

圆柱谐振腔微波等离子推力器的理论计算^{*}

唐金兰, 何洪庆, 毛根旺, 韩先伟, 杨 涓

(西北工业大学 航天工程学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 采用耦合求解 Maxwell 方程、Navier-Stokes 方程和 Saha 方程的方法, 完成了圆柱谐振腔微波等离子推力器 (MPT) 的理论计算研究。研究表明, MPT 稳态高效工作的前提是耦合进入谐振腔内的微波功率与工质气体流量 (或腔内压强) 应合理匹配, 并通过 1kW MPT 的地面与真空实验, 初步验证了理论研究结果。理论与实验研究表明, 圆柱形 MPT 原理可行, 研制出的样机实验系统启动可靠、工作稳定。

关键词: 微波等离子推力器^{*}; 空腔谐振器; 数值计算; 实验

中图分类号: V237 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2004) 03-0246-06

Theoretical computation for microwave plasma thruster with cylindrical resonant cavity

TANG Jin-lan, HE Hong-qing, MAO Gen-wang, HAN Xian-wei, YANG Juan

(Coll. of Astronautics, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

Abstract: Microwave Plasma Thruster (MPT) consists of microwave generator, gas storing and supplying system, resonant cavity and accelerative nozzle. Its principle is to generate free-floating plasma brought by microwave discharge breakdown gas in resonant cavity and the plasma exhausted from nozzle to produce thrust. Theoretical computational for MPT with cylindrical resonant cavity was analyzed using a coupled Maxwell, Saha and Navier-Stokes solver. Results show that there is a good matching between the microwave power and the gas flux (or the pressure in cavity) when the MPT work steadily with high efficiency. Meanwhile, the theoretical analysis has been validated primarily by the experiment of MPT on the ground and vacuum condition. The experimental and theoretical results show that the principle of MPT is feasible and the experimental system of MPT works well.

Key words: Microwave plasma thruster^{*}; Cavity resonator; Numerical calculation; Experimentation

1 引 言

微波等离子推力器 (MPT) 中的谐振腔是组织微波能量吸收的重要部件, 常有圆柱形、同轴形和矩形等结构形式。对 500W 以上 MPT 的圆柱谐振腔及 500W 以下 MPT 的同轴谐振腔, 已完成了原理样机的低信号调试^[1] 及地面与真空环境的点火启动实验。同时, 完成了圆柱形谐振腔内隔板对 MPT 特性的影响^[2] 等理论研究。从目前的研究结果来看, MPT 同时有着小推力、高比冲、长寿命等潜在的优势, 因此在航天应用方面成为一个十分引人注目的新领域^[3~5]。

而 MPT 稳定工作、成功应用的关键是微波放电如何在谐振腔内产生大面积、稳态悬浮的等离子体, 因此, 本文将对 1kW 圆柱形 MPT 中微波、等离子体、流场之间的耦合问题进行理论计算研究, 试图分析影响等离子体稳定的因素, 为有效控制等离子体参数、提高工质对微波能量的吸收效率探索途径。

2 理论研究

2.1 控制方程及其边界条件

1kW MPT 圆柱形谐振腔内等离子体的形成过程为: 微波源产生的一定频率和功率的微波经波导和/

^{*} 收稿日期: 2003-09-06; 修订日期: 2003-12-03。

基金项目: 国家“八六三”基金项目 (863-2-2-5-12); 国防基础科研计划项目 (J1400D001)。

作者简介: 唐金兰, (1966—), 博士, 副教授, 研究领域为航空宇航推进理论与工程。

或电缆传输至圆柱形谐振腔,通过阻抗匹配调节,微波在谐振腔内产生 TM_{011} 模式的谐振电磁场,并在谐振腔内电场最强的区域形成放电区。当工质(N_2 , He , Ar 等)通过谐振放电区时吸收微波能量产生电离,从而形成高温等离子体(如图1),等离子体经喷管加速膨胀喷出,产生推力。因此,MPT 谐振腔内的工质气体是在等离子体吸收微波能量条件下的传热与流动过程,腔内的数值研究将涉及微波、等离子体、流场间的相互耦合作用,情况较为复杂。但是,由于等离子体中粒子的平均自由程远小于谐振腔的特征尺度,因此可以作为连续介质处理。

