

# 论加速可靠性增长试验 (四) 分组数据的图方法

周源泉<sup>1</sup>, 朱新伟<sup>2</sup>

(1. 北京强度与环境研究所, 北京 100076; 2. 海鹰机电技术研究院, 北京 100074)

**摘要:** 基于 Arrhenius 幂律模型, 给出了分析恒定应力加速可靠性增长试验分组数据的图方法。它们包括: 增长趋势、幂律模型的拟合优度、相同故障机理及拟合加速方法的图检验; 幂律模型参数、加速方程系数、加速系数、激活能及正常与加速应力水平下 MTBF 的图估计, 并用实例说明这些方法。

**关键词:** 可靠性增长试验; 故障分析; 图解法; 分组数据; 过载; 加速系数

中图分类号: V430 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2001) 02-0092-05

## Research on accelerated reliability growth testing (四) Graphical methods for grouped data

ZHOU Yuarr quan<sup>1</sup>, ZHU Xirwei<sup>2</sup>

(1. Beijing Inst of Structure and Environment, Beijing 100076, China;  
2. China Haiying Electro-Mechanical Technology Academy, Beijing 100074, China)

**Abstract:** Based on the model of Arrhenius power law, the graphical methods for analysing grouped data of constant stress accelerated reliability growth test were given. They are the graphical test of growth, goodness-of-fit of power law model, same failure mechanism and fitting the accelerated equation, the graphical estimation of the parameters of power law model, the coefficients of accelerated equation, acceleration factor, activation energy and the MTBF at normal and accelerated stress levels. And these methods were illustrated.

**Key words:** Reliability growth testing; Fault analysis; Graphic method; Grouped data; Overload; Acceleration factor

## 1 引言

作者对加速可靠性增长试验(ARGT)这个新方向及其理论基础进行了讨论<sup>[1~2]</sup>。图方法在可靠性分析中应用十分广泛<sup>[3]</sup>, 对 ARGT 当然也希望引入图方法。本文将基于 Arrhenius 幂律模型<sup>\*\*</sup>, 给出分析恒定应力加速可靠性增长试验(CSARGT)分组数据的图方法。这包括: 增长趋势, 幂律模型的拟合优度, 正常与加速应力水平下的故障机理不变及拟合加速方程的图检验方法, 也就是对 ARGT 的基本假定 A1~A4 作图检验; 以及幂律模型尺度与形状参数, 加速方程系数, 加速系数, 激活能, 正常与加速应力水平下产品

MTBF 的图估计方法。

## 2 CSARGT 的分组数据

记正常应力水平为  $S_0$ , 取  $m$  个加速应力水平  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 在恒定的加速应力水平  $S_i$  下, 分别投入  $K_i$  台被试同型可修系统作 ARGT, 它们的截尾时间分别为  $t_{d_i}$ , 要求  $t_{d_1} \geq t_{d_2} \dots \geq t_{d_m}$ , 在时间区间  $(t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, d_i$  ( $t_0 = 0$ ) 内进行故障检测与记录。诸截尾的  $t_{d_i}$  均是检测区间的端点。在区间  $(t_{j-1}, t_j)$  内,  $K_i$  台系统的总故障数的观测值为  $n_{ij}$ , 在  $S_i$  下总的观测故障数为  $n_i = \sum_{j=1}^{d_i} n_{ij}$ , 通常要求  $n_{ij} \geq 5$ , 否则, 要将相邻区间的数据合

\* 收稿日期: 1999-05-17; 修订日期: 1999-12-08。

作者简介: 周源泉 (1937—), 男, 研究员, 研究领域为可靠性评定与可靠性增长及加速试验。

\*\* 按照加速寿命试验的惯例, 将加速模型与统计分布模型联在一起, 作为 ALT 模型, 在 ARGT 中, 将加速模型与可靠性模型联在一起, 作为 ARGT 模型。

