

# 液体火箭发动机动态数据处理的小波分析方法\*

杨尔辅<sup>1</sup>, 徐用懋<sup>1</sup>, 张振鹏<sup>2</sup>

(1. 清华大学 自动化系, 北京 100084; 2. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

**摘要:** 研究了基于小波分析的液体火箭发动机动态数据处理方法, 给出了数据处理模型, 应用小波奇异性检测和误差滤波理论, 分析了动态数据的处理过程, 并用某液体火箭发动机某次地面试车的动态测试数据进行了验证。结果表明, 小波分析方法不需要过程误差的先验知识, 能够同时完成异常数据的检测及相应误差的滤除任务, 非常适合于液体火箭发动机的动态工作过程。

**关键词:** 液体推进剂火箭发动机; 小波分析; 动态特性; 数据处理; 滤波

**中图分类号:** V430      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-4055 (2001) 02-0104-05

## Approach to dynamic data processing for liquid rocket engine based on wavelet analysis

YANG Er-fu<sup>1</sup>, XU Yong-mao<sup>1</sup>, ZHANG Zhen-peng<sup>2</sup>

(1. Dept. of Automation, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China;

2. School of Astronautics, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to process dynamic data of liquid propellant rocket engine, an approach using wavelet analysis was studied. Based on the singularity detection and error filtering theories of wavelet analysis, the process of dynamic data processing was analyzed and validated by the dynamic data coming from one ground fire-test of a liquid propellant rocket engine. The results demonstrate that the wavelet analysis method is very fit for dynamic process of engine. It does not require the prior knowledge of process error and also can fulfill the tasks of singular data detection and corresponding error filtering simultaneously.

**Key words:** Liquid propellant rocket engine; Wavelet analysis; Dynamic characteristic; Data handling; Filtering

## 1 引言

液体火箭发动机实际测量中存在的各种误差及异常会严重“污染”测量数据, 甚至造成非常严重的后果, 及时准确地检测异常数据进而剔除或补偿其影响是非常重要的。由于以上原因, 在液体火箭发动机状态控制、性能判断、故障检测与诊断等研究中, 测量误差和异常数据的检测与滤除方法已引起了高度重视<sup>[1]</sup>。

小波分析是最近十多年来迅速发展起来的一种时频信号分析理论和工具, 它突破了傅立叶分析在时域上没有任何分辨力的缺陷, 在时域和频域上同时具有良好的局部化性质, 可以对指定频带和时段内的信号成分进行任意尺度的分析, 已广泛应用于许多领

域<sup>[1~6]</sup>。本文基于小波分析的特点, 研究了基于小波分析理论的液体火箭发动机动态数据处理方法, 并用某型号液体火箭发动机的实测数据进行了验证。

## 2 数据处理模型

设液体火箭发动机的数据测量模型为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k^* + \mathbf{e}_k + \mathbf{s}_k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{X}_k$  为  $n$  维的被测变量测量值矢量,  $\mathbf{X}_k^*$  为  $n$  维的被测变量真实值矢量,  $\mathbf{e}_k$  代表  $n$  维随机误差向量,  $\mathbf{s}_k$  代表  $n$  维异常数据矢量,  $N$  为样本总数。传统的异常数据检测与误差滤除方法都假定过程的基本性质, 要求掌握有关测量值的协方差阵及过程噪声等先验知识, 假设所有的测量数据中仅含有零均值正态

\* 收稿日期: 2000-03-29; 修订日期: 2000-07-17。基金项目: 中国博士后科学基金(中博基2000-23资助项目)。

作者简介: 杨尔辅(1970—), 男, 博士后, 研究领域为复杂系统故障诊断, 状态监控、过程建模, 优化控制及小波分析、神经网络等。

分布的随机性误差。当测量数据中含有异常数据时,由于误差处理过程将异常数据均匀分布在各测量数据中,因而其估计值会带有偏差,为此需要首先进行异常数据的检测与滤除。采用小波分析方法,在进行异常数据的检测与误差滤除过程时可不要求将这两类问题截然分开,而是把随机性误差  $e_k$  及异常数据  $s_k$  的滤除过程统一进行。

事实上,异常数据检测与误差滤除的问题可以归结为以下问题:

$$\begin{aligned} \min & \quad \|X - \bar{X}\|^T W \|X - \bar{X}\| \\ \text{s.t.} & \quad X^L \leq X \leq X^U \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\bar{X}$  为  $X$  的估计值,  $X^U, X^L$  分别为  $X$  的上下限,  $W$  为  $n \times n$  维的加权矩阵。