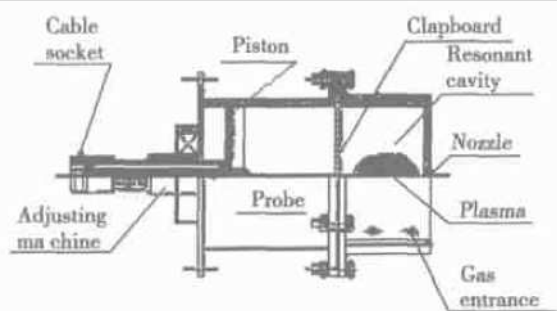


Fig. 1 Sketch of MPT with cylindrical resonant cavity

对于微波电磁场,采用由麦克斯韦方程组变换所得的圆柱形谐振腔内 TM_{011} 模式的场分量表达式:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[-\frac{\partial H_\theta}{\partial z} - \sigma E_r \right] \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) - \sigma E_z \right] \\ \frac{\partial H_\theta}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} - s H_\theta \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中 E 是电场强度, H 是磁场强度, ε 是腔体内介质的介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, 其中 ε_0 为真空介电常数, ε_r 为相对介电常数, σ 是腔体内介质的电导率, μ 是腔体内介质的磁导率, s 是腔体内介质的磁电阻率, 它对应磁场的损耗。对于圆柱形 MPT, 式(1)在腔体壁面、端面和轴对称边界上的边界条件为

$$\begin{aligned} E_z &= 0, \partial E_r / \partial r = 0; \\ E_r &= 0, \partial E_z / \partial z = 0; \\ E_r &= 0, \partial E_z / \partial r = 0 \end{aligned}$$

对环向磁场 B_θ , 腔壁为自由边界。同时,取规则圆柱形谐振腔(无隔板、孔隙等)内 TM_{011} 谐振模式的解析解为腔内电磁场的初值。

对于流场,采用耦合了电磁场的扩展 N-S 方程

组,其张量形式为

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \sigma E \times B \\ \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i h) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) + J \cdot E \end{cases} \quad (2)$$

动量方程中的 $\sigma E \times B$ 为洛伦兹力,能量方程中的 $J \cdot E$ 是焦耳热。耦合了电磁场的 N-S 方程的边界条件为:

(1) 入口边界: 根据实验测量的注入工质气体的流量、压强及注入孔径的大小,计算出入口边界上气体的入口速度;

(2) 轴对称边界: $v = 0, \partial p / \partial n = \partial u / \partial n = \partial T / \partial n = 0$

(3) 壁面边界: 谐振腔体壁面为非渗透性壁面,即有: $u = v = w = 0$; 对于温度方程,采用绝热条件(零热流,良绝缘体),此时壁面的温度可通过外插得到;

(4) 出口边界: 出口边界处理的原则是: 出口流场要满足计算区域的总体质量守恒; ④出口截面上每一点信息由其上游一点或数点确定。因此,假定出口截面上各点的法向速度的一阶导数为常数

$$\frac{u_{L1,j} - u_{L2,j}}{\Delta x} = \text{const} = K$$

则有: $u_{L1,j} = u_{L2,j} + K \Delta x = u_{L2,j} + c$

式中常数 c 可根据总体质量守恒的条件得出

$$\sum_{j=2}^{M2} (\rho_{L1,j}) (u_{L2,j} + c) A_j = F_{in}$$

式中 F_{in} 为入口质量流量, A_j 为出口截面积。于

$$\text{是有: } c = \frac{F_{in} - \sum_{j=2}^{M2} (\rho_{L1,j}) (u_{L2,j}) A_j}{\sum_{j=2}^{M2} (\rho_{L1,j}) A_j}$$

