

弯曲管道内湍流流动的数值模拟^{*}

钱炜祺, 符 松

(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘 要: 为了对弯曲管道内的湍流流动特性进行有效的预测, 用显式代数应力模式对一典型的弯曲管道内流动进行了数值模拟和分析, 计算结果表明: (1) 显式代数应力模式能对弯曲管道内流动的平均量 (如速度、压力、摩阻等) 进行较为准确的预测; (2) 对模式中的 ε 方程做适当修正后, 该模式能较好地模拟出流动曲率效应对湍流特性的影响, 是对雷诺应力模式的一个比较好的近似。此外, 该模式在形式上与标准 $k-\varepsilon$ 两方程模式类似, 使用方便, 具有较强的工程实用价值。

关键词: 湍流; 弯曲管道流动; 数值仿真

中图分类号: V434.23

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2001) 02-0129-04

Numerical simulation of turbulent flow in a turn-around duct

QIAN Wei-qi, FU Song

(Dept. of Engineering Mechanics, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China)

Abstract: In order to accurately predict the flow in curved duct, a typical turn-around duct flow was numerically simulated and analyzed with Explicit Algebraic Stress turbulence Model (EASM). The result shows that: first, EASM can make a rather good prediction of the flow variables such as velocity, pressure coefficient, friction coefficient, and so on. Second, thanks to some modification of the ε equation, EASM can accurately simulate the influence of the curvature effect to the turbulent flow characteristic and then it's an effective simplification of the Reynolds Stress Model. Moreover, EASM is in expression similar to the standard $k-\varepsilon$ model, and convenient to use. So, it has a bright prospect for engineering practice.

Key words: Turbulent flow; Turn-around duct flow; Numerical simulation

1 引 言

在火箭发动机管道部件内流动的研究中, 经常会遇到弯曲管道内的湍流流动, 对该流动进行快速而有效的数值模拟在工程上具有较强的实用价值。近年来, 许多学者采用不同湍流模式来对弯曲管道内的湍流流动进行了数值计算与研究, 计算结果表明, 大多数湍流模式 (如 Patankar 等提出的零方程模式、标准 $k-\varepsilon$ 两方程模式等) 计算出来的结果和实验结果都有很大差别^[1~3]。其原因在于, 弯曲管道内与平直管道内的湍流流动在流动性质上有很大区别。大量实验结果已经表明, 在弯曲管道内凸壁面附近的流动中, 雷诺应力会受到抑制, 使流动的湍动能减小; 而在凹

壁面附近的流动中, 雷诺应力会得到增强, 使流动的湍动能增加^[1,2]。然而, 现今采用的大多数湍流模式都是从简单的平板流动中导出并推广到一般流动的, 检测不出这种曲率效应的影响。因此, 文献[2]中采用了雷诺应力模式 RSM (Reynolds Stress Model) 对弯曲管道内流动进行计算, 才得到了比较理想的计算结果。但是, 雷诺应力模式在形式上很复杂, 使用起来不方便。代数应力模式是对雷诺应力模式的一种合理简化, 并且, 利用张量不变性理论, 可以将代数应力模式转化为显式形式, 便于在工程上使用。基于此想法, 本文采用显式代数应力模式来对一典型的弯曲管道内流动进行了计算和分析, 得到了一些有意义的结果。

* 收稿日期: 2000-04-04; 修订日期: 2000-08-23。

作者简介: 钱炜祺 (1974—), 男, 博士后, 研究领域为工程湍流的数值计算与湍流模型建模研究及分布参数系统辨识。

2 显式代数应力模式 EASM

引入 Rodi 假设, 雷诺应力模式可简化为代数应力模式

$$P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} = \overline{\frac{u_i u_j}{k}} (P_k - \varepsilon) \quad (1)$$

