

计算涡轮叶片结构可靠度的自适应重要抽样法^{*}

江龙平, 徐可君, 唐有才, 隋育松

(海军航空工程学院青岛分院 航空机械系, 山东 青岛 266041)

摘 要: 为直接准确地计算系统结构可靠度, 提出了自适应重要抽样方法, 由极限状态面失效区确定的最初抽样区开始, 用与随机变量联合概率密度函数成比例的抽样密度, 自适应递增调整抽样, 使抽样区稍大于失效区, 以减少安全区的追加抽样, 提高抽样效率, 并将其应用于航空发动机涡轮叶片的结构可靠性分析, 在获得相同的准确计算结果时, 所需计算量显著减少。

关键词: 结构可靠性; 取样法; 涡轮叶片; 可靠性分析; 数值仿真

中图分类号: V235.113, TB114.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2001) 03-0191-04

Adaptive importance sampling method for the structural reliability computation of turbine blade

JIANG Long-ping, XU Ke-jun, TANG Your-cai, SUI Yu-song

(Dept. of Aeronautical Mechanism, Naval Aeronautical Engineer Academy Qingdao
Branch, Qingdao 266041, China)

Abstract: To compute the system structural reliability directly and accurately, the Adaptive Importance Sampling (AIS) method was presented. From an initial sampling domain constructed by the limit-state surface failure domain, using a sampling density that was proportional to the joint probability density function of the random variables, the sampling was proceeded adaptively and incrementally to let the sampling domain slightly greater than the failure domain to minimize the additional sampling in the safe domain. AIS was applied to the structural reliability analysis for aeroengine's turbine blade. The computation was significantly reduced.

Key words: Turbine blade; Structural reliability; Sampling method; Reliability analysis; Numerical simulation

1 引 言

目前, 高效准确地计算单一极限状态(或性能函数)的结构可靠度及其灵敏度的方法已较成熟, 并已成功应用于实际问题^[1]。针对结构可靠性分析中存在大量不确定因素, 诸如作用载荷、材料性能、尺寸等的随机性, 提出了诸如矩法及在矩法基础上改进的 H-L 法、R-F 法和 Wu 法等求解结构可靠度的方法, 但这些不同的方法都有各自的假设和限制条件。对多极限状态结构, 计算其可靠度的方法尚主要以串联系统和并联系统的概率边界或近似结果为基础, 可靠度灵敏度也只能在某些近似点, 比如设计点展开, 且仅

仅适用于一阶近似^[2]。先进的高性能结构的分析和设计需要大量准确的科学计算, 同时, 为了确保其高可靠度, 也必须进行大量的数值模拟和结构可靠性试验。

蒙特卡洛法, 是目前结构可靠度计算中相对精确的数值模拟方法, 其计算基础为数学抽样, 因此, 对简单问题的可靠性分析和设计非常有效。常用的数学抽样方法有重要抽样法、分层抽样法、拉丁方抽样法等。但对复杂的多极限状态问题, 由于数学抽样的复杂性, 其应用受到了极大的限制。因此, 计算复杂结构的可靠度及其灵敏度的关键在于寻找高效准确的抽样方法。

^{*} 收稿日期: 2000-06-16; 修订日期: 2000-10-19。

作者简介: 江龙平 (1971—), 男, 讲师, 研究领域为航空发动机结构强度、疲劳损伤和可靠性等。

本文提出了集中在临界概率区抽样以提高抽样效率的自适应重要抽样方法,并将其应用于航空发动机涡轮叶片的结构可靠度计算,与 NESSUS 计算结果相比,在获得相同的计算结果时,计算量显著减少。

2 自适应重要抽样

首先考虑单极限状态。如果真实的极限状态面不能用低阶多项式很好地表述,则概率估计将是不准确的。

定义一阶改进均值(AMV+)模型为

$$Z_{AMV+} = Z(x^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial Z}{\partial X_i} \right|_{x^*} (X_i - x_i^*) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i = z \quad (1)$$

式中 x^* 为 $Z = z$ 时的最概然点(MPPs), $Z(X)$ 为响应函数或性能函数, z 为响应水平。通过基于 Z_{AMV+} 的临界区域的抽样来改进和检验近似极限状态面的解法就显得较有效。

