithaca, N. Y, TAR-TR. 639* 1963
- [3] Terry W. Determination of the design parameters for optimum heavily loaded ducted fans [D]. *School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology*, 1969
- [4] Robin B G, Terry W. A vortex wake model for optimum heavily loaded ducted fans [J]. *Journal of Aircraft*, 1970
- [5] Terry W. Evaluation of the design parameters for optimum heavily loaded ducted fans [J]. *Journal of Aircraft*, 1970, 7.
- [6] Henry V B. Summary of propeller design procedures and data [R]. *AD-774381*, 1973
- [7] Henry V B. Aerodynamic design and analysis of propellers for remotely piloted air vehicles [R]. *USAA MRDL-TR-77-45B*, 1978
- [8] TU Q iuyi, WANG X iao-feng. The duct fan design and test for W G craft [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19 (6).
- [9] 佚名. 涵道螺旋桨设计 [R]. 北京: 中国船舶信息中心, 2001

(编辑: 郭振伶)

(上接第 503 页)

Table 2 Specific impulse efficiencies calculated under different outlet conditions

λ	1.0	0.8	0.67	0.5	0.4
Specific impulse efficiency (N-S) %	97.80	97.63	97.09	96.50	95.09

在工程应用中, 确定三维喷管的出口形状还要受到实际条件的约束, 如果仅从性能角度来评价, 应优先选用方形的出口形状, 如果必须应用非方形出口, 那么出口截面的宽窄边之比最好不要大于 1.5。

6 结 论

(1)应用三维喷管型面的直接设计方法, 可以方便准确的设计出所要求的三维型面, 经过实际加工过程的检验, 证明了其工艺可行性。

(2)型面转换起始位置越靠近喉部, 喷管性能越高, 但影响不明显, 在能够满足制造工艺和冷却通道布置的要求下, 型面转换的起始位置可以尽量靠近喉部。

(3)优先选用方形的出口形状, 如果应用非方形出口, 那么出口截面上的宽边长度最好不要超过窄边长度的 1.5 倍。

(4)从数值模拟结果来看, 采用型面直接设计方

法所得到的三维喷管, 仍然可以获得较为理想的推力性能。

参考文献:

- [1] Hagemann G, Immich H. Critical assessment of the linear plug nozzle concept [R]. *AAA* 2001-3683
- [2] Maureen Rowbotham. XRS-2200 linear aerospoke engine Use of pro-engineer for determining mass properties [R]. *AAA* 99-2334
- [3] Booth T E, Vilja J O, Cap D P, et al. The design of linear aerospoke thrust cells [R]. *AAA* 93-2562
- [4] Meenaksh R, Hoffman J D, Murthy S N B. Design and performance computations in complex 3-D nozzles [R]. *AAA* 99-0882
- [5] Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme V: A second-order sequel to Godunov's method [J]. *J. of Comp. Phys*, 1979, 32: 101~136
- [6] 王长辉, 刘 宇. 主要结构参数对直排式塞式喷管性能的影响 [J]. *推进技术*, 2004, 25(5). (WANG Changhui, LIU Yu. Effects of primary configurative parameters on the performance of linear aerospoke nozzles [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(5).)

(编辑: 崔永刚)