式中 P_{ij} 为湍流产生项; Φ_{ij} 为压力应变关联项; ε_{ij} 为湍流耗散项。由上式出发, 若令

$$b_{ij} = \overline{u_i u_j} / 2k - \frac{2}{3} \varepsilon_{ij};$$

$$S_{ij} = 0.5 (U_{i,j} + U_{j,i});$$

$$W_{i,j} = 0.5 (U_{i,j} - U_{j,i}).$$

利用张量不变性理论, 可以将 b_{ij} 表达为 S_{ij} 和 W_{ij} 的显式函数形式, 称为显式代数应力模式 EASM (Explicit Algebraic Stress Model)。在文献 [4] 中, Gatski T B 和 Speziale C G 导出了二维和三维流动情况下显式代数应力模式的具体形式, 对二维情况, 其雷诺应力表达式为

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} \varepsilon_{ij} k - 2v_t S_{ij} + Q_{ij} = \\ & \frac{2}{3} \varepsilon_{ij} k - 2v_t \left[S_{ij} + \beta_2 k (S_{il} W_{lj} + S_{lj} W_{li}) / \varepsilon - \right. \\ & \left. \beta_3 k (S_{ij}^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} S_{ll}^2) / \varepsilon \right] \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $v_t = C_\mu^* k^2 / \varepsilon$

$$C_\mu^* = 3\beta_1(1 + \eta^2) / [3 + \eta^2 + 6\xi^2(1 + \eta^2)];$$

$$\beta_1 = (2/3 - C_2/2) / g; \beta_2 = (1 - C_4/2) / g;$$

$$\beta_3 = (2 - C_3) / g; g = C_1 - 1 + P / \varepsilon;$$

$$\eta^2 = (\beta_3 S)^2 / 8; \xi^2 = (\beta_2 \Omega)^2 / 2;$$

$$S = (k / \varepsilon) \sqrt{2S_{ll}^2}; \Omega = (k / \varepsilon) \sqrt{-2W_{ll}^2};$$

$$S_{ij}^2 = S_{il} S_{lj}; S_{ll}^2 = S_{lm} S_{ml}.$$

C_1, C_2, C_3, C_4 为经验参数, 其具体取值与 Φ_{ij} 模化形式有关, 本文中采用的是 Gibson & Launder 模式^[5], 参数值取为: $C_1 = 1.8, C_2 = 0.8, C_3 = 1.2, C_4 = 1.2$.

3 数值算例与结果分析

引入显式代数应力模式以后, 流动控制方程组的一般形式为

$$\frac{\partial (U_i \varphi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] + S_\varphi \quad (3)$$

对于连续性方程

$$\varphi = 1; \Gamma_\varphi = 0; S_\varphi = 0,$$

对于动量方程

$$\varphi = U_i; \Gamma_\varphi = v_{\text{eff}};$$

$$S_\varphi = - \frac{\partial p_{\text{eff}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v_{\text{eff}} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{\partial Q_{ij}}{\partial x_i}.$$

对于湍动能(k)方程

$$\varphi = k; \Gamma_\varphi = v + v_t / \sigma_k; S_\varphi = G - \varepsilon$$

对于湍能耗散率(ε)方程

$$\varphi = \varepsilon; \Gamma_\varphi = v + v_t / \sigma_\varepsilon; S_\varphi = (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \varepsilon / k.$$

其中 $v_{\text{eff}} = v + v_t = v + C_\mu^* k^2 / \varepsilon$; $p_{\text{eff}} = p + 2k/3$; $G = \overline{u_i u_j} (\partial U_i / \partial x_j)$, v 和 v_t 分别为层流、湍流粘性系数, p 为静压, 模型参数通常取值为 $C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$.

对上式的具体求解采用的是非交错网格上的有限体积法, 方程中对流项的离散采用二阶精度的 HPLA 格式, 其具体形式为^[6]

$$\begin{aligned} \varphi_w = & \varphi_w + \gamma_w (\varphi_p - \varphi_w) \frac{\varphi_w - \varphi_{ww}}{(\varphi_p - \varphi_{ww})} \\ \gamma_w = & \begin{cases} 1 & \text{如果 } \left| \frac{\varphi_w - \varphi_{ww}}{(\varphi_p - \varphi_{ww})} - 0.5 \right| < 0.5 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \end{aligned}$$

