

改进 FSQP 算法的涡扇发动机多变量非线性控制^{*}

戚学锋, 樊 丁

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 涡扇发动机是一个复杂的非线性系统, 用常规的多变量控制方法难以获得理想的控制效果。对 FSQP (Feasible Sequential Quadratic Programming) 算法进行了改进, 提出了一种基于改进 FSQP 算法和自适应变权重线性加权法的多目标优化算法。该算法可以有效的解决涡扇发动机的多变量非线性控制问题, 同时在满足控制过程中的各项约束条件的前提下, 达到调节时间最短的目标。通过计算机仿真证明了该控制算法的可行性和良好的控制效果。

关键词: 涡轮风扇发动机; 多变量非线性控制⁺; 多目标规划; 数值仿真

中图分类号: V233.71 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2005) 01-0058-05

Application of improved FSQP algorithm to turbofan engine multivariable nonlinear control

Q I Xue-feng FAN D ing

(Coll of Propulsion and Energy, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

Abstract The turbofan engine is a complex nonlinear system. The traditional multivariable control method when used to control turbofan engine that is not very satisfactory. The FSQP algorithm is improved in this paper. A multiobjective optimal algorithm based on improved FSQP algorithm and adaptive linearity weights method is presented. By using this method, the problem of multivariable nonlinear control for turbofan engine can be solved effectively, and the optimal adjusting time will be achieved simultaneously. During the control process, each constraint is always satisfied. Finally, the simulation results indicate this control algorithm's feasibility and better performance.

Key words Turbofan engine; Multivariable nonlinear control; Multiobjective programming; Numerical simulation

1 引 言

随着对航空发动机性能要求的日益提高, 其控制变量在不断的增加。然而, 航空发动机是一个非常复杂的热力机械系统, 它的状态运动方程是强非线性的, 并且在控制过程中还要受到多项状态约束和控制作用量约束, 用常规的控制方法很难获得理想的控制效果。因此, 如何实现航空发动机这类复杂非线性系统的多变量控制已成为目前国内外发动机控制领域的研究热点^[1~3]。

目前, 非线性规划算法的迅速发展使其在最优控制理论和工程应用中受到越来越多的关注^[4]。文献

[5~6]用 SQP 算法解决了带有约束的非线性系统的最优控制问题, 并获得了较好的控制效果。SQP 算法是当今求解包含约束的中小规模非线性规划问题的最优秀算法之一^[7~8]。近几年来, Lawrence 和 Tits 提出了能够保证迭代点可行性的 FSQP (Feasible SQP) 算法^[9]。该算法直接以目标函数为效益函数, 避免了常规 SQP 算法罚因子选择不当对算法的影响, 并具有全局收敛和局部的超线性收敛特性。另外, 该算法只需求解一个 QP 子问题和最多两个仅包含等式约束的二次规划问题, 与常规 SQP 算法相比计算量较小。

本文对 FSQP 算法进行了进一步的改进, 改进的

* 收稿日期: 2004-03-16 修订日期: 2004-09-01。

基金项目: 航空科学基金 (99C53022)。

作者简介: 戚学锋 (1977—), 男, 博士生, 研究领域为优化算法、航空发动机最优控制。E-mail: qixuefeng@hotmail.com

FSQP 算法只需求解一个 QP 子问题和最多一个包含等式约束的二次规划问题, 减小了算法的计算量和复杂度, 提出了基于改进多目标 FSQP 算法的涡扇发动机多变量非线性控制方法。

2 改进 FSQP 算法介绍

对于具有约束的非线性规划问题

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s.t.} & g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $f: R^n \rightarrow R$, $g_j: R^n \rightarrow R$, $j = 1, \dots, m$ 为二阶连续可微的非线性函数。其可行域的定义为

$$X = \{x \in R^n \mid g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m\} \quad (2)$$