除法向速度外,对于出口截面的其它参数可按照下列关系式确定

$$\phi_{L1,j} = \phi_{L2,j}$$

对于等离子体,采用单温度热平衡等离子体模型,仅考虑一次电离反应,如对于氩等离子体,仅考虑其电离-复合反应: $Ar \longleftrightarrow Ar^+ + e$, 而对于等离子体中的组分,可有如下的关系式

$$\begin{cases} p = k(n_a + 2n^+)T \\ n_e = n^+ \\ \left(\frac{n^+}{n_a}\right)^2 = \frac{2Z^+}{Z_a} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left[-\frac{E_0^\infty}{kT}\right] \end{cases} \quad (3)$$

式中 $Z^r = \sum_i g_i \exp(-E_{r,i}/kT)$ 是第 r 种粒子的配分函数(对于一次电离有 $r = a$ 表示原子, $r = +$ 表示一次电离的离子); p 与 T 是等离子体压强与温度, n_e , n_a , n^+ 分别为等离子体中电子、原子和一次电离的离子的数密度; 式(3)中的第 3 个方程是一次电离的 Saha 方程的具体表达形式。

2.2 算例

考虑到微波电磁场在空间相互正交和铰链, 本文采用交错网格, 用时域有限差分(FDTD)法求解电磁场, SIMPLE 方法求解流场, 对式(1)和(2)进行耦合,

假设腔内气体流动为二维轴对称可压缩层流。得到腔内压强与温度后, 利用式(3)求出等离子体各组分。

(1) 验证性计算

首先计算分析了中部有电介质隔板的圆柱形谐振腔内电磁场及谐振频率的特性, 并将计算结果与MPT 的启动实验结果进行了对比分析^[2], 验证了微波电磁场模型的正确性。其次通过计算经典的中性气体二维突扩管流, 验证了流场模型的正确性。然后计算给定压强与温度的气体容器中等离子体中的各粒子数密度(计算结果如表 1 所示, 计算结果与文献[6]结果一致), 验证了单温度热平衡等离子体模型的正确性。通过验证性计算认为, 方程(1)~(3)可以用于圆柱形MPT 的理论计算研究。

Table 1 Calculation of patical number density in Ar ion

Pressure Temperature/K	1013. 25Pa		10132. 5Pa		101325Pa	
	n_e/m^{-3}	n_d/m^{-3}	n_e/m^{-3}	n_d/m^{-3}	n_e/m^{-3}	n_d/m^{-3}
1600	1. 23036	$4. 5845 \times 10^{22}$	3. 8907	$4. 5845 \times 10^{23}$	$1. 2304 \times 10^1$	$4. 5845 \times 10^{24}$
2000	$1. 2281 \times 10^5$	$3. 6676 \times 10^{22}$	$3. 8835 \times 10^5$	$3. 6676 \times 10^{23}$	$1. 2281 \times 10^6$	$3. 6676 \times 10^{24}$
	* $1. 2398 \times 10^5$	* $3. 6572 \times 10^{22}$	* $3. 9210 \times 10^5$	* $3. 6581 \times 10^{23}$	* $1. 2398 \times 10^6$	* $3. 6572 \times 10^{24}$
2600	$5. 1285 \times 10^9$	$2. 8213 \times 10^{22}$	$1. 6218 \times 10^{10}$	$2. 8213 \times 10^{23}$	$5. 1285 \times 10^{10}$	$2. 8213 \times 10^{24}$
3000	$5. 8417 \times 10^{11}$	$2. 4451 \times 10^{22}$	$1. 8473 \times 10^{12}$	$2. 4451 \times 10^{23}$	$5. 8417 \times 10^{12}$	$2. 4451 \times 10^{24}$
	* $5. 7163 \times 10^{11}$	* $2. 4384 \times 10^{22}$	* $1. 8076 \times 10^{12}$	* $2. 4382 \times 10^{23}$	* $5. 7163 \times 10^{12}$	* $2. 4384 \times 10^{24}$
3600	$9. 9410 \times 10^{13}$	$2. 0376 \times 10^{22}$	$3. 1436 \times 10^{14}$	$2. 0376 \times 10^{23}$	$9. 9410 \times 10^{14}$	$2. 0376 \times 10^{24}$
4000	$1. 3014 \times 10^{15}$	$1. 8338 \times 10^{22}$	$4. 1155 \times 10^{15}$	$1. 8338 \times 10^{23}$	$1. 3014 \times 10^{16}$	$1. 8338 \times 10^{24}$
	* $1. 2683 \times 10^{15}$	* $1. 8289 \times 10^{22}$	* $4. 0116 \times 10^{15}$	* $1. 8296 \times 10^{23}$	* $1. 2683 \times 10^{16}$	* $1. 8287 \times 10^{24}$
4600	$2. 6755 \times 10^{16}$	$1. 5946 \times 10^{22}$	$8. 4608 \times 10^{16}$	$1. 5946 \times 10^{23}$	$2. 6755 \times 10^{17}$	$1. 5946 \times 10^{24}$
5000	$1. 3447 \times 10^{17}$	$1. 4670 \times 10^{22}$	$4. 2524 \times 10^{17}$	$1. 4670 \times 10^{23}$	$1. 3447 \times 10^{18}$	$1. 4671 \times 10^{24}$
	* $1. 3166 \times 10^{17}$	* $1. 4627 \times 10^{22}$	* $4. 1646 \times 10^{17}$	* $1. 4632 \times 10^{23}$	* $1. 3171 \times 10^{18}$	* $1. 4629 \times 10^{24}$
5600	$9. 8573 \times 10^{17}$	$1. 3097 \times 10^{22}$	$3. 1173 \times 10^{18}$	$1. 3098 \times 10^{23}$	$9. 8580 \times 10^{18}$	$1. 3099 \times 10^{24}$
6000	$2. 9853 \times 10^{18}$	$1. 2220 \times 10^{22}$	$9. 4418 \times 10^{18}$	$1. 2224 \times 10^{23}$	$2. 9859 \times 10^{18}$	$1. 2225 \times 10^{24}$
	* $2. 9415 \times 10^{18}$	* $1. 2188 \times 10^{22}$	* $9. 3072 \times 10^{18}$	* $1. 2190 \times 10^{23}$	* $2. 9460 \times 10^{18}$	* $1. 2192 \times 10^{24}$