式中的下标“ w ”, “ p ”, “ w ”和“ ww ”分别表示控制体边界、所计算的控制体中心和上游控制体中心、上游的上游的控制体中心。此外, 式(3)中的扩散项和源项用中心差分格式离散, 最终得到的五对角代数方程组用强隐式算法 SIP 求解; 压力修正采用 SIMPLE 方法^[7], 为避免使用非交错网格所引起的非物理压力波动, 对有限体积界面上的速度则采用了动量插值^[8]。

下面以一典型的二维 U 型管道流动^[11]为例来进行数值模拟, 该流动的示意图如图 1 所示, 流动的雷诺数为 $Re = 10^6$ (基于入口处速度 U_0 和管道宽度 H)。分别采用标准 $k-\varepsilon$ 模式和显式代数应力模式来进行计算。整个计算域用 270×100 的 H 型网格离散, 边界条件处理为: 入口处的速度和湍动能、湍能耗散率由文献 [1] 中的实测结果给定; 出口处令诸物理量沿流向的导数为零; 上下固壁边界用壁面函数法处理。

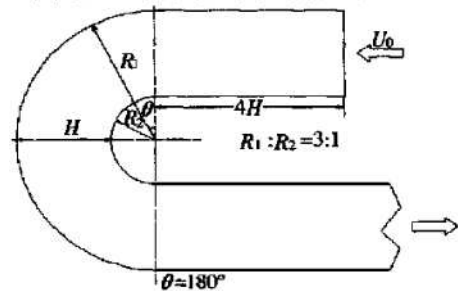


Fig. 1 Sketch of U-type turnaround duct flow

图 2 示出了标准 $k-\varepsilon$ 模式计算出的内壁上摩擦系数分布(记为 SKE: Standard $k-\varepsilon$ Model)和显式代数应力模式的计算结果(记为 EASM)、实验结果(记为 Exp.) 的比较。图 3 示出了内外壁面上压力系数分布计算结果与实验结果的比较。图上横轴坐标中的 s 表示管道内外壁面上各点在管道中轴线上的投影到管道入口的弧长, H 为管道宽度。从图中可以看出, 采用 EASM 后, 摩擦系数、压力系数的计算结果比 SKE 的计算结果有了较大改进, 此时计算出的流动分离起始位置为 θ

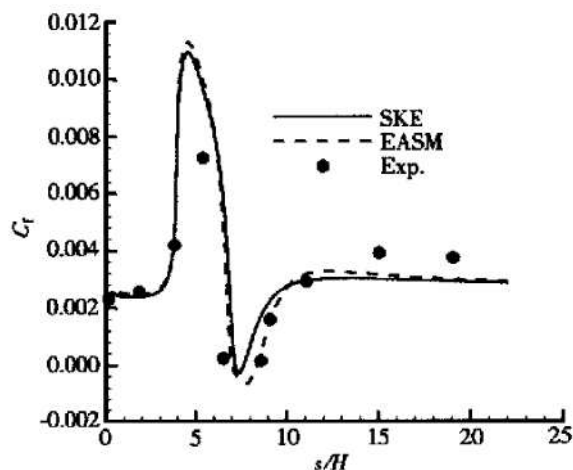


Fig. 2 Comparison of friction coefficient on inner wall

$= 174^\circ$ (实测值^[1]约为 $\theta = 150^\circ$), 分离区延伸到弯曲段终点($\theta = 180^\circ$)下游 $1.2H$ 处, 而实测值为 $1.0H \sim 1.5H$ 。可见, 整个流动的计算结果与实验结果符合得比较好。

图 4(a)(b) 示出了 $\theta = 90^\circ$ 和 $\theta = 180^\circ$ 站位上湍动能计算值与实测值的比较(图中横轴坐标中的 y 表示该站位法向上的点到管道内壁的距离); 图 4(c) 则示出了 $\theta = 90^\circ$ 站位上雷诺剪切应力的比较, 对此结果进行以下初步分析。