并。在  $t_{d_i} = t_d$  的情况下, CSARGT 的分组数据列于表 1。

### 3 CSARGT 分组数据的图方法

#### 3.1 拟合故障特性直线

将诸加速应力水平  $S_i (i=1, 2, \dots, m)$  下的故障数据点  $(t_j, \sum_{q=1}^j n_{iq})$ ,  $j=1, 2, \dots, d_i$ , 绘于双对数尺度坐标纸上; 用目测方法, 对各  $S_i$  下的故障点拟合成直线  $L_i (i=1, 2, \dots, m)$ , 如图 1 所示。

Table 1 Grouped data of CSARGT for the case of  $t_{d_i} = t_d$

			$j$	1	2	...	$d$	$\Sigma$
$i$	$S_i$	$K_i$	$n_{ij} \setminus t_j$	$t_1$	$t_2$	...	$t_d$	
1	$S_1$	$K_1$	$n_{1j}$	$n_{11}$	$n_{12}$	...	$n_{1d}$	$n_1$
2	$S_2$	$K_2$	$n_{2j}$	$n_{21}$	$n_{22}$	...	$n_{2d}$	$n_2$
•	•	•	•	•	•	...	•	•
•	•	•	•	•	•	...	•	•
•	•	•	•	•	•	...	•	•
$m$	$S_m$	$K_m$	$n_{mj}$	$n_{m1}$	$n_{m2}$	...	$n_{md}$	$n_m$

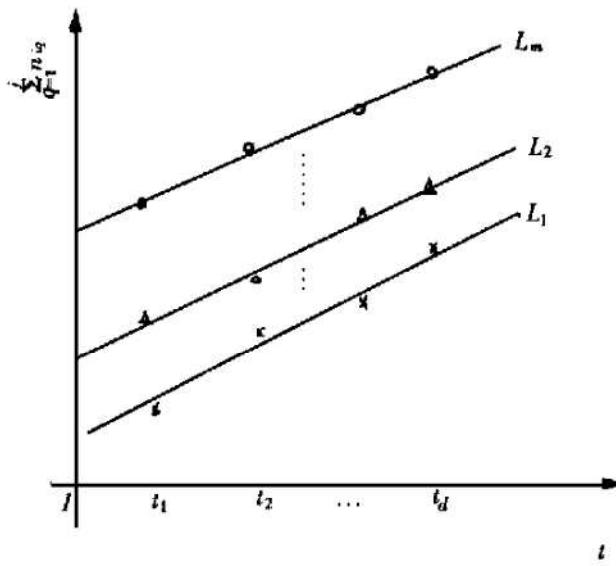


Fig. 1 Fit failure character line

#### 3.2 假定 A1~A3 的图检验

若各  $S_i$  下的故障点与  $L_i$  颇为接近, 则表明各  $S_i$  下的故障数据可用 AMSAA-BISE 模型<sup>[5]</sup>拟合。因为假定 A2 成立, 则在  $S_i$  下,  $K_i$  个系统在区间  $(0, t)$  内的总故障数  $N_i(t)$  服从均值为  $K_i a_i t^{b_i}$  的非齐次 Poisson 过程(NHPP)。即:  $EN_i(t_j) = K_i a_i t_j^{b_i}$ , 故  $N_i(t_j)$  的观测值  $\sum_{q=1}^j n_{iq} = K_i a_i t_j^{b_i}$ , 从而,  $\ln |\sum_{q=1}^j n_{iq}| = \ln |K_i a_i| + b_i \ln t_j$ ,

即  $|t_j, \sum_{q=1}^j n_{iq}| \quad j=1, 2, \dots, d_i$ , 在一直线近旁, 记直线  $L_i$  与横轴的夹角为  $\alpha$ , 若  $0 < \alpha < 45^\circ$ , 则  $S_i$  下的数据有可靠性正增长, 即假定 A1 成立。这是因为直线  $L_i$  的斜率为

$$t_g \alpha_i = \frac{d \ln |\sum_{q=1}^j n_{iq}|}{d \ln t_j} / d \ln t_j = b_i$$