Note: * ——quoted from reference[6]

(2)MPT 圆柱形谐振腔内的耦合计算

计算条件: 实验系统用的微波发生器考虑到波导的衰减系数最小及易于制造两方面因素, 选取微波频率为工业常用的 2. 45GHz, 由微波频率及谐振模式 TM₀₁₁ 模确定的规则谐振腔的直径为 101. 6mm, 长度 159mm, 隔板为电介质材料, 工质为氩气。

图 2 为微波输入功率 600W, 腔内压强为 0. 3MPa

时, MPT 稳态工作状态下腔内等离子体区的等温线、电子数密度等值线图。等离子体区的位置与大小与实验观察的现象相一致。

图 3 为微波输入功率 600W, 腔内压强为 0. 3MPa 时, 腔内平均温度和平均电子数密度随微波功率的变化关系。由图可见, 在腔内压强一定的情况下, 输入的微波功率愈大, 谐振腔内的平均温度和电子数密度

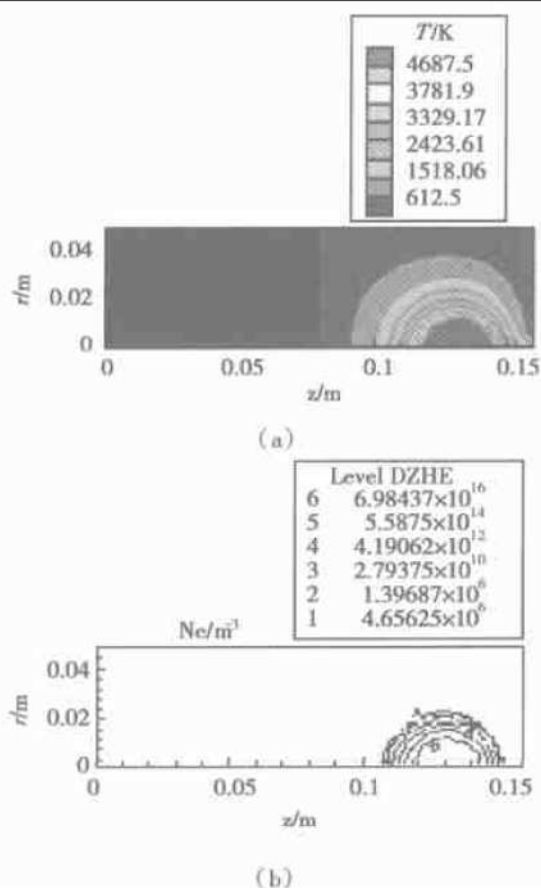


Fig. 2 Temperature and electron density contours in cylindrical resonant cavity of MPT under the steady state(2.45GHz, Ar, absorb power 600W, $p_c = 0.3\text{MPa}$)