自适应重要抽样方法有如下特点:(1)抽样密度与随机变量的联合概率密度函数成比例;(2)最初的抽样区域是根据近似抛物面建立的极限状态面的失效区;(3)在递增改变抛物面在最概然点的曲率后加入追加抽样;(4)最后的抽样区包含失效区,但仅比失效区稍大。

自适应重要抽样方法的目标是将在安全区的重复抽样减到最小。为了减少不必要的抽样,为自适应重要抽样选取的自适应面应该能较确切地表述极限状态面。

自适应重要抽样(AIS)极限状态面有几种选择:线性的、抛物面的和球形的。鉴于抛物面具有较高的效率和较好的稳定性,本文选用抛物面作为自适应重要抽样(AIS)极限状态面(如图1所示)。抛物面关于由原点到最概然点的矢量(OP)旋转对称。通常,抽样区域可通过增大或减小抛物面的曲率来调整。

2.1 单一极限状态的自适应重要抽样

假设最初的二阶极限状态为

$$g(u) = \dot{\dot{g}}(u^*)^T (u - u^*) + 1/2 (u - u^*)^T H(u^*) (u - u^*)$$

式中: $\dot{\dot{g}}(u)$ 为最概然点的梯度; H 为包含二阶偏导数的 Hessian 矩阵。本文利用响应水平 z 下的线性性能函数 $g(X) = Z(X) - z = 0$ 转换生成二阶 $g(u)$ 函

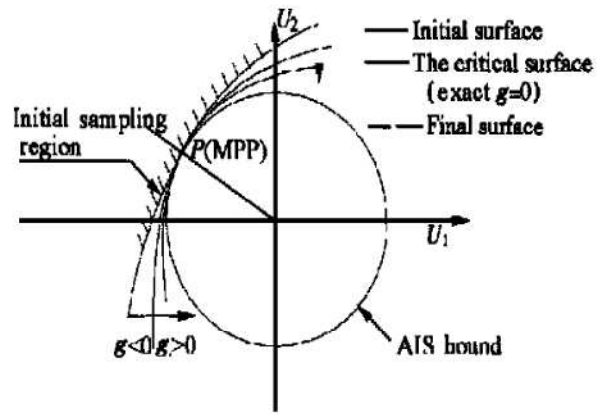


Fig. 1 Illustration of the adaptive importance sampling (AIS) method

数^[3],也可采用诸如曲线拟合法等其它方法^[4]。此抛物面可写作

$$g = \beta - v_n + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda w_i^2 \quad (2)$$

式中: v_i 为独立的标准正态变量; λ 通过关系式 $k_i = 2\lambda$ 与主曲率相关。AIS 利用式(2)建立最初的自适应重要抽样边界以及在 $g \leq 0$ 区产生抽样。记最初的抽样区为 S , 其概率 p_s 可用二阶可靠性方法或卷积法给出数值计算^[3]。

为追加抽样需改变极限状态面, $\lambda_i (i = 1, n-1)$ 变为 λ'_i 。 λ 可基于选定的概率增量 Δp_s 单独或同时改变。定义扰动极限状态面为

$$g = \beta - v_n + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda'_i v_i^2$$

符号“'”表示扰动条件。此时抽样区域为 $S' = S + \Delta S$ 。

记由给定的置信区间和误差范围决定的最初的抽样数目为 N_1 。在抽样过程中,此数目需依据抽样区域 S 的计算失效概率作调整。记区域 S 中失效点的数目为 N_1^+ 。区域 ΔS 的抽样数目 ΔN 为

$$\Delta N = (p'_s - p_s) N_1 = \Delta p_s N_1$$

式中: p'_s 为扰动区 S' 的修正概率。通过抽样最初的 g 函数,可得区域 ΔS 内的失效点数目 ΔN^+ , 则修正概率的估计为:

$$p_f = p'_s \cdot \hat{p} = p'_s \cdot \frac{N_1^+ + \Delta N^+}{N_1 + \Delta N} \quad (3)$$

式中: $\hat{p}$ 为区域 S' 的条件失效概率的估计, 即 $P[g \leq 0 | S']$ 。扰动过程是重复的,直到在扰动之后没有出现新的失效点而且结果满足收敛标准。

