

基于 FSQP 算法的涡扇发动机多变量最优加速控制*

戚学锋¹, 樊 丁¹, 陈耀楚¹, 李伟刚²

(1. 西北工业大学 航空动力与热力工程系, 陕西 西安 710072; 2. 中国航空动力控制系统研究所, 江苏 无锡 214063)

摘 要: 深入研究了新的非线性规划算法——FSQP 算法。提出了一种基于 FSQP 算法的涡扇发动机多变量最优加速控制方法。该方法可以提高发动机的加速性能并满足加速过程中的各项约束条件。最后, 通过仿真表明了该控制算法的可行性和良好的控制效果。

关键词: 涡轮风扇发动机; 最佳控制; 加速性能; 数值仿真

中图分类号: V233.71 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2004) 03-0233-04

Multivariable optimal acceleration control of turbofan engine based on FSQP algorithm

QI Xue-feng¹, FAN Ding¹, CHEN Yao-chu¹, LI Wei-gang²

(1. Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China;

2. China Aviation Motor Control Inst., Wuxi 214063, China)

Abstract: As a new nonlinear programming algorithm, the FSQP is studied. A FSQP algorithm based multivariable optimal control method for the acceleration process of turbofan engine is developed. By this method, the engine acceleration performance can be improved greatly and each constraint in the acceleration process is satisfied. The simulation results show that this control algorithm is feasible and effective.

Key words: Turbofan engine; Optimal control; Acceleration performance; Numerical simulation

1 引 言

航空发动机的加速性能是一项极为重要的指标^[1]。近些年来, 航空发动机的最优加速控制研究已成为国内外的一个研究热点^[2~4]。另一方面, 航空发动机是一个高度复杂的系统, 它的状态运动方程和目标函数都是强非线性的, 难以用解析表达式精确描述, 而且控制过程中受多项约束, 用常规的最优控制方法都很难解决这个问题。

近年来, 鉴于数学规划算法的迅速发展, 其在最优控制理论和方法中已受到越来越多的关注^[5]。文献[6~8]采用 SQP 算法解决了带有约束的非线性系统的最优控制问题, 并获得了较好的控制效果。SQP 算法是目前求解具有约束的非线性规划问题的最优

秀快速算法之一^[9,10]。但是, 对于上述及绝大多数不同形式的 SQP 算法均采用罚函数作为效益函数, 算法在迭代过程中所产生的迭代点往往不可行(也即是处于优化对象可行域之外)。这样就难以满足在最优控制过程中每个控制周期的控制输出必须严格可行的要求。另外, 罚函数中罚因子选取的合适与否将直接影响算法的收敛性, 而且目前其确定方法尚缺乏理论上的指导, 所以算法的性能也就难以保证。为此, Lawrence 和 Tits 提出了能够保证迭代点可行性的 FSQP(Feasible SQP) 算法^[11]。该算法直接以目标函数为效益函数, 避免了罚因子选择不当对算法的影响, 并且具有全局收敛和局部的超线性收敛特性。因此, 本文采用了上述 FSQP 算法对某型涡扇发动机加速过程进行了时间最优的多变量控制研究。

* 收稿日期: 2003-08-23; 修订日期: 2003-11-19。

基金项目: 航空科学基金(99C53022)资助项目。

作者简介: 戚学锋(1977—), 男, 博士生, 研究领域为最优控制、航空发动机控制。E-mail: qixuefeng@hotmail.com

2 FSQP 算法

对于具有约束的非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $f: R^n \rightarrow R$ $g_j: R^n \rightarrow R, j = 1, \dots, m$ 为二阶连续可微的非线性函数。其可行域的定义为

$$X = \{x \in R^n | g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m\} \quad (2)$$

求解式(1)的 FSQP 方法是一个迭代算法,在每一步通过解下列二次规划(QP)问题得到可行性搜索方向 d_k 和变量 v_k 。

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k + v_k \\ \text{s.t.} \quad & \dot{f}(x_k)^T d_k \leq v_k \end{aligned} \quad (3)$$

$$g_i(x_k) + \dot{g}_j(x_k)^T d_k \leq v_k \cdot \eta_k$$

式中 $0 < H_k = H_k^T \in R^{n \times n}, 0 \leq \eta_k \in R$ 。当 $x_k \in X$ 时,求解二次规划所得到的 $v_k \leq 0$, 因此搜索方向 d_k 必然是非线性规划问题(1)的一个可行的下降方向。 η_k 是为了保证搜索方向 d_k 满足可行性而加入的修正变量。FSQP 算法通过求解下列具有等式约束的二次规划(QP⁰)问题的 $\|d^0\|^2$ 不断的更新 η_k 。

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} (d_k^0)^T H_k d_k^0 + \dot{f}(x_k)^T d_k^0 \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x_k) + \dot{g}_j(x_k)^T d_k^0 = 0, j = I_k \\ & \eta_k = C_k \cdot \|d_k^0\|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