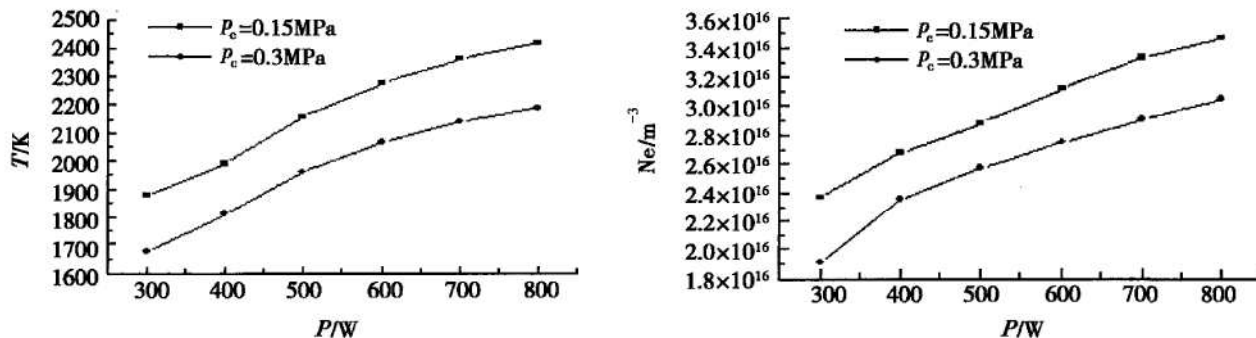


Fig. 3 Change of average temperature and electron density vs microwave power in cylindrical resonant cavity

由图 2~ 图 4 的计算结果,可得出如下结论:

(1) 对于 1kW 圆柱形 MPT, 氩气工质, 当比功率 (微波输入功率与工质流量的比值) 从 $1.875 \sim 10\text{MJ/kg}$ 变化时, MPT 均可启动工作。但最佳稳态工作时的微波功率为 600W, 工质流量为 160mg/s 左右 (比功率约为 3.75 左右), 此时腔内的压强约为 0.3MPa, 平均温度约 2066.2K, 平均电子数密度约 $2.75 \times 10^{16}/\text{m}^3$ 。若再增大功率, 虽可使腔内的平均温度和电子数密度略有提高, 但却带来较大的功率损耗。

愈高。由于微波功率的增大, 使焦耳热增大, 从而产生更热的电子, 导致更多的中性气体被电离, 因而使腔内温度升高、等离子体的电子数密度增大。但在腔内压强一定的情况下, 并不是输入的微波功率越大越好。随着微波功率的增大, MPT 谐振腔内等离子体中电子数密度也增大, 当电子数密度大于临界电子数密度 (微波频率为 2.45GHz 的 1kW MPT, 其临界电子数密度为 $7.4 \times 10^{16}/\text{m}^3$) 时, 等离子体将对微波吸收屏蔽, 此时若增大微波功率, 将造成能量的浪费。

图 3 也反映出流量 (或腔内压强) 增加, 腔内平均温度和平均电子数密度降低的情况, 这是因为, 微波功率一定, 即焦耳热一定, 此时工质气体流量的增加, 导致更多的气体消耗有限的热量, 必将使腔内的平均温度和平均电子数密度降低。

图 4 是谐振腔内压强一定 (0.3MPa)、不同微波功率情况下, MPT 点火前后腔内电磁场的变化规律。由图可见, 工质电离对谐振腔内的电磁场有扰动。微波功率愈大时, 由于腔内温度及等离子体电子数密度愈大, 则对谐振腔内的电磁场扰动就愈大。图中亦反映了等离子体区的位置与大小。