求解问题 (1) 的 FSQP 方法是一个迭代算法, 在每一步通过解下列二次规划 (QP) 问题得到可行性搜索方向 d_k 和变量 y_k

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k + y_k \\ \text{s.t.} & \begin{aligned} & \nabla f(x_k)^T d_k \leq y_k \\ & g_j(x_k) + \nabla g_j(x_k)^T d_k \leq y_k + \eta_k \end{aligned} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $0 < H_k = H_k^T \in R^{n \times n}$, $0 \leq \eta_k \in R$ 。当 $x_k \in X$ 时, 求解二次规划所得到的 $y_k \leq 0$ 因此搜索方向 d_k 必然是非线性规划问题 (1) 的一个可行的下降方向。 η_k 是为了保证搜索方向 d_k 满足可行性而加入的修正变量。FSQP 算法通过求解一个包含等式约束的二次规划问题的不断的更新 η_k , 本文采用以下公式更新 η_k

$$\begin{cases} \eta_0 = \rho, 0 < \rho \in R \\ \eta_k = \min(\rho, \|d_{k-1}\|^\delta), \delta \in (0, 1), k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出, 随着 $\|d_k\| \rightarrow 0$ 也就是算法的迭代点趋向非线性规划问题 (1) 的 $K-T$ 点时 $\eta_k \rightarrow 0$ 满足 FSQP 算法中 $\eta_k = o(\|d_k\|^2)$ 的特性, 仍保持 FSQP 算法所具有的超线性收敛特性。

另外, 为了克服 Maratos 效应^[7], FSQP 算法采用二阶校正的方法通过求解下列具有等式约束的二次规划问题 (QP) 得到搜索方向的校正量 $\{\bar{d}_k\}$ 。

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} (d_k + \bar{d}_k)^T H_k (d_k + \bar{d}_k) + \nabla f(x_k)^T (d_k + \bar{d}_k) \\ \text{s.t.} & g_j(x_k + d_k) + \nabla g_j(x_k)^T \bar{d}_k = -\Psi_k, j = I_k \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\Psi_k = \max\{\|d_k\|^\tau, -\eta_k^\delta y_k / \|d_k\|\}$, $\tau \in (2, 3)$, $I_k = \{j \mid g_j(x_k) + \nabla g_j(x_k)^T d_k = y_k, \eta_k\}$ 为积极约束集。由于问题 (5) 的 $K-T$ 条件是一个线性方程组, 设 A_k

是由 $\nabla g_j(x_k)$, $j \in I_k$ 作为列向量组成的矩阵, 若 A_k 列不满秩, 则问题 (5) 无解。因此, 如果 $\det(A_k^T A_k) = 0$ 算法则不需要进行二阶校正, 相比 FSQP 算法减少了一些不必要的计算量。

当在通过上述方法得到了可行的搜索方向以后, 算法根据式 (6) 获得下一个迭代点:

$$x_{k+1} = x_k + t_k d_k + \bar{t}_k \bar{d}_k \quad (6)$$

这里 t_k 是通过曲线搜索算法所得的迭代步长, 并同时保持下一步迭代点的可行性, 即满足: $x_{k+1} \in X$ 。

3 FSQP 算法模型

改进 FSQP 算法的计算步骤如下:

首先取初始点 $x_0 \in X$, 对称正定矩 $H_0 \in R^{n \times n}$, $\eta_0 = \rho > 0$, $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$, $\beta \in (0, 1)$, $\tau \in (2, 3)$ 。令 $k = 0$ 。

步骤 1: 通过求解二次规划 (1) 获得 (d_k, y_k) , 并计算积极约束集 I_k 。如果 $d_k = 0$ 则 x_k 是非线性规划问题的 $K-T$ 点, 停止计算。

步骤 2: 判断 A_k 是否列满秩, 如果 $\det(A_k^T A_k) = 0$ 设置 $\bar{d}_k = 0$ 否则求解二次规划问题 (QP) 得到搜索方向的校正量 $\{\bar{d}_k\}$ 。

步骤 3: 采用曲线搜索的方法确定迭代步长。找出 $(\beta, \beta^2, \dots)$ 中满足

$$\begin{aligned} f(x_k + \alpha d_k + \beta^2 \bar{d}_k) & \leq f(x_k) + \alpha \nabla f(x_k)^T d_k \\ g_j(x_k + \alpha d_k + \beta^2 \bar{d}_k) & \leq 0, j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (7)$$

的最大值作为步长 t_k 。

步骤 4: 令 $x_{k+1} = x_k + t_k d_k + \bar{t}_k \bar{d}_k$ 。根据 BFGS 修正公式^[7]修正 H_k 得新的对称正定矩阵 H_{k+1} 。更新 $\eta_{k+1} = \min(\rho, \|d_k\|^\delta)$, $\delta \in (0, 1)$ 。令 $k = k + 1$ 返回步骤 1。