### 3 动态数据分解和重构的小波分析方法

记  $f(t)$  为测量空间中的任一函数,  $\Phi(t)$  为尺度函数,  $\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t) dt = 1$ ,  $\Psi(t)$  为小波函数,  $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0$ ,  $\mathcal{W}(a, b)$ , 是  $f(t)$  的连续小波变换,  $\mathcal{W}(j, t)$  是  $f(t)$  的离散小波变换, 离散方法是  $a = 2^j$ ,  $b = k2^j$ ,  $j, k \in \mathbf{Z}$ , 其中  $\mathbf{Z}$  为整数集。动态数据分解和重构的过程可以通过以下的 Mallat 算法来实现<sup>[2,3]</sup>。设  $f(t) \in V_j, \{V_j; j \in \mathbf{Z}\}$  是一给定分辨率为  $2^j$  的多分辨率分析, 由于  $f(t) \in V_j$ , 故有

$$f(t) = Af(t) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} C_{j, k} \Phi_{j, k}(t) \quad (3)$$

$$\text{由于 } |\Phi_{j, k}, \Phi_{j+1, m}| = \overline{h}(k - 2m), \\ |\Phi_{j, k}, \Psi_{j+1, m}| = \overline{g}(k - 2m) \quad (4)$$

$$\text{式中, } h(k) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi\left(\frac{t}{2}\right) \overline{\Phi}(t + k) dt,$$

$$g(k) = (-1)^{1-k} h(1 - k) \quad (5)$$

$$\text{从而 } Af(t) = A_{j+1} f(t) + D_{j+1} f(t) \quad (6)$$

$$A_{j+1} f(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_{j+1, m} \Phi_{j+1, m}(t), \quad (7)$$

$$D_{j+1} f(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} D_{j+1, m} \Psi_{j+1, m}(t)$$

$$\text{其中 } C_{j+1, m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{h}(k - 2m) C_{j, k}, \\ D_{j+1, m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{g}(k - 2m) C_{j, k} \quad (8)$$

$$\text{记矩阵 } \mathbf{H} = (H_{m, k}), \mathbf{G} = (G_{m, k}), \text{ 其中 } H_{m, k} = \overline{h}(k - 2m), G_{m, k} = \overline{g}(k - 2m), \text{ 则式(8)可写为}$$

$$G_{j+1} = \mathbf{H} C_j, D_{j+1} = \mathbf{G} C_j (j = 0, 1, \dots, J) \quad (9)$$

$$\text{可以证明: } C_j = \mathbf{H}^* C_{j+1} + \mathbf{G}^* D_{j+1} \\ (j = J, \dots, 1, 0) \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{H}^*$ ,  $\mathbf{G}^*$  分别为  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{G}$  的共轭转置矩阵。式(9)便是 Mallat 的塔式分解算法, 式(10)则为重构算法。以上过程如同对信号  $f(t) \in V_j$  共轭镜像滤波, 故  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{G}$  分别称为分解低通、高通滤波器,  $\mathbf{H}^*$ ,  $\mathbf{G}^*$  则分别称为重构低通、高通滤波器。因此, Mallat 算法是信号在一系列空间中逐次通过低通、高通滤波器的过程,  $Af(t)$  可以理解为函数  $f(t)$  的频率不超过  $2^{-j}$  的分量, 而  $Df(t)$  是函数  $f(t)$  的频率介于  $2^{-j}$  和  $2^{-j+1}$  的分量。

### 4 异常检测基本理论

异常数据在数学上可以归结为信号奇异点问题, 用 Lipschitz 指数来刻画, 小波分析对于信号奇异点非常敏感。

定义: 设  $n$  为一非负整数, 且有  $n < \alpha \leq n+1$ , 当且仅当存在两个常数  $A$  和  $h_0$  ( $A > 0$ ,  $h_0 > 0$ ) 及  $n$  次多项式  $P_n(t)$  使得对  $h \leq h_0$  都有

$$|f(t_0 + h) - P_n(h)| \leq A|h|^\alpha \quad (11)$$

则称  $f(t)$  在  $t_0$  处为 Lipschitz  $\alpha$ 。

如果当且仅当存在常数  $A$  和一个  $n$  次多项式  $P_n(t)$ , 对于任意  $t_0 \in [a, b]$ , 只要  $t_0 + h \in [a, b]$ , 即(11)式成立, 则称  $f(t)$  在区间  $[a, b]$  上一致有 Lipschitz  $\alpha$ 。