当  $0 < \alpha < 45^\circ$  时,  $0 < b_i < 1$ , 故有可靠性正增长。

若  $m$  条直线  $L_i$  基本平行, 则在  $S_i$  下, 故障机理不变, 即认为假定 A3 成立。这是因为在  $L_i$  基本平行时, 它们的斜率  $b_i$  基本相等。

#### 3.3 求 AMSAA-BISE 模型尺度与形状参数 $a_i, b_i$ 的图估计

以加速应力水平  $S_1$  下故障数据为例, 说明求  $a_1, b_1$  的图估计的方法。

取坐标原点为  $(1, 1)$  (见图 2), 将加速应力水平  $S_1$  下的故障特性直线  $L_1$  延长, 使之与纵轴相交, 交点的纵坐标值可读出为  $N_{10}$ , 则  $a_1$  的图估计值为  $a_1 = N_{10}/K_1$  在直线  $L_1$  的方程中, 令  $t_j = 1$  即得上式。

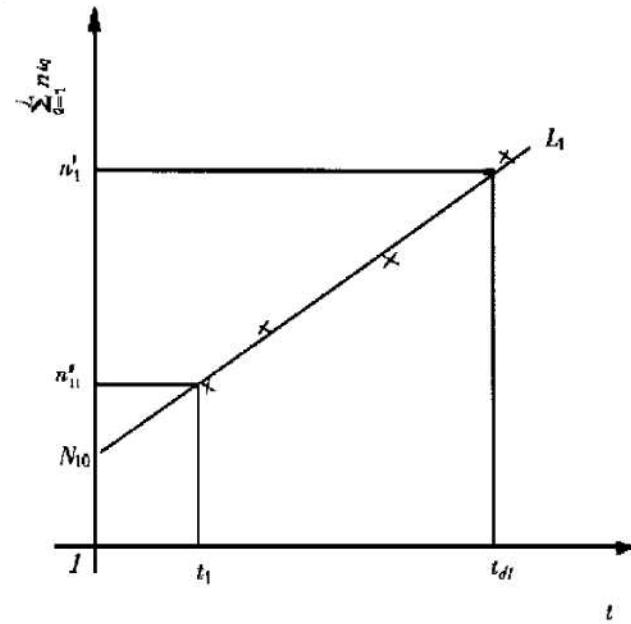


Fig. 2 Find the graphical estimation of scale parameter  $a_1$  and shape parameterer  $b_1$

在  $L_1$  上, 通过  $t_1$  及  $t_{d_1}$  作纵轴的平行线, 它们与直线  $L_1$  的交点的纵坐标分别为  $n'_{11}$  与  $n'_{1d_1}$ , 则  $b_1$  的图估计为  $b_1 = \ln(n'_{1d_1}/n'_{11}) / \ln(t_{d_1}/t_1)$ , 此式可由直线  $L_1$  的方程中令  $t_j$  取  $t_1$  及  $t_{d_1}$  而解出。同理, 对  $L_i (i=1, 2, 3, \dots, m)$ , 可读出  $N_{i0}$  以及  $n'_{ii}, n'_{id_i}$ , 据此, 可得

$$a_i = N_{i0}/K'_i$$

$$b_i = \ln(n'_i/n'_{i1}) / \ln(t_{di}/t_1)$$

### 3.4 求 $b$ 的图估计

假定 A3 认为,  $m$  个加速应力水平  $S_i$  下的形状参数  $b_1 = b_2 = \dots = b_m$ , 故可用图估计值  $b_1, b_2, \dots, b_m$  的加权平均值作为  $b$  的图估计值, 其权可由各加速应力水平  $S_i$  下的样本量  $K_i$  求得。即取权

$$K_i / \sum_{i=1}^m K_i \text{ 则 } b = \sum_{i=1}^m K_i b_i / \sum_{i=1}^m K_i$$

### 3.5 加速方程的拟合及其图检验

假定 A4 是指加速方程  $\ln a_i = c + d \varphi(S_i)$  成立, 根据  $\varphi(S_i)$  与  $a_i$  的图估计值  $\hat{a}_i$ , 组成  $m$  个点  $(\varphi(S_i), \hat{a}_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ; 将之绘在单对数尺度坐标纸上, 其纵坐标为对数尺度, 横坐标为线性尺度, 用目力用一直线拟合这  $m$  个点, 如图 3 所示。