4 改进多目标 FSQP 算法在发动机多变量非线性控制中的应用

本文选取的被控对象是某型双转子混合排气涡扇发动机, 控制算法中采用的发动机数学模型为非线性实时模型。本文所提出的发动机多变量非线性控制方法可以描述为以下的包含约束的多目标优化问题:

选用的调节规律为: 同时控制发动机的主燃油流量 m_f 和尾喷管喉部面积 A_8 , 使低压压气机转速 n_1 和高压涡轮前温度 T_4^* (因为 T_4^* 是反映发动机工作状

态的关键参数,同时发动机的最大热负荷也受其限制)达到并保持在给定的控制希望值上;被控制量为 $x = (n_b, T_4^*)$;控制作用量为 $u = (m_b, A_8)$,设计多目标优化算法的寻优目标函数为

$$\begin{cases} \min J_1 = \int_0^T e_1^2 dt \\ \min J_2 = \int_0^T e_2^2 dt \end{cases} \quad (8)$$

式中 $e_1 = (n_{lr} - n_1)$, $e_2 = (T_{4r}^* - T_4^*)$ 分别表示被控制量的反馈值与控制希望值 (n_{lr} , T_{4r}^*) 之间的偏差值。

控制算法中所考虑的约束有:压气机最小喘振裕度、高压涡轮前最高温度、受控转子最大转速、主燃烧室最大油气比、主燃烧室最小油气比、主燃烧室最大供油量、主燃烧室供油量最大变化速率、尾喷管喉部最大面积、尾喷管喉部最小面积、尾喷管喉部面积的最大变化速率。

上述基于改进多目标 FSQP 算法的发动机多变量非线性控制的原理是:根据当前被控制量的反馈值与控制目标值之间的偏差量,依据寻优目标函数 J_1 和 J_2 和相关约束函数,利用多目标 FSQP 算法优化得到一组最佳的控制序列 $\{u^k | k = 1, 2, \dots, n\}$,在满足所有约束的前提下,控制发动机低压压气机转速和高压涡轮前温度在各个控制周期中均以最快的速度趋近目标转速 n_{lr} 和目标温度 T_{4r}^* 。

对于多目标优化问题,目前工程上多数是通过线性加权法将多目标函数转化为单目标函数来处理^[10],根据此类方法确定的本文的寻优目标函数为

$$\min J = \omega_1 \int_0^T (n_{lr} - n_1)^2 dt + \omega_2 \int_0^T (T_{4r}^* - T_4^*)^2 dt$$

对上述目标函数进行离散化和简化处理。同时,为了消除目标函数中各参数量纲和量值变化范围的不同对优化结果的影响,还需要对目标函数中各参数进行归一化处理。最终的寻优目标函数可以写成以下形式

$$\min J = \omega_1 \left| 1 - \frac{n_1(k)}{n_{lr}} \right|^2 \cdot \Delta t + \omega_2 \left| 1 - \frac{T_{4r}^*(k)}{T_{4r}^*} \right|^2 \cdot \Delta t$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

式中的 ω_1 和 ω_2 为相应目标函数的权重系数,满足 $\omega_1 \geq 0$, $\omega_2 \geq 0$ 。其大小反映相应的寻优目标函数在多目标优化问题中的重要程度。目前,权重系数通常由设计者预先给定不再变化,而相关量值的确定还缺乏理论的依据,具有较大的盲目性,导致优化的效果难以保证。因此,本文采用了自适应权重系数的方法,在寻优控制的每个控制周期中利用以下公式不断自适应的调整 ω_1 和 ω_2 的大小

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= 1, \omega_1 \geq 0.05, \omega_2 \geq 0.05 \\ \omega_1 &= \frac{\left| 1 - \frac{n_1(k)}{n_{lr}} \right|^2}{\left| 1 - \frac{n_1(k)}{n_{lr}} \right|^2 + \left| 1 - \frac{T_{4r}^*(k)}{T_{4r}^*} \right|^2}, \\ \omega_2 &= \frac{\left| 1 - \frac{T_{4r}^*(k)}{T_{4r}^*} \right|^2}{\left| 1 - \frac{n_1(k)}{n_{lr}} \right|^2 + \left| 1 - \frac{T_{4r}^*(k)}{T_{4r}^*} \right|^2} \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