如果  $f(t)$  在  $t_0$  处不具有 Lipschitz 1, 则称  $f(t)$  在  $t_0$  处奇异。如果  $f(t)$  在  $t_0$  处连续可微, 则在该点  $f(t)$  具有 Lipschitz 1, 如果  $f(t)$  在  $t_0$  处不连续但有界, 则在该点  $f(t)$  具有 Lipschitz 0。因此, 若 Lipschitz 指数越大, 则  $f(t)$  越光滑。

关于小波变换和奇异性之间的关系, 文献[4~6]已有详细论述, 本文只给出主要的结果:

(1) 信号的小波变换特性: 常用信号的 Lipschitz 指数是大于 0 的, 因而其模极大值点的幅度随尺度的减小而减小, 在较小的  $k$  个尺度上, 模极大值点个数基本相等。

(2) 误差的小波变换特性: 假设  $e(t)$  为实的、广义平稳随机误差,  $e(t) \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  为  $e(t)$  的方差,  $We(a, b)$  是  $e(t)$  的连续小波变换, 那么  $E(|We(a, b)|^2) \propto 1/a$ 。对于  $e(t) \sim N(0, \sigma^2)$  的“白”误差信号, 则其几乎处处是奇异的, 一致 Lipschitz 指数为  $-1/2 - \epsilon$ ,  $\epsilon > 0$ , 因而随  $a$  的减小, 误差的局部模极大值逐渐增大, 这和信号截然不同, 所以根据这些小波变换特性, 可实现信号和误差的滤波。

(3) 异常数据的小波变换特性: 异常数据往往可以分解为许多阶跃信号和脉冲信号的叠加, 由于小波变换和信号奇异性之间非常敏感的关系, 此时, 在突变点 Lipschitz 指数  $\ll 1$ , 据此可以很好地检测到信号突变点的位置和大小, 从而实现异常数据的检测。

## 5 动态数据误差滤除

信号和误差在小波变换下的变化规律不同, 通过小波变换将信号分解为位于不同频带和时段内的成分, 如果误差信号  $e(t)$  和真实信号  $f(t)$  位于不同的频带内, 则只要将误差所对应的那一阶小波系数按阈值进行处理, 然后按重构公式对信号进行重构就可以达到信号滤波的目的。

设一维输入信号  $f(t)$  由于物理分辨率有限, 可假定  $f(t) \in V_{J1}$

$$f(t) = A_{J1}f(t) = \sum_{k \in Z} C_{J1,k} \Psi_{J1,k}(t) \quad (12)$$

其中,  $\{C_{J1,k}\}_{k \in Z}$  具有有限长度  $N_{J1}$ , 利用 Mallat 算法将信号分解成不同通道的成分

$$f(t) = A_{J2}f(t) = \sum_{j=J+1}^{J2} Df(t) \quad (13)$$

其中,  $A_{J2}f(t) = \sum_{k \in Z} C_{J2,k} \Psi_{J2,k}(t)$  是信号频率不超过  $2^{-J2}$  的分量, 而  $Df(t) = \sum_{k \in Z} D_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$  是信号  $f(t)$  的频率介于  $2^{-j}$  和  $2^{-j+1}$  的分量。前面的小波分解式实际上可以写成

$$\begin{aligned} C_{j+1} &= \mathbf{H}C_j \\ D_{j+1} &= \mathbf{G}C_j \end{aligned} \quad (j = J1, J1+1, \dots, J2) \quad (14)$$

其中, 低通滤波器  $\mathbf{H}$  作用在一个序列  $a = \{a_k\}_{k \in Z}$  的效果为

$$(\mathbf{H}a)_n = \sum_{k \in Z} h_{k-2n} a_k \quad (15)$$

高通滤波器  $\mathbf{G}$  作用效果为

$$(\mathbf{G}a)_n = \sum_{k \in Z} g_{k-2n} a_k \quad (16)$$

其中,  $\{h_k\}_{k \in Z}$  与  $\{g_k\}_{k \in Z}$  是由给定的多分辨率分析确定的镜象滤波器。

由以上分析可知, 小波分析将信号  $f(t)$  分解成频率小于  $2^{-J2}$  成分  $A_{J2}f(t)$  和频率介于  $2^{-j}$  和  $2^{-j+1}$  的成分  $Df(t)$ 。按照 Mallat 算法将  $f(t)$  分解之后, 可根据小波变换特性有效区分信号与误差, 加以滤波形成新序列  $\bar{C}_{J2}$  和  $\bar{D}_j$ , 再按 Mallat 重建算法

$$\bar{C}_j = \mathbf{H}^* \bar{C}_{j+1} + \mathbf{G}^* \bar{D}_{j+1} \quad (j = J2, \dots, J1) \quad (17)$$