(2) 在微波频率、谐振腔结构及尺寸一定时, MPT 稳定工作的条件是微波功率与工质流量应合理匹配, 即: 一定的功率下, 应对应恰当的流量; 如要增大推力, 必须增加流量, 相应增大功率。流量与功率的良好匹配, 才能保证等离子体稳定、保证较高的电子数密度、平均温度和微波能量吸收效率。

(3) 腔内等离子体区的形成, 对腔内电磁场的分布产生扰动, 强扰动区位于喷管入口处的等离子体周围, 而远离等离子体的区域扰动较弱。

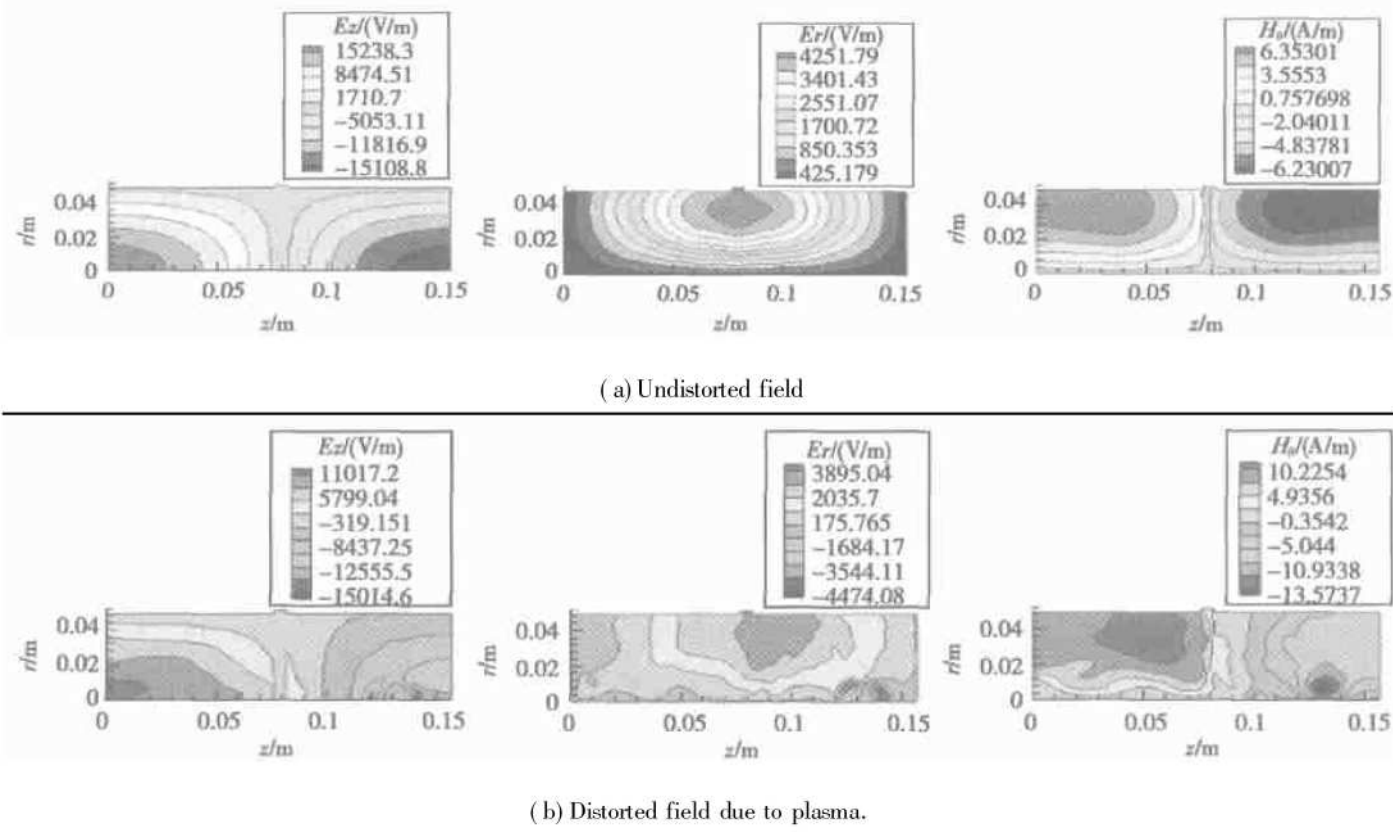


Fig. 4 Electromagnetic field contrastively between before and after ignition in cylindrical resonant cavity(2.45GHz, Ar, absorb power 600W, $p_c = 0.3\text{MPa}$)