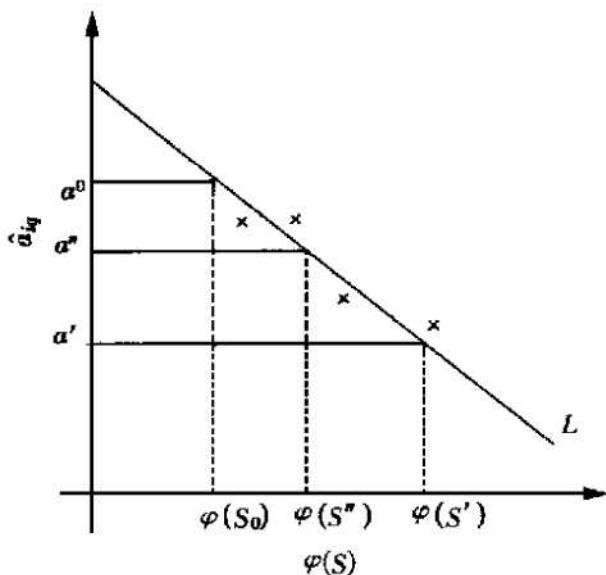


Fig. 3 Fit accelerated equation and Find the graphical estimation of  $c$  and  $d$

若  $m$  个点与直线  $L$  很接近, 则可以认为假定 A4 成立。否则, 要怀疑 A4 是否成立。

### 3.6 加速方程系数 $c$ 与 $d$ 的图估计

在图 3 的直线  $L$  上, 取相距较远的两点, 其坐标分别为  $(\varphi(S'), a')$  及  $(\varphi(S''), a'')$ , 则加速方程系数  $d$  的图估计为  $d = \ln \frac{a'}{a''} / [\varphi(S') - \varphi(S'')]$ , 加速方程的系数  $c$  的图估计值  $\hat{c}$  为  $\hat{c} \ln a' - d \varphi(S')$ 。

### 3.7 加速系数的图估计

由加速方程的直线  $L$  得

$$\ln \hat{a}_i = \hat{c} + d \varphi(S_i), \quad \ln \hat{a}_0 = \hat{c} + d \varphi(S_0)$$

故加速应力水平  $S_i$  对正常应力水平  $S_0$  的加速系数  $K_{i0}$  的图估计为

$$K_{i0} = (\hat{a}_i / \hat{a}_0)^{1/b} = \exp \left| \frac{d}{b} [\varphi(S_i) - \varphi(S_0)] \right|$$

### 3.8 正常应力水平 $S_i$ 下, 系统 MTBF 的图估计

在加速应力水平  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 下, 系统于 ARGT 结束时, 达到的 MTBF 为

$$M_i(t_{d_i}) = (\hat{a}_i b t_{d_i}^{b-1})^{-1}$$

系统在  $S_i$  下作 ARGT 经  $t_{d_i}$  之后, 在正常应力水平  $S_0$  下工作, 其 MTBF 将为

$$K_{i0} M_i(t_{d_i}) = K_{i0} / (\hat{a}_i b t_{d_i}^{b-1})$$

### 3.9 激活能的图估计

对 Arrhenius-幂律模型, 加速模型为<sup>[6]</sup>  $\ln \eta = \hat{c} + d'/T$ , 式中  $T$  为凯氏温度。

对 AMSAA-BISE 模型,  $K_i$  台系统的首次故障时间服从 Weibull 分布

$$F(t) = 1 - \exp[-K_i(t/\tau_f)^b] = 1 - \exp[-K_i a_i t^b]$$

$$\text{故 } a_i = \tau_f^{-b}$$

$$\text{则 } \ln a_i = -b \ln \tau_f = -bc' - bd'/T$$

式中  $d' = E/k$ ,  $k$  是波尔兹曼常数,  $k = 8.617 \times 10^{-5}$  eV/K;  $E$  是激活能, 故  $E$  的图估计为  $E = -dk/b$