得到滤波后的信号

$$\bar{f}(t) = A_{J1}\bar{f}(t) + \sum_{k \in Z} \bar{C}_{j1,k} \Psi_{j1,k}(t) \quad (18)$$

令  $L$  代表阈值的大小, 在滤波过程中如果

$$f(t) = \begin{cases} f(t) & |f(t)| > L \\ 0 & |f(t)| \leq L \end{cases} \quad (19)$$

则称  $L$  为硬阈值; 如果

$$f(t) = \begin{cases} \text{sign}f(t)(|f(t)| - L) & |f(t)| > L \\ 0 & |f(t)| \leq L \end{cases} \quad (20)$$

则称  $L$  为软阈值<sup>[7]</sup>。

## 6 实例分析

为了验证基于小波分析理论的液体火箭发动机动态数据处理方法, 用某液体火箭发动机某次地面试验车动态测试数据进行研究, 采用 Daubechies 5 小波, 根据经验和数据处理的要求取分解尺度  $J = 5$ , 软阈值滤波。分解尺度越大, 信号的低频分量越丰富, 对于异常检测和误差滤波, 通常取有限的几个尺度就足够了。图 1 和图 2 分别为液体火箭发动机推力室压强  $p_c$ , 燃气发生器压强  $p_g$  在小波分解下的各级信号分量, 每图中左边为近似分量, 右边为细节分量。图 3 和图 4 又分别给出了推力室压强  $p_c$ , 燃气发生器压强  $p_g$  滤波前后的对比结果。

从图 1~4 可以看出小波分析方法能同时对随机误差、异常数据进行很好的滤除, 值得指出的是, 燃气发生器压强  $p_g$  动态数据中含有的异常数据能在细节分量  $D_1, D_2$  处得到明显的检测, 而且定位相当准确, 没有丝毫损失时域信息。表 1 给出了  $p_k, p_g$  的奇异点位置及相应的 Lipschitz 指数  $\alpha$ , 可见 Lipschitz 指数  $\alpha$  可以作为函数光滑程度的一个度量指标,  $\alpha$  越小, 奇异性越大, 据此可以实现液体火箭发动机动态过程异常数据的检测和滤波。

Table 1 Singularities and Lipschitz  $\alpha$

	$p_c$		$p_g$
$t/s$	Lipschitz $\alpha$	$t/s$	Lipschitz $\alpha$
1.60	0.8707	1.4	0.0702
1.90	0.1156	4.4	0.0007
4.86	0.0016	4.9	-0.0017

## 7 结论

基于小波分析理论的液体火箭发动机动态数据处理方法, 具有如下特点:

- (1) 不需要过程先验知识, 适用于参数变化剧烈、非线性严重的液体火箭发动机动态时变过程;
- (2) 可以对动态数据的各种信息在不同频带上进

行分析, 是一种非常理想的时频分析工具;

(3) 在小波奇异性检测和滤波理论的指导下, 能

够准确地确定异常数据发生的位置和大小, 并将误差滤除和异常数据检测有机地结合起来同步进行;