式中 I_k 为积极约束集, $0 < C_k \in R$ 。从上式可以看出,随着 $d_k \rightarrow 0$, 也就是算法的迭代点趋向非线性规划式(1)的 K-T 点时 $\eta_k \rightarrow 0$ 。采用此方法确定附加的修正变量 η_k 使算法仍保证 SQP 算法所具有的超线性收敛特性^[11]。

同时,为了克服 Maratos 效应^[9], FSQP 算法采用二阶校正的方法通过求解下列二次规划问题($\overline{QP}$)得到搜索方向的校正量 $\{\overline{d}_k\}$ 。

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} (d_k + \overline{d}_k)^T H_k (d_k + \overline{d}_k) + \dot{f}(x_k)^T (d_k + \overline{d}_k) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x_k + d_k) + \dot{g}_j(x_k)^T (d_k + \overline{d}_k) \leq \|d_k\|^\tau, \\ & j = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\tau \in (2, 3)$ 。在通过上述方法得到了可行的搜索方向以后, FSQP 算法根据以下形式获得下一个迭代点:

$$x_{k+1} = x_k + t_k d_k + t_k^2 \overline{d}_k \quad (6)$$

式中 t_k 是通过曲线搜索算法所得的迭代步长,

并同时保持下一步迭代点的可行性,即满足: $x_{k+1} \in X$ 。

3 算法模型

FSQP 算法的计算步骤如下:

首先取初始点 $x_0 \in X$, 对称正定矩阵 $H_0, 0 < \eta_0 \in R, \alpha \in (0, \frac{1}{2}), \beta \in (0, 1), 0 < \underline{C} \leq \overline{C}, \tau \in (2, 3)$ 。令 $k = 0$ 。

(1) 通过求解二次规划(1)获得 (d_k, v_k) , 并计算积极约束集 I_k 。如果 $d_k = 0$, 则 x_k 是非线性规划问题的 K-T 点, 停止计算。

(2) 求解二次规划问题($\overline{QP}$)得到搜索方向的校正量 $\{\overline{d}_k\}$ 。

(3) 采用曲线搜索的方法确定迭代步长。找出 $\{1, \beta, \beta^2, \dots\}$ 中满足

$$\begin{aligned} f(x_k + t d_k + t^2 \overline{d}_k) &\leq f(x_k) + \alpha \dot{f}(x_k)^T d_k \\ g_j(x_k + t d_k + t^2 \overline{d}_k) &\leq 0, j = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (7)$$

的最大值作为步长 t_k 。

(4) 令 $x_{k+1} = x_k + t_k d_k + t_k^2 \overline{d}_k$ 。根据 BFGS 修正公式^[9]修正 H_k 得新的对称正定矩阵 H_{k+1} 。取 $C_{k+1} \in (\underline{C}, \overline{C})$, 由计算 $QP^0(x_{k+1}, H_{k+1}, I_k)$ 得到 d_{k+1}^0 , 更新 $\eta_{k+1} = C_{k+1} \|d_{k+1}^0\|^2$ 。令 $k = k + 1$, 返回步骤 1。

4 算法在涡扇发动机加速控制中的应用

本文所选用的被控对象为某型带加力的双转子混合排气式涡扇发动机, 寻优控制算法中采用的发动机数学模型是非线性实时模型。该模型的主要特点是在发动机的部件级特性计算中, 改变了以往用迭代计算求取气动热力参数的做法, 而是基于大量的部件实验数据, 并采用了许多经验拟合公式, 通过使用相似参数和插值运算来获取各种工况下发动机部件的性能参数。这种做法不但可以保证计算结果的精度, 而且节省了大量的计算时间。

涡扇发动机多变量最优加速控制可以描述为以下的包含状态约束的时间最优控制问题:

初始状态为加速起始时刻受控转子(压气机)转速: $x(0) = nh$; 终端状态为受控转子(压气机)最大转速: $x(T) = nh_{\max}$; 控制作用量为主供油量和尾喷管喉部面积: $u = (m_f, A_8)$ 。

涡扇发动机多变量最优加速控制的目的是: 给定初始状态 nh , 利用 FSQP 算法求解一组最佳的控制序

列 $\{u^k | k = 1, 2, \dots, n\}$, 在满足所有的状态约束的情况下, 使受控转子在最短的时间内加速到最大转速 $nh_{\max}$ 。本文提出的寻优控制目标函数为: $\min J = \int_0^T (nh_{\max} - nh)^2 dt$ 。其原理是在各个控制周期中受控转子均以最快的速度趋近目标转速 $nh_{\max}$ 。采用此目标函数即可达到发动机的加速时间最短的目的。