2.2 需要的抽样数目

假设 $\hat{p}$ 服从正态分布, 对置信区间 $(1-\alpha)$, 误差范围 γ (百分比) 为:

$$\gamma = 100 \Phi^{-1} \left| 1 - \frac{\alpha}{2} \right| \sqrt{\frac{1-\hat{p}}{\hat{p}N}} \tag{4}$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。在给定 $\hat{p}$ 估计值时可计算所需的抽样数目 N 。因为抽样区必须比失效区大以表明失效区已有效覆盖, 故 $\hat{p} < 1$ 。

收敛过程及标准如下:

(1) 在抽样区 S 产生抽样。估计 $\hat{p}$ 值, 从少量的抽样开始, 然后增加抽样和修正 $\hat{p}$ 值, 直到误差范围 γ 被给定的置信区间接受。

(2) 减小曲率, 使得概率增量 Δp_s 是最初概率 p_s 的分数 (比如 10%)。仅在区域 ΔS 对 g 函数抽样。

(3) 修正式 (3) 估计的概率。如基于式 (4), 概率估计收敛, 则停止分析。否则回到步骤 (2)。

(4) 万一最概然点是错误的, 作为补救, 稍稍减小最小距离, 在区域 ΔS 产生追加抽样。如果最概然点是正确的, ΔS 将是安全区。如果在区域 ΔS 没有新的失效点出现, 停止分析。

2.3 系统可靠性的自适应重要抽样

一种失效模式可包含一个或多个极限状态。通过组合所有的失效模式, 就可定义系统极限状态面, 即, 系统极限状态面可一点一点地构建。系统可靠性分析的自适应重要抽样需要多个抛物面。

基于 AMV+ 模型, 从最重要的极限状态 (即具有最大的 p_f) 逐渐增加抽样。该方法较简单, 但当系统失效由几个极限状态共同控制时却只能基于失效模式逐渐增加抽样。最初的抽样区以底事件 (极限状态) 为基础, 增加的抽样区以联合扰动底事件为基础。

图 2 说明了一具有两种失效模式, 包含三个极限状态系统的 AIS 过程。失效状态的概率为

$$p_f = P\{(g_1 < 0) \cup [(g_2 < 0) \cap (g_3 < 0)]\}$$

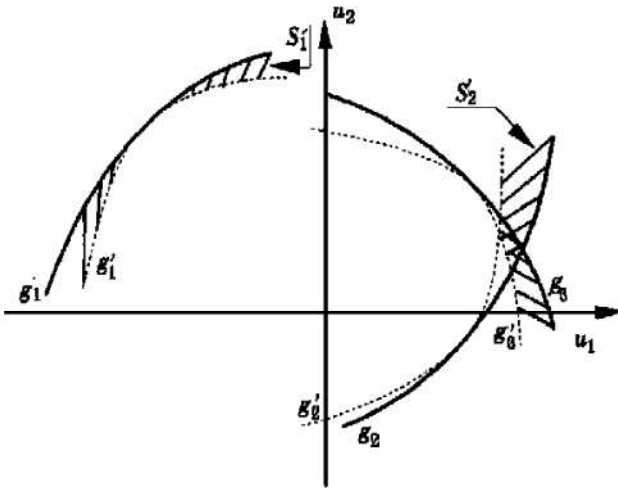


Fig. 2 Illustration of the AIS procedure for system reliability

3 算 例

对于承受高温高压的航空发动机涡轮叶片, 考虑三种失效模式: 振动、应力和蠕变, 每种失效模式都导致系统失效。结构的失效定义如下:

(1) 一阶固有频率降到 $[f_{lower}, f_{upper}]$ 的工作范围之内, 产生无法承受的巨大振动响应。两个振动极限函数分别是 $g_1 = f_{lower} - f$ 和 $g_2 = f - f_{upper}$

(2) 冯米塞斯应力超过极限。极限状态函数为 $g_3 = \sigma_{limit} - \sigma$, 式中 σ 为高应力区域的冯米塞斯应力。取 $\sigma_{limit} = 758.7 \text{ MPa}$ 。

(3) 断裂时刻的蠕变超过 Larson-Miller 参数。极限状态函数为

$$g_4 = B_0 + B_1 \log \sigma + B_2 \log \sigma^2 + B_3 \log \sigma^3 - T(C + \log t)$$