从上式可以看出, ω_1 和 ω_2 是根据所对应的被控制量距离控制目标值的偏差值在所有被控制量与控制目标值的偏差值之和中所占的比重计算得到。该方法可以在寻优过程中较为合理的不断的自适应协调各个目标函数间的权重关系,避免了定常线性加权法的加权系数确定的盲目性。

5 仿真结果及分析

在标准大气条件下,分别选取某型涡扇发动机的2个稳态工作点: $H = 0\text{km}$, $Ma = 0$, $n_1 = 6900\text{rpm}$, $T_{4r}^* = 1279\text{K}$ 和 $H = 8\text{km}$, $Ma = 0.8$, $n_1 = 7235\text{rpm}$, $T_{4r}^* = 1283.3\text{K}$ 。对发动机模型中低压压气机转速 n_1 和高压涡轮前温度 T_{4r}^* 的输出信号同时叠加阶跃型干扰量 $\Delta n_1 = -100\text{rpm}$ 和 $\Delta T_{4r}^* = -10\text{K}$ (在仿真至 2s 时刻加入并一直保持),同时维持原控制希望值不变,在本文提出的改进的多目标 FSQP 算法的控制下,仿真结果分别如图 1~图 10 所示 (FSQP 算法中的可调参数分别设定为: $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\tau = 2.5$ 选择 $H_0 = 1$, $\eta_0 = \rho = 1 \times 10^{-3}$, $j = 1, \dots, m$, $\delta = 0.5$)。

从图 1,图 2,图 6 和图 7 可以看出:采用本文提出的基于改进多目标 FSQP 算法的涡扇发动机多变量非线性控制方法具有较好的稳态控制效果,对于在以上 2 个工作点的稳态控制问题,其调节时间 (到达控制目标值的 $\pm 5\%$ 以内) 均不到 2s,基本没有稳态误差。在 P Ⅲ 2 4G/512M 的计算机上仿真以上 6s 的控制过程所需计算时间分别为 5064ms 和 5127ms (均不包含屏幕输出)。图 3,图 4,图 8 和图 9 分别为控制过程中控制作用量的变化曲线,由于本文所加入的阶跃型干扰量在控制过程中一直存在,而控制希望值未改变,所以必然会导致发动机主燃油流量 m_f 和尾喷管喉部面积 A_8 的状态的改变。图 5 和图 10 分别为目标函数权重系数的自适应变化情况。

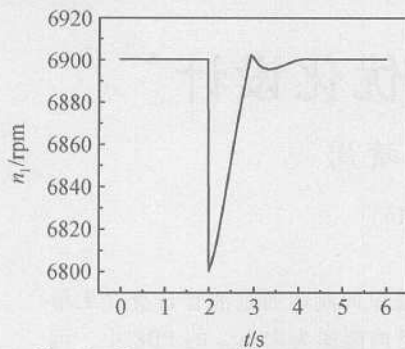


Fig. 1 Response of low-pressure rotor speed, at Mach 0, at an altitude of 0 km

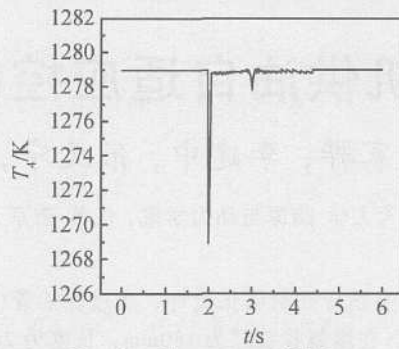


Fig. 2 Response of high-pressure turbine inlet temperature, at Mach 0, at an altitude of 0 km