对上述目标函数进行离散化和简化处理后可以写成如下形式:

$$\min J = \left| 1 - \frac{nh(k)}{nh_{\max}} \right|^2 \cdot \Delta t \quad k = 1, 2, \dots, n$$

寻优控制算法中所考虑的状态约束为压气机最小喘振裕度、高压涡轮前最高温度、受控转子最大转速、主燃烧室最大油气比、主燃烧室最小油气比、主燃烧室最大供油量、主燃烧室供油量最大变化速率、尾喷管喉部最大面积、尾喷管喉部最小面积、尾喷管喉部面积的最大变化速率。

5 仿真结果及分析

选择FSQP算法中的可调参数为 $\alpha = 0.1$, $\beta =$

0.5 , $\tau = 2.5$, $\bar{C} = 1 \times 10^3$, $\bar{L} = 1 \times 10^{-3}$ 。选择 $H_0 = 1$, $\eta_0 = 1 \times 10^{-2}$, $C_0 = 1$, $j = 1 \dots m$ 。用FSQP算法实现某型涡扇发动机在 $H = 0$, $Ma = 0$ 时从慢车状态到最大工作转速的最优加速控制的仿真结果如图1~6。

从仿真的结果可以看出在加速过程开始后, 为了使受控转子转速尽快上升, 主供油量急剧增加, 此时, 寻优控制算法仅受到主供油量最大变化速率的限制。紧接着压气机喘振裕度约束开始起作用, 使主供油量增加速度变缓, 压气机喘振裕度沿约束边界(10%)变化。随着转速的不断上升, 发动机共同工作线远离压气机的喘振边界, 主供油量又开始按照最大变化速率上升。然后, 高压涡轮前温度达到了最大值, 导致主供油量增加速度下降直至高压转子转速达到最大状态后维持主供油量不变。整个加速过程只需约4s, 而且由图5和图6可以看出在此最优加速控制过程中状态约束始终得到满足, 也即说明FSQP算法在每个控制周期中计算得到的控制作用量均处于可行域之内。