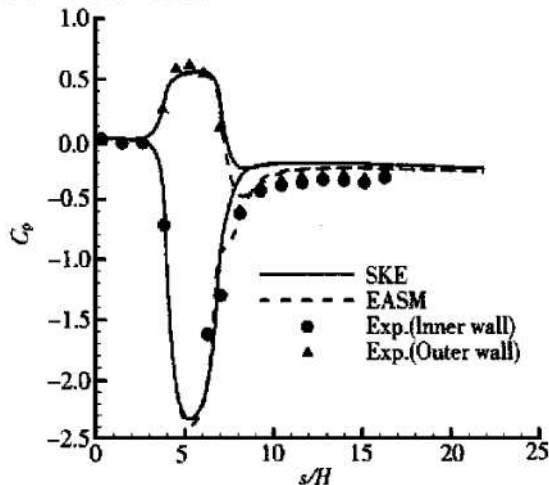


Fig. 3 Comparison of pressure coefficient on inner & outer wall

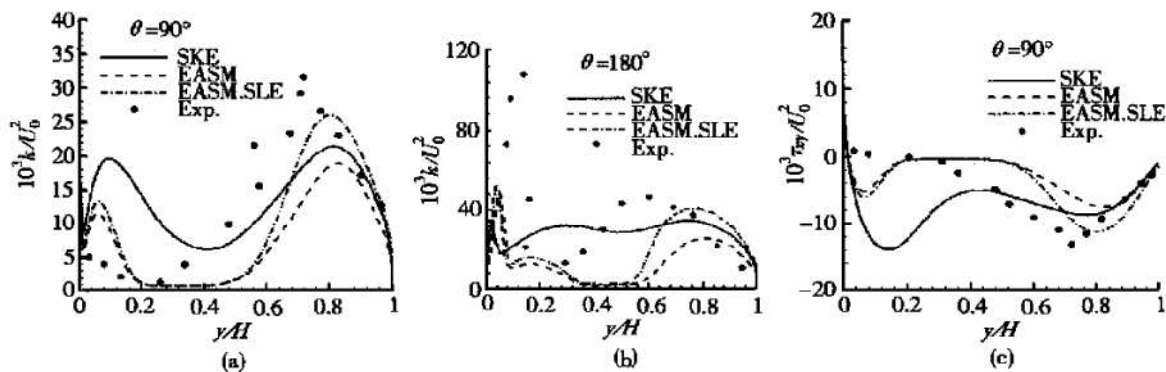


Fig. 4 Comparison of calculated turbulent kinetic energy and shear stress by SKE and EASM with experimental value

(1) 在管道内壁附近, 显式代数应力模式(EASM)较好地捕捉到了流动在凸壁附近雷诺应力受抑制, 湍动能减小的流动特性。EASM 的计算结果明显好于 SKE 的结果。其原因在于, 在 SKE 中, 产生项 G 的简化形式为

$$G = v_t \left| \frac{\partial U^\theta}{\partial r} - \frac{U^\theta}{r} \right|^2 + 4v_t \left| \frac{1}{r} \frac{\partial U^\theta}{\partial \theta} \right|^2$$

而 EASM 中产生项的简化形式为

$$G = \frac{P^r + P^{\theta\theta}}{2} =$$

$$- \overline{u^r u^\theta} \left| \frac{\partial U^\theta}{\partial r} - \frac{U^\theta}{r} \right| - \left| \overline{u_\theta^2} - \overline{u_r^2} \right| \left| \frac{1}{r} \frac{\partial U^\theta}{\partial \theta} \right|$$

由弯曲管道内流动的实验结果知, 管道弯曲段入口处的 $\partial U^\theta / \partial \theta$ 项量值通常比较大, 且在内壁(凸壁)附近有 $\partial U^\theta / \partial \theta > 0$, 在外壁(凹壁)附近有 $\partial U^\theta / \partial \theta < 0$; 又由于管道内有 $\overline{u^r u^r} < \overline{u^\theta u^\theta}$ 成立。因此, EASM 中产生项的作用在内壁是使湍动能值减小, 在外壁处使湍动能值增加, 这一变化趋势与实测结果是符合的。但是, 在 SKE 的产生项中, 无论内壁和外壁附近 $\partial U^\theta / \partial \theta$ 项

的符号如何选取, 计算出的 $|\partial U^\theta / r \partial \theta|^2$ 项恒为正, 这是导致 SKE 在内壁处计算出湍动能值明显高于实测值的主要原因(SKE 的这一缺陷同时也是钝体绕流计算中驻点附近湍动能计算值高于实测值的一个重要原因)^[2]。