3 实验验证

3.1 实验系统组成

1 kW 圆柱形 MPT 实验系统主要由微波源及微波传输系统、圆柱形谐振腔和工质供应系统组成^[7]。地面实验系统原理如图 5 所示。系统中微波源的输出功率在 300W~1000W 范围内可调,微波频率为 $(2450 \pm 50)\text{MHz}$,工质气体为流量、压强可调的氩气或氦气,推力器腔体为 TM_{011} 谐振模式的圆柱形谐振腔,系统经矢量网络分析仪冷调^[1]。

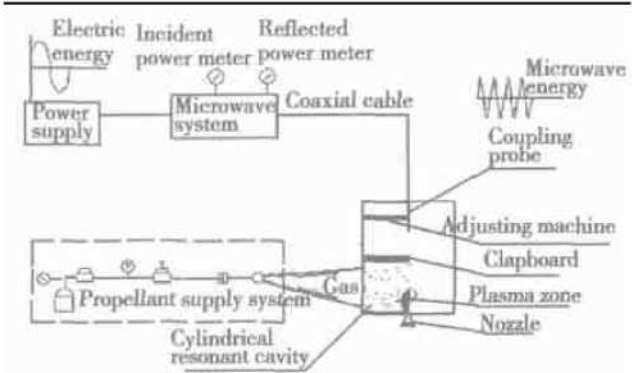


Fig. 5 1kW MPT system with cylindrical resonant cavity

3.2 地面与真空实验

(1) 地面启动实验

地面实验时先接通微波电源、堵上推力器的喷管堵盖、启动真空机械泵将谐振腔后腔内的压强抽至略低于 5kPa 时,打开微波源(300W~1000W 可调)将一定功率的微波耦合进入谐振腔,从观察窗中立刻可见到后腔内出现一团浅紫色悬浮火焰,这是低压下空气在后腔形成的放电区。此时打开工质供应阀,将工质注入后腔,腔内压强逐渐升高,同时调节微波输入功率,此时火焰由浅紫色变为中心为明亮白色、四周为浅紫色、外形近似为椭球形的位于喷管入口处附近的高温等离子体区(从观察窗可见腔内等离子体产生的位置、形状与图 2 的计算结果十分接近),这时可关闭真空泵。当后腔内压强增高至 0.3MPa 左右、微波输入功率约 600W~700W 左右时,等离子体流喷出,产生推力,MPT 稳定工作,这表明 1kW MPT 系统在地面环境成功启动工作。圆柱形 MPT 典型的地面热试实验图像如图 6 所示。

(2) 真空稳定工作实验

实验时仅将 MPT 的圆柱形谐振腔置于真空舱内,而系统的其它部件则置于真空舱外,且实验过程中维持舱内真空度在 10Pa 以下。

真空实验时微波源与谐振腔间的同轴电缆在功率大于 600W 时出现发热现象,影响到微波系统的阻抗,使反射功率增大、影响 MPT 的性能。因此真空实

验时微波功率限制在 500W 左右。实验时首先启动真空泵机组对真空实验舱实施抽真空,当真空舱内的环境真空度约为 5.0×10^{-2} Pa 并稳定后,打开工质供应阀,适量的工质气体进入谐振腔;再打开微波源(300W~1000W 可调)将 500W 左右的微波功率耦合进入谐振腔,MPT 即瞬时可靠启动;最后逐渐加大工质气体流量使谐振腔内的压强增大。当气体流量达到 37.0mg/s(Ar) 附近时,出口火焰明显膨胀,且随着气体流量的进一步增加,火焰长度和直径逐渐增大,表明 1kW MPT 系统在真空环境下稳定工作。而当气体流量大于 110mg/s(Ar) 后,出口火焰出现不稳定现