式中: B_0, B_1, B_2, B_3 和 C 为材料系数, T 为绝对温度, t 为服役时间, 取 $t = 75 \text{ h}$ 。

随机变量包括材料三个方位角、弹性模量、泊松比、剪切模量、材料蠕变系数 (B_0) 和密度, 它们的定义及作用的失效模式见表 1。

Table 1 Random Variable definitions

Variable name	Mean	Standard deviation	distribution	Failure mode
Material orientation $\theta_x/(^{\circ})$	0.052 63	0.067 544	Normal	All
Material orientation $\theta_y/(^{\circ})$	- 0.034 91	0.067 544	Normal	All
Material orientation $\theta_z/(^{\circ})$	0.087 27	0.067 544	Normal	All
Elastic modulus E/GPa	127	3.17	Normal	All
Poisson's ratio ν	0.386	0.009 65	Normal	All
Shear modulus G/GPa	129	3.15	Normal	All
Creep coefficient B_0	86.0	0.086	Normal	Creep
Density $\rho/(\text{kg/m}^3)$	22.284×10^3	136	Normal	Vibration

叶片承受离心载荷、压力载荷和温度载荷。材料特性与温度有关。

AIS 分析基于 90% 的置信区间和 10% 的误差范围。第一种情况将 AIS 应用于 AMV+ 模型, 第二种情况为 NESSUS 的结构随机有限元模型^[5]。表 2 中显示的结果指出, 应用 AIS 的 AMV+ 模型在计算量显著减少的同时得到比有限元模型更加准确合理的结果。

Table 2 System reliability results (deviation< 10% , confidence 90%)			
Structural model	Sample No.	Probability of failure	Times
AIS model	84(81 failures)	0. 021	37 849 times
Finite element	117(85 failures)	0. 022	25h

表 3 列出了在产生 AIS 抽样中所用的三个 AMV+ 模型的系数(参考式(1))。

Table 3 Limit state definitions at the MPPs									
Parameter		θ_z	θ_y	θ_x	E	ν	G	B_0	ρ
Coefficient	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
Vibration	0.140×10^4	-0.287×10^3	-0.304×10^3	0.525×10^2	-0.103×10^{-3}	-0.233×10^4	-0.358×10^{-4}	0. 0	0.276×10^7
Stress	0.151×10^6	-0.368×10^5	-0.437×10^5	0.152×10^3	-0.124×10^{-2}	-0.207×10^6	-0.187×10^{-2}	0. 0	0. 0
Creep	-0.781×10^5	0.997×10^3	0.389×10^4	-0.591×10^3	-0.245×10^{-3}	-0.119×10^4	-0.113×10^{-3}	0.100×10^4	0. 0

4 结 论

应用集中在临界概率区域抽样以提高抽样效率的自适应重要抽样(AIS) 方法计算航空发动机涡轮叶片的结构可靠性, 在获得相同的准确结果时, 计算量显著减少。因此, 将自适应重要抽样(AIS) 方法应用于复杂结构的可靠性/风险的设计和决策是可行的, 而且效率更高。

参考文献:

[1] Wu Y T, Millwater H R, Cruse T A. An advanced probabilistic structural analysis method for implicit performance functions [J] . AIAA Journal, 1990, 28(9) .

[2] Madsen H O, Krenk S, Lind N C. Methods of structural safety [M] , Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1986.

[3] Tvedt L. Distribution of quadratic forms in normal space application to structural reliability[J] . Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(6) .

[4] Der Kiureghian A, Lin H-Z, Hwang S J. Second-order reliability approximations[J] . Journal of Engineering Mechanics. 1987, 113(8) .

[5] Millwater H R, Wu Y T, Torng Y Thavker, et al. Recent developments of the NESSUS probabilistic structural analysis computer program[C] . Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 33rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA, Washington. DC, 1992: 614~ 624.

(编辑: 王居信)

简 讯

欧洲着眼于 2020 年航空发动机

欧洲航空航天工业界为迎接今后 20 年的挑战, 将着眼于民用航空、发动机、设备和空中交通管理市场的控制。到 2020 年, 预计新一代低成本发动机对环境冲击影响将可以忽略。例如噪声, 对机场附近的居民将不再构成危害; 发动机所需燃料的消耗量将降低 50%, 燃烧释放的氮氧化物将减少 80%。此外, 安全性方面将提高 5 倍。估计到 2020 年, 将由低温燃料发动机驱动 的班机升空。

(本刊通讯员)