## 4 图方法的数值例

对某型电子产品作 ARGT, 选温度作为加速应力, 分  $m=4$  组, 将  $K_i$  台产品投入加速应力水平  $S_i$  下工作, 每组均作同步投试、同步截尾的可靠性增长试验, 截尾时间为  $t_d = 14$  h, 每隔 2 h, 检测区间内  $K_i$  台系统的故障数, 试验结果如表 2, 试对该组 ARGT 故障数据进行图检验与图估计分析, 其正常应力为  $T_0 = 25$  °C。

Table 2 ARGT data of a type electronics

$i$	$T_i$	$K_i$	$n_{ij} \setminus t_j$	$j$	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$
					2h	4h	6h	8h	10h	12h	14h	
1	35 °C	11200	$n_{1j}$		62	23	16	13	12	10	11	147
2	40 °C	11230	$n_{2j}$		81	38	19	20	12	17	9	196
3	45 °C	11136	$n_{3j}$		105	44	27	19	19	19	15	248
4	50 °C	11140	$n_{4j}$		130	49	33	26	22	20	20	300

### 4.1 用拟合故障特性直线对 A1~A3 作图检验

将  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 下的故障数据点  $|t_j, \sum_{q=1}^j n_{iq}|$ ,  $j = 1, 2, \dots, 7$ , 绘于双对数坐标纸上, 并以目测拟合成故障特性直线  $L_1, L_2, L_3, L_4$ , 如图 4 所示。从图可见, 各  $S_i$  下的故障数据点分别与直线  $L_i$  拟合甚好, 这表明在  $S_i$  下, 故障数据与 AMSAA-BISE 模型拟合甚

好,即假定 A2 成立。

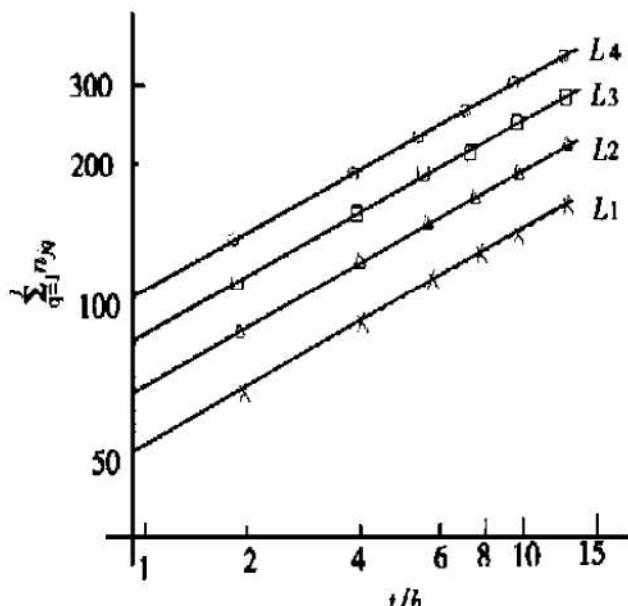


Fig. 4 Failure character line of ARGT for a type of electronics

直线  $L_i$  与横轴的夹角  $\alpha$  由图 4 可知, 均满足  $0 < \alpha < 45^\circ$ , 故直线  $L_i$  的斜率  $b_i = \tan \alpha$  均满足  $0 < b_i < 1$ , 即在  $S_i$  下, 各组故障数据均有显著的可靠性正增长, 即假定 A1 成立。

由图 4 可知,  $L_1 \sim L_4$  4 条直线基本平行, 表明假定 A3 成立。即表明在  $S_i$  下故障机理不变, 也即认为各  $S_i$  下, AMSAA-BISE 模型的形状参数相等:

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b.$$

综上, 应继续进行 ARGT 分析。

#### 4.2 求 $\hat{a}_i, b_i$ 的图估计

直线  $L_i$  与直线  $t=1$  交点的纵坐标记为  $N_{i0}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ), 则  $a_i$  的图估计为  $\hat{a}_i = N_{i0}/K_i$ , 由图 4 可读出  $N_{i0}$ , 记于表 3, 从而可算出  $\hat{a}_i$ , 如表 3 所示。