象。火焰不稳定的主要原因是:(1)微波功率与流量出现不匹配现象;(2)腔内等离子体对腔内微波电磁场的扰动,影响了工质对微波能量的吸收。

由于目前测量火焰温度和电子浓度尚有困难,功率与流量的最佳匹配一方面可看火焰是否稳定、长而明亮,同时可看反射功率是否最小。典型的真空热试实验图像如图 7 所示,测量的反射功率与比功率的关系如图 8 所示。由图 8 可见,对于氩气工质,当比功率在 4.0MJ/kg 左右(理论计算值为 3.75MJ/kg)时,反射功率最小、工质对微波的吸收效率最高。



Fig.6 Stable state of 1kW MPT operation on ground condition

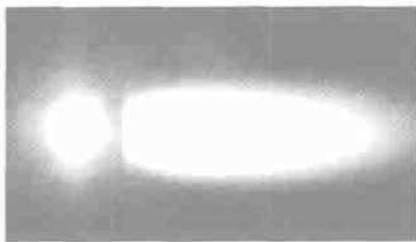


Fig.7 Stable state of 1kW MPT operation on vacuum condition

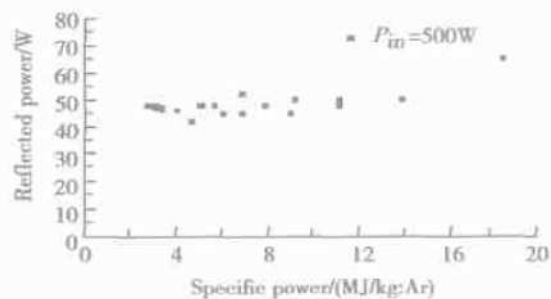


Fig.8 Reflected power vs specific power in cylindrical resonant cavity

4 结 论

(1) 本文采用的耦合求解分析方法,经验证计算和实例计算的实验验证表明,可用于圆柱形 MPT 的理论计算研究;

(2) 对 1kW 圆柱形 MPT,比功率在 1.875MJ/kg~10MJ/kg 范围内均可启动工作,但在微波频率、谐振结构及尺寸一定时,最佳稳态工作的条件是微波功率与工质流量的合理匹配,本文计算条件下比功率约为 3.75MJ/kg 为宜;

(3) 谐振腔内等离子体区的形成,对腔内电磁场的分布产生扰动,强扰动区位于喷管入口处的等离子体周围。

(4) 由于国内外对 MPT 的研究还不充分,本文的计算也是一种探索,理论和实验研究均有待深入。

致谢: 参加本项目研究工作的还有屈 崑、魏坤、陈 君、宋 军、夏广庆、林 榕、苏伟仪等,在此深表感谢!

参考文献:

[1] 杨 涓,韩先伟,何洪庆,等.微波等离子推力器谐振腔

的低信号调试[J].推进技术,2002,23(6). (YANG Juan, HAN Xiarwei, HE Hong-qing, et al. Resonance regulation of microwave plasma thruster under the low signal[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2002, 23(6): 505~508.)

[2] 唐金兰,何洪庆,韩先伟,等.谐振腔隔板对微波等离子推力器特性的影响[J].推进技术,2002,23(4). (TANG Jinlan, HE Hong-qing, HAN Xiarwei, et al. Influence of the clapboard on electromagnetic field and resonant frequency with in the resonant cavity of microwave plasma thruster[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2002, 23(4).)

[3] Saccoccia G. Overview european electric propulsion activities [R]. AIAA 2001-3228.

[4] Cassady R J. Overview of major U. S. industrial program in electric propulsion[R]. AIAA 2001-3226.

[5] Gorshkov O A, Koroteev A S, Arkhipov B A, et al. Overview of russian activities in electric propulsion [R]. AIAA 2001-3229.

[6] 陈 熙.高温电离气体的传热与流动[M].北京:科学出版社,1993.

[7] 韩先伟.微波等离子推力器真空实验研究与卫星应用探索[D].西安:西北工业大学,2002.

(编辑:王居信)