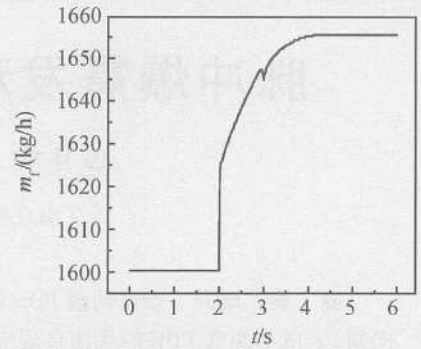


Fig. 3 Variation of gas generator fuel flow, at Mach 0, at an altitude of 0 km

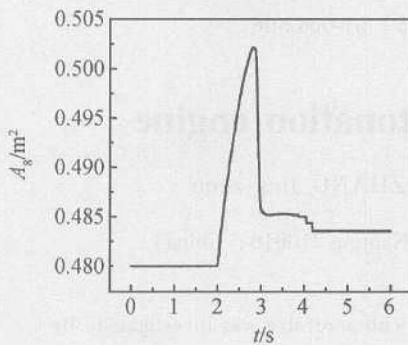


Fig. 4 Variation of nozzle throat area, at Mach 0, at an altitude of 0 km

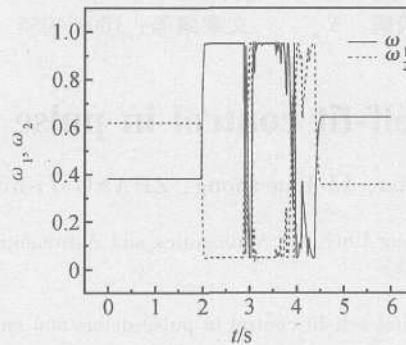


Fig. 5 Variation of ω_1 and ω_2 , at Mach 0, at an altitude of 0 km

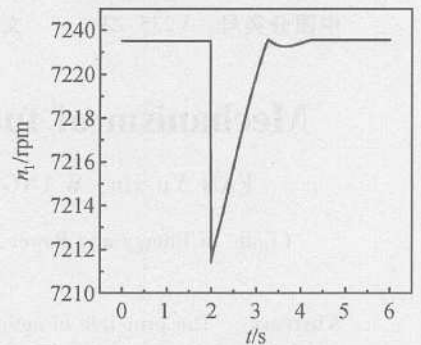


Fig. 6 Response of low-pressure rotor speed, at Mach 0.8, at an altitude of 8 km

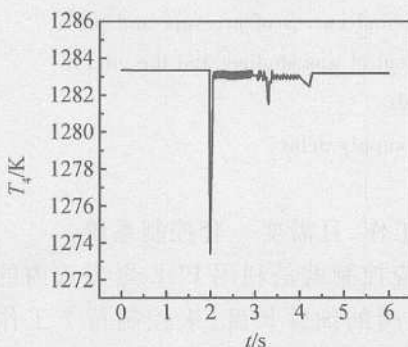


Fig. 7 Response of high-pressure turbine inlet temperature, at Mach 0.8, at an altitude of 8 km

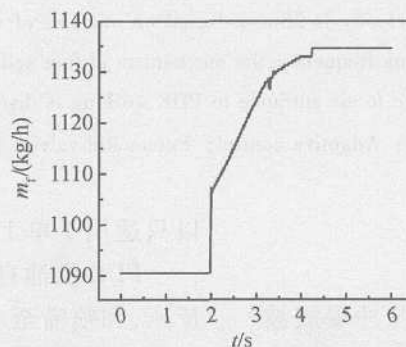


Fig. 8 Variation of gas generator fuel flow, at Mach 0.8, at an altitude of 8 km

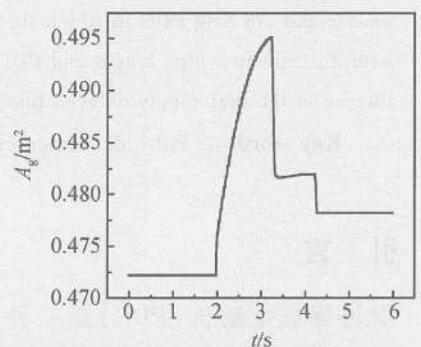


Fig. 9 Variation of nozzle throat area, at Mach 0.8, at an altitude of 8 km

6 结 论

研究表明,本文提出的基于改进多目标 FSQP 算法的发动机多变量非线性控制方法可以有效的解决涡扇发动机多变量非线性控制问题。相比常规的航空发动机多变量控制方法,该方法将发动机的多变量控制转化为非线性多目标优化问题求解,不需要对发动机非线性数学模型进行任何线性化处理,可以在控制过程中保证各项约束始终得到满足的前提下获得最短的调节时间。本文所采用的非线性优化算法是非线性数