Table 3 Graphical estimation value  $\hat{a}_i$  of  $a_i$

$i$	1	2	3	4
$N_{i0}$	46.2	62.0	78.5	98.7
$\hat{a}_i \times 10^3$	4.125	5.521	7.049	8.860

直线  $L_i$  与  $t=t_1=2$  的交点记为  $n'_{i1}$ , 直线  $L_i$  与直线  $t=t_d=14$  的交点记为  $n_i$ , 由图 4 可读出  $n'_{i1}$  与  $n'_i$ , 如表 4, 则由  $b_i = \ln(n'_i/n'_{i1})/\ln(t_d/t_1)$ . 可求出  $b_i$ , 如表 4。

Table 4 Graphical estimation value  $b_i$  of  $b_i$

$i$	1	2	3	4
$n'_{i1}$	62.8	84.0	107	131
$n'_i$	147	196	250	304
$b_i$	0.4371	0.4354	0.4361	0.4326

#### 4.3 $b$ 的图估计

$$b = \frac{\sum K_i b_i}{\sum K_i} = 0.4353$$

#### 4.4 拟合加速直线与图检验

在纵轴为对数尺度, 横轴为线性尺度的单对数坐标纸上, 将诸点  $(T_i^{-1}, a_i)$ ,  $i=1, 2, 3, 4$  绘出, ( $T_i$  取凯氏温度)。据此, 用目力拟合一条直线  $L$ , 即此加速直线, 可在图 5 上看到, 诸点与直线  $L$  均十分靠近, 表明假定 A4 成立, 即有  $\ln a_i = c + d/T$ .

#### 4.5 求加速方程的系数 $c$ 与 $d$ 的图估计

在图 5 的加速直线  $L$  上, 取相距较远的两点, 可读出它们的坐标值  $1/T' = 3.30 \times 10^{-3}$ ,  $a' = 3.22 \times 10^{-3}$ ,  $1/T'' = 3.05 \times 10^{-3}$ ,  $a'' = 11 \times 10^{-1}$ , 故加速方程的系数  $d$  的图估计值为

$$d = \ln(a'/a'')/(1/T' - 1/T'') = -4914.06$$

而加速方程系数  $c$  的图估计  $\hat{c}$  为

$$\hat{c} = \ln a' - d/T' = 10.4780$$

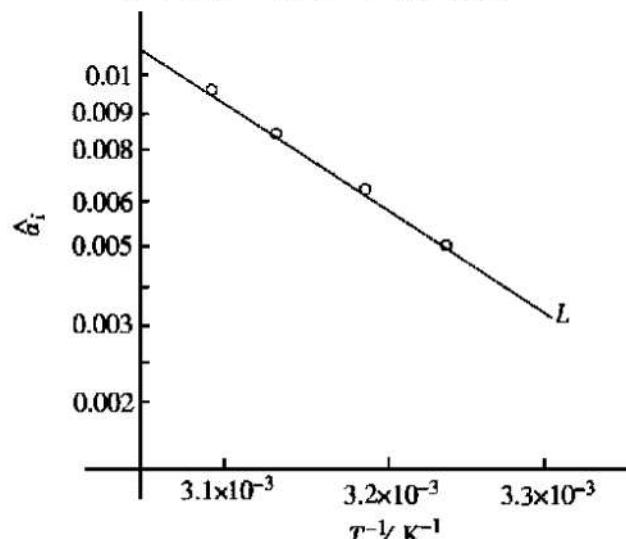


Table 5 Fit accelerated line

#### 4.6 加速系数 $K_{i0}$ 的图估计

加速应力水平  $S_i$  对正常应力水平  $S_0$  的加速系数  $K_{i0}$  的图估计为  $K_{i0} = \exp \left| \frac{d}{b} (T_i^{-1} - T_0^{-1}) \right|$ . 可算得加速系数为

$K_{10} = 3.42, K_{20} = 6.14, K_{30} = 10.83, K_{40} = 18.77$

#### 4.7 激活能的图估计

由  $E = -dk/b$  可算得  $E = 0.97\text{eV}$

#### 4.8 正常应力水平 $S_0$ 下的系统 MTBF 的图估计

在加速应力水平  $S_4$  下, 系统于  $t_d$  的 MTBF 的图估计为  $M_4(t_d) = 1/(\hat{a}_4 b t_d^{b-1}) = 1151\text{h}$ .