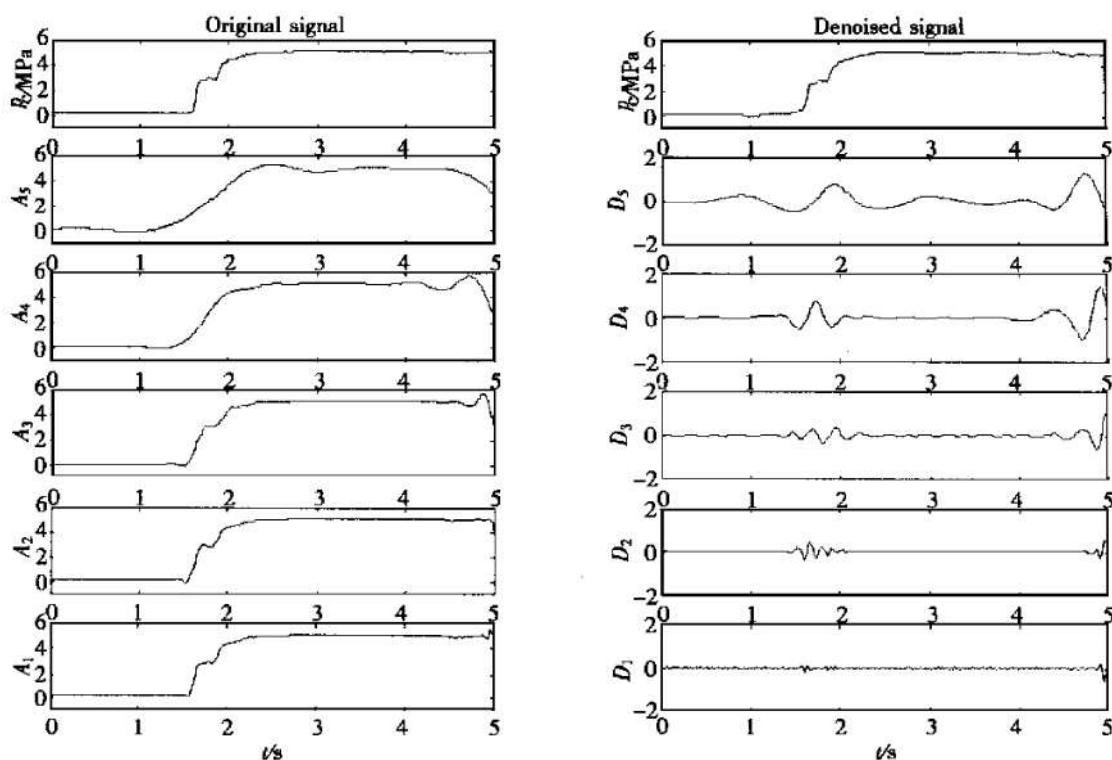


Fig. 1 Wavelet decomposition and denoised results of thruster pressure  $p_c$

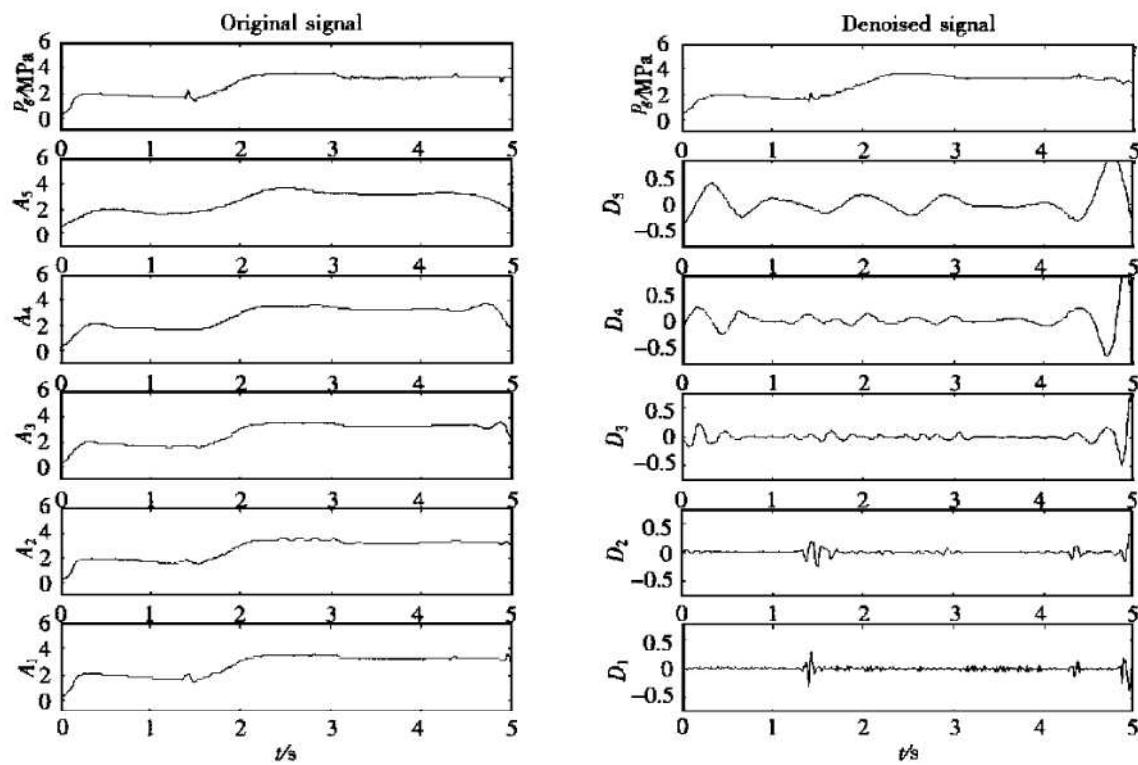


Fig. 2 Wavelet decomposition and denoised results of gas generator  $p_g$

(下转第 121 页)