(2) 尽管 EASM 在管道内壁计算中得到了比较好的结果, 但是在管道外壁附近, EASM 的计算结果却偏低与实验结果。文献[3]认为, 这是由于现在使用的雷诺应力模式 RSM 不能很好地模拟出凹壁附近含能大涡的缓慢发展过程造成的。因而将雷诺应力模式中的 ε 方程, 改为了 Shih T H 和 Lumley J L 根据非平衡流动谱空间能量传递思想提出来的 ε 方程形式^[9], 从而使计算结果有了明显改进。该 ε 方程的具体形式为

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \text{Diff}(\varepsilon) = C_{\varepsilon 1}^S S \varepsilon - C_{\varepsilon 2}^S \frac{\varepsilon^2}{K + \sqrt{\nu} \varepsilon}$$

其中, $D \bullet / Dt$ 为随体导数; Diff 代表扩散; $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$; $C_{\varepsilon 1}^S = 0.43$; $C_{\varepsilon 2}^S = 1.90$ 。

为此, 本文也将 EASM 中的 ε 方程改为此形式, 对流场再进行计算。此时计算出的流向站位上的湍动能和雷诺剪切应力同时表示在图 4 中(记为 EASM-SLE), 从图中可以看出, 采用 Shih T H & Lumley J L 提出的 ε 方程形式后, 内壁处的湍动能值、雷诺切应力绝对值虽有所升高, 但变化不明显, 计算结果的变化主要体现在外壁附近, 计算值的峰值大小有较明显增加, 与实测值的峰值大小接近; 峰值位置也向实测值的峰值位置有所靠近。

4 初步结论

(1) 对于弯曲管道内流动, 显式代数应力模式 EASM 是对雷诺应力模式 RSM 的一个比较好的近似, 该模式对流动平均量的计算结果比标准 $k-\varepsilon$ 模式的计算结果有明显改进, 此外, 该模式在形式上与标准 $k-\varepsilon$ 两方程模式接近, 具有使用方便, 计算量较小的优点, 便于工程应用。

(2) 显式代数应力模式在一定程度上模拟出了流

动在凸壁附近雷诺应力受抑制, 湍动能减小的流动特性, 但该模式在管道外壁附近的计算精度存在不足, 这与雷诺应力模式 RSM 不能很好地模拟出凹壁附近含能大涡的缓慢发展过程有关。当 EASM 中的 ε 方程采用 Shih T H & Lumley J L 提出的 ε 方程形式后, 管道凹壁附近的湍流量(如湍动能和雷诺应力值)计算结果有了比较明显的改进。

参考文献:

- [1] Monson D J, et al. Comparison of experiment with calculations using curvature-corrected zero and two equation turbulence models for a two dimensional U-duct[J]. AIAA 90-1484.
- [2] Luo J, Lakshminarayana B. Prediction of strongly curved turbulent duct flows with Reynolds stress model[J]. AIAA Journal, 1997, 35(1): 91~98.
- [3] Luo J, Lakshminarayana B. Analysis of streamline curvature effects on wall-bounded turbulent flows[J]. AIAA Journal, 1997, 35(8): 1273~1279.
- [4] Gatski T B, Speziale C G. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, 254: 59~78.
- [5] Gibson M M, Launder B E. Ground effect on pressure fluctuation in the atmospheric boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1978, 86: 481~511.
- [6] Zhu J. A low diffusive and oscillation-free convection scheme[J]. Communications in Applied Numerical Methods, 1991, 17: 225~232.
- [7] 朱国林, Kronast M. 用二维 N-S 方程计算汽车流场的地面效应[J]. 空气动力学学报, 1993, 11(1): 21~32.
- [8] 吴虎, Thiele F. 基于非交错有限体积格式和 $k-\varepsilon$ 湍流模型模拟叶栅湍流分离流动[J]. 推进技术, 1998, 19(4): 78~82.
- [9] Shih T H, et al. A new $k-\varepsilon$ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows: model development and validation[R]. NASA-TM-106721 (also ICOMP-94-21, CMOTT-94-6).

(编辑: 王居信)