在  $S_4$  下作 ARGT 14h 后的系统, 将之投入正常应力下工作, 其 MTBF 将为  $K_{40} M(t_d) = 21600\text{h}$ .

### 5 结 论

(1) 图方法不需要复杂的计算与高深的可靠性统计知识, 且直观简便易行, 受到工程人员欢迎。

(2) 图方法精度较差, 其误差可达 10% ~ 20%, 这会使图检验产生模棱两可, 由于精度不够, 其结果因人而异。在较重要的场合, 均采用数值统计方法, 这将在下文中讨论。事实上, 将数值法与图方法相结

合, 将会从 ARGT 数据中获得更多更精确的信息。

#### 参 考 文 献:

- [1] 周源泉, 朱新伟. 论加速可靠性增长试验(I) 新方向的提出[J]. 推进技术, 2000, 21(6).
- [2] 周源泉, 朱新伟. 论加速可靠性增长试验(II) 理论基础 [J]. 推进技术, 2001, 22(1).
- [3] Nelson W. Applied life data analysis[M], New York : Wiley, 1982.
- [4] Reliability growth statistical test and estimation methods[M]. IEC 1164, 1995.
- [5] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性增长[M]. 北京: 科学出版社, 1992.
- [6] 范诗松, 王玲玲. 加速寿命试验[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

(编辑: 王居信)

(上接第 91 页)

总之, 未来高性能战斗机的加力控制系统更加依赖于先进的控制方案的选择、新型复合材料的采用、先进的数字电子控制技术的发展和飞推控制系统的高度综合。

### 7 发展方向

综上所述, 军用航空发动机加力控制系统的发展潜力很大, 特点是发动机数字电子式控制(FADEC)技术的应用, 使得加力燃油和喷口控制器向小型化、综合化、通用化的方向发展。未来加力系统研制应进一步突破以下关键技术: 精确的机载发动机实时模型建模技术; 高性能电子控制器设计技术; 二次集成和专用芯片设计技术; 控制器抗恶劣环境技术(冷却, 电磁兼容性技术); 先进的应用软件设计技术(实现软件的非相似余度); 先进的控制模态设计技术(多变量控制算法, 各种自适应控制算法); 传感器余度设计及先进的解析余度技术; 高性能燃油泵及计量装置设计技术; 状态监视, 软、硬件故障诊断处理技术; 分布式控

制系统设计技术; 先进的控制模态, 先进控制功能设计技术; 新器件, 新材料的应用技术(如光纤, 复合材料, 电子光学设备); 油泵电力驱动装置设计技术; 飞/推综合控制技术; 高温 430 °C~ 650 °C 电动机械作动装置。

#### 参 考 文 献:

- [1] Meyers L P, Burcham F W. Preliminary flight test results of the F100 EMD engine in an F-15 airplane[R]. NASA TM-85902.
- [2] Jean Christophe corde. SNECMA M88 engine development status[R], ASME 90-GE-118.
- [3] Lane R J. EJ200—the engine for the new European fighter aircraft[R]. ASME 90-GE-119.
- [4] Putnam T, Christiansen R. Integrated controls payoffs[R]. AIAA 89-2704.
- [5] Shrider Adibhalta. Propulsion issues in design of integrated flight and propulsion control system[R]. AIAA 94-3610.
- [6] Anon. Thrust vectoring Sr 37 demonstrates agility[J]. Aviation week & space Technology, 1996, september 9.

(编辑: 盛汉泉)