## 4 结 论

采用三维方法计算二元超声速进气道内气体流动更加贴近真实流动情况,且可以提供主流截面及侧壁面上的流动参数分布等信息,这为深入分析进气道的流动参数及优化进气道型面结构提供了一定的辅助手段和参考依据。需要指出的是,三维计算需要耗费大量机时。另外,对本文计算所用进气道进行实验研究,并在此基础上对本文的算法进行校验将是我们下一步的工作。

### 参考文献:

- [1] 王国辉,李进贤,蔡体敏.空空导弹用二元混压超声速进

(上接第 107 页)

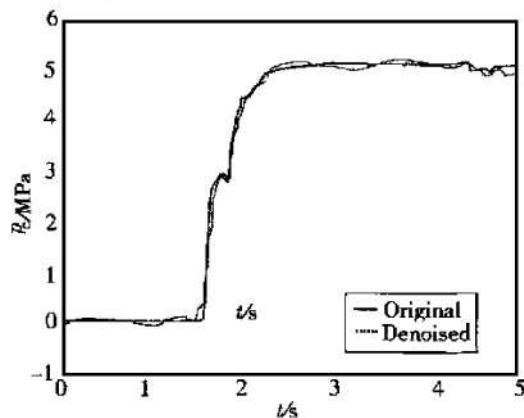


Fig. 3 Comparative analysis of  
thruster pressure  $p_c$

(4) 通过小波分析能够将动态数据分解为反映过程“低频”特性的近似分量和反映“高频”特性的细节分量,因此通过逐级观察近似分量的变化趋势,就能判断出系统参数的变化趋势,而不会受到“高频”分量的干扰。利用这一特点就能够比较准确地对发动机状态和性能进行判断,从而可以有效地防止误判关机事件的发生;

(5) 液体火箭发动机动态数据中的“高频”分量反映了来自系统内外的各种扰动,对其在各个尺度的信息进行分析和判断,就能够对发动机动态过程的异常状态和故障进行有效的监测。

### 参考文献:

- [1] 杨尔辅,张振鹏,刘国球.小波分析及其在推进系统健康监控中的应用[J],推进技术,1997,18(1):73~78.

气道数值研究[J],推进技术,2000,21(4).

- [2] 陈乃兴,郑小清,周倩.跨音速单转子压气机三维流场的数值计算[J],航空动力学报,1995,10(2).
- [3] Liou Meng-Sing, Christopher J, Steffen J R. A new flux splitting scheme[J]. Journal of Computational Physics, 1993, 107: 23~39.
- [4] 张涵信.无波动无自由参数的耗散差分格式[J].空气动力学报,1988,6(2).

(编辑:王居信)

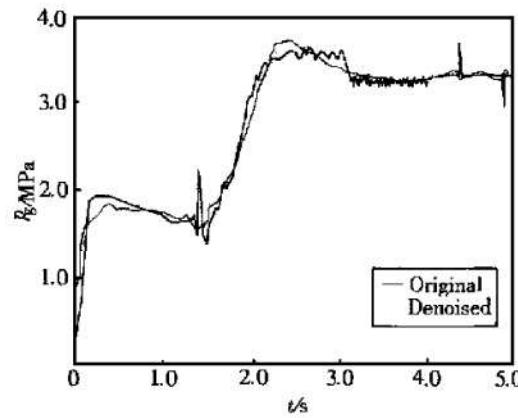


Fig. 4 Comparative analysis of  
gas generator pressure  $p_c$

- [2] 刘贵忠,邸双亮.小波分析及其应用[M].西安:西安电子科技大学出版社,1992.
- [3] Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation[J], IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674~693.
- [4] Mallat S G, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1992, 38(2): 617~643.
- [5] 杨宗凯.小波去噪及其在信号检测中的应用[J],华中理工大学学报,1997,25(2):1~4.
- [6] 陈章位,路甬祥.信号奇异性检测理论及其应用[J],振动工程学报,1997,10(2):147~155.
- [7] Donoho D L. Denoising by soft-thresholding[J], IEEE Trans. on Information Theory, 1995, 41(3): 613~627.

(编辑:王居信)