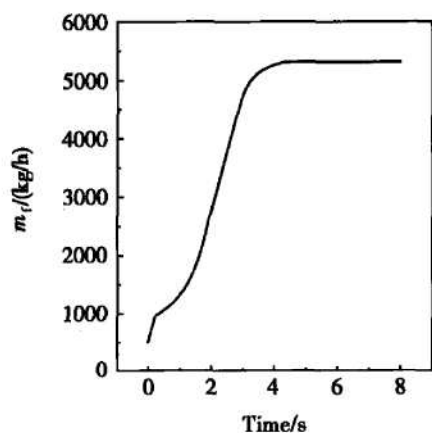


Fig.1 Variation of main fuel flow

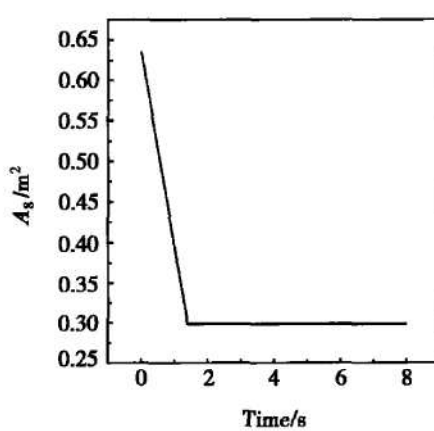


Fig.2 Variation of nozzle throat area

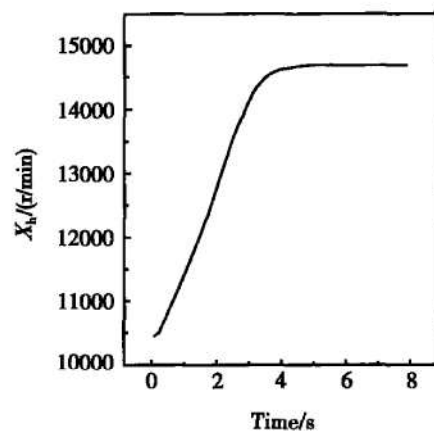


Fig.3 Response of compressor rotor speed

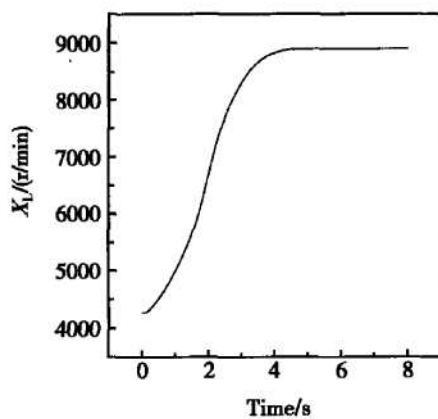


Fig.4 Response of fan rotor speed

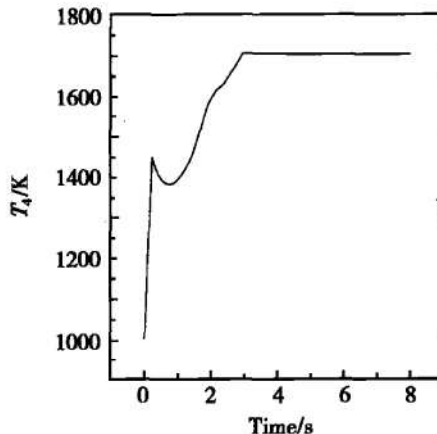


Fig.5 Response of high-pressure turbine inlet temperature

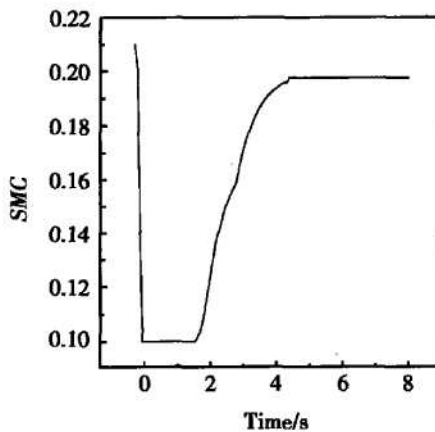


Fig.6 Response of compressor stall margin

6 结 论

FSQP 算法具有收敛速度快、迭代点严格可行、鲁棒性好的特点,可以有效的解决带有约束的复杂非线性系统的多变量优化问题。本文提出的基于 FSQP 算法的涡扇发动机加速过程多变量最优控制方法是完全可行的,该方法可以在保证在各项状态约束始终得到满足的前提下提高发动机的加速性能。当然,本文所提出的涡扇发动机最优加速控制方法采用的是单目标函数,今后应进一步开展涡扇发动机多目标最优加速控制方面的研究。

参考文献:

- [1] 樊思齐,徐芸华. 航空推进系统控制[M]. 西安:西北工业大学出版社,1995.
- [2] Liang J X. Constrained nonlinear optimal jet engine accelerating control[R]. *AIAA* 88-3178.
- [3] 马会民,樊思奇,卢燕. 涡扇发动机加速过程的模糊控制[J]. 推进技术,2002,23(2). (MA Huimin, FAN Siqi, LU Yan. Application of fuzzy control to accelerating process of turbofan engine[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2002, 23(2).)
- [4] 丁凯峰,樊思奇. 变几何涡扇发动机加速控制规律优化设计[J]. 推进技术,1999,20(2). (DING Kaifeng, FAN Si

qi. Optimal design of accelerating control law for variable geometry turbofan engine[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 1999, 20(2).)

- [5] 吴沧浦. 最优控制的理论与方法[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
- [6] Baskens Christof, Mauner Helmut. SQP-methods for solving optimal control problems with control and state constraints adjoint variables, sensitivity analysis and real-time control[J]. *Journal of computational and applied mathematics*, 2000, 120(1).
- [7] Ravindran S S. Optimal control of solid fuel ignition model using SQP method[C]. *41st IEEE conference on decision and control*, 2002.
- [8] Philip E, Gill. An SQP method for the optimal control of large-scale dynamical systems[J]. *Journal of computational and applied mathematics*, 2000, 120(1).
- [9] 袁亚湘,孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [10] Boggs P T, Tolle J W. Sequential quadratic programming[J]. *Acta Numerica*, 1995, 45: 1~51.
- [11] Lawrence C T, Tits A L. A computationally efficient feasible sequential quadratic programming algorithm[J]. *SIAM J. OPTIM*, 2001, 11(4).

(编辑:王居信)

(上接第225页)

自耦合射流开拓了一条喷流矢量化的新途径,进一步从物理本质上探索零质量自耦合射流涡环与主流的相互作用并逐步提高主流的速度将是一项意义深远的工作。

参考文献:

- [1] Karl L D. Numerical simulation of synthetic jet actuators[R]. *AIAA* 97-1842.
- [2] Smith B L B, Glezer A. The formation and evolution of synthetic jets[J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(9).
- [3] Smith B L B, Glezer A. Jet vectoring using synthetic jet actuators[J]. *J. Fluid Mech.*, 2002, 458.

tors[J]. *J. Fluid Mech.*, 2002, 458.

- [4] Park LaTunia G. Periodic excitation for jet vectoring and enhanced spreading[R]. *AIAA* 99-0672.
- [5] Gallas Quentin. Optimization of synthetic jet actuators[R]. *AIAA* 2003-0635.
- [6] Mallinson S G. An experimental and numerical study of synthetic jet flow[J]. *Aeronautical Journal*, 2001, 105(1043).
- [7] 陶宝祺. 智能材料结构[M]. 北京:国防工业出版社,1997.

(编辑:王居信)