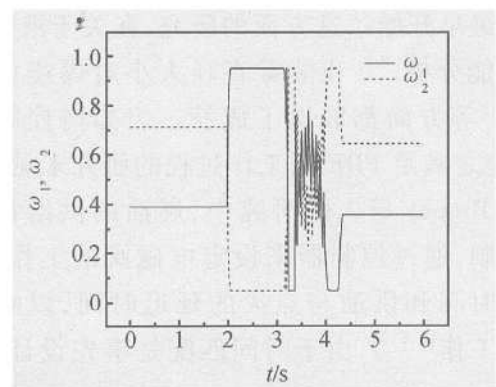


Fig. 10 Variation of ω_1 and ω_2 , at Mach 0.8, at an altitude of 8 km

(下转第 67 页)

- development[R]. *AAA* 98- 4003
- [4] Lasheras J Varatharajan B Varga C, et al Studies of fuel distribution and detonation chemistry for pulse detonation engines[R]. *ISABE - 2001 - 1174 Bangalore, India, 2001*
- [5] Hofstedt T A. Propagation of a two-phase detonation across a geometric diffraction with compositional discontinuity [D]. *ADA 381096*
- [6] Forster D L. Evaluation of a liquid-fueled pulse detonation engine combustor[D]. *ADA 359179*
- [7] 程显辰. 脉动燃烧 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994
- [8] Lockwood R M. Patterson W G. Summary report on investigation of miniature valveless pulsejets[R]. *Published as Hiller aircraft company report NO. ARD - 307*
- [9] 范育新, 王家骅, 李建中, 等. 脉冲爆震发动机 (PDE) 工作过程控制和协调试验 [J]. 推进技术, 2004, 25(6). (FAN Yu-xin, WANG Jia-hua, LI Jian-zhong et al Experimental investigation on working process of pulse detonation engine (PDE) [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(6).)
- [10] 郑殿峰, 王家骅, 王波, 等. 脉冲爆震发动机气动阀阻力特性 [J]. 推进技术, 2004, 25(2). (ZHENG Dian-feng, WANG Jia-hua, WANG Bo et al Resistance characteristic of aerovalve of pulse detonation engine [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(2).)
- [11] 李建中, 王家骅, 范育新, 等. 多循环脉冲爆震发动机净推力估算 [J]. 推进技术, 2004, 25(3). (LI Jian-zhong, WANG Jia-hua, FAN Yu-xin et al Net thrust prediction of multicycle pulse detonation engine [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2004, 25(3).)

(编辑: 梅 瑛)

(上接第 61 页)

学规划领域最新的研究成果, 今后应进一步开展关于计算效率方面的研究以提高控制算法的实时性。

参考文献:

- [1] Comparison of multivariable control design techniques for a turbofan engine control[R]. *NASA-TM-107060* 1996
- [2] 孙健国. 面向 21 世纪的航空动力控制展望 [J]. 航空动力学报, 2001, 16(2).
- [3] 樊丁, 赵庆荣. 航空发动机全程滑态变结构控制研究 [J]. 推进技术, 2002, 23(6). (FAN Ding, ZHAO Qing-rong Application of global variable structure control method in aeroengine control system [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2002, 23(6).)
- [4] 吴沧浦. 最优控制的理论与方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000
- [5] Christof B. skens, Hehnut Mauner. SQP methods for solving optimal control problems with control and state constraints adjoint variables sensitivity analysis and real-time control[J]. *Journal of computational and applied mathematics* 2000 120(1).
- [6] Ravindran S S. Optimal control of solid fuel ignition model using SQP method[C]. *41st IEEE conference on decision and control* 2002, 3, 3288~ 3293
- [7] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [8] Boggs P T, Tolle J W. Sequential quadratic programming [J]. *Acta Numerica*, 1995, 45, 1~ 51
- [9] Lawrence C T, Tits A L. A computationally efficient feasible sequential quadratic programming algorithm [J]. *SIAM J. OPTM.*, 2001, 11(4).
- [10] 胡毓达. 实用多目标最优化 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990

(编辑: 梅 瑛)