

推进剂供应管路内液体瞬变流 一维有限元计算^{*}

程谋森, 刘 昆, 张育林

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 将液路计算中偏微分方程模型化成有限阶数的常微分方程组, 由一维液体瞬变管流方程的特征线差分格式, 提出了一种计算管腔互联结构形式的液体推进剂供应管路中瞬变流的一维有限元方法, 它兼有特征线方法的特点。数值计算表明对单根等截面圆管阀门关断问题的计算结果与特征线方法计算结果吻合。利用本文方法计算了一个模型发动机的脉冲工况动态过程, 取得了很好的效果。

关键词: 液体推进剂火箭发动机; 推进剂输送; 非定常流; 特征线法; 有限元法

中图分类号: V421.42

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055(2000)04-0012-04

One-dimensional finite element solutions for liquid transients in propellant feedlines

CHENG Mou-sen, LIU Kun, ZHANG Yu-lin

(Inst. of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defence Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A one-dimensional finite element solution for liquid transients in propellant feedlines composed of vessels and ducts was derived. The solution was based on the difference scheme of characteristics and combined with the merits of finite element method. The calculated results for the approximation of valve closure problems show good agreement with that obtained by method of characteristics. The pulse mode of a model thruster was simulated with this solution, and the results were reasonable.

Key words: Liquid propellant rocket engine; Propellant transfer; Unsteady flow; Method of characteristic; Finite element method

1 引 言

对于具有简单形状的管路内的瞬变流, 特征线方法是比较好的求解方法^[1]; 但当流路上短圆柱体腔及其它形状复杂的容腔结构增多, 形成管腔互联的复杂拓扑网络时, 各分段的感抗和容抗差别很大, 特征线方法在时间步长协调方面存在较大困难, 在流路分支衔接的边界条件处理中引入非线性耦合项, 影响模型的自治性, 造成数值计算中非线性迭代收敛慢, 有时甚至是数值振荡。而有限元方法在处理复杂构型流路方面有其特殊优越性。文献 [2] 中给出的圆管内瞬变流计算的分段集总参数有限元法是一种很好的计算方法, 但文中没有给出方法的导出过程, 而且在其它文献上也未见到该方法的推导

及应用。本文从特征线方法的物理内涵出发, 在一维可压缩流的有限元状态空间模型^[3]基础上, 由液体瞬变管流方程的特征线差分格式具体构造出一种有限元计算方法, 称之为特征有限元方法。并将该方法进一步拓展, 使之适用于具有复杂管腔结构的推进系统液体管流瞬变特性计算。

2 特征有限元方法

2.1 液路一维流体动力学方程

采用一维管流动力学模型描述液路内的瞬变流, 并假设管流等温及管壁摩擦阻力遵循平方律, 弱可压液体推进剂的密度在发动机工作的压力范围内可认为是常数。控制方程为^[1]:

* 收稿日期: 1999-04-18; 修订日期: 2000-01-22。

作者简介: 程谋森 (1971—), 博士生, 研究领域为低温补燃火箭发动机启动过程动态模型, 仿真与控制。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha^2 \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial \rho x} = -f_r - b \cos \theta \quad (2)$$

其中 f_r 为单位质量流体受到的摩擦阻力; b 为质量力场加速度; θ 为管流轴线方向与加速度方向的夹角; α 为管流中的声速。

2.2 液路流动方程的特征化形式和特征线方法^[1,4]

液体充满的管段的控制方程式 (1) 和 (2) 是一对拟线性双曲型偏微分方程, u 与 p 是因变量, t 与 x 是自变量, 可用拟特征线方法进行差分离散化 (图 1), 相应的拟特征线方程及特征关系式为

$$C_1: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = u + \alpha \\ (\rho \alpha) \frac{du}{dt} + \frac{dp}{dt} + (\rho \alpha) \left[\frac{\lambda |u|}{2D} + b \cos \theta \right] = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$C_2: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = u - \alpha \\ -(\rho \alpha) \frac{du}{dt} + \frac{dp}{dt} - (\rho \alpha) \left[\frac{\lambda |u|}{2D} + b \cos \theta \right] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

将拟特征线方程及其特征关系式差分离散化以后, 在 (x, t) 平面上网格点各参数之间的约束成为代数方程, 可以从初始 $t=0$ 时刻起, 逐层递推计算各节点的值; 在积分过程中依据 t^n 时层的参数值及 CFL 条件, 确定下一步的时间积分步长

$$(\alpha + |u|) \Delta t^{n+1} \leq \Delta x \quad (5)$$

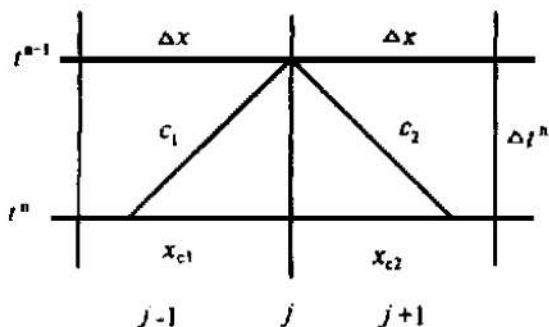


Fig. 1 Characteristics in a fixed grid

一般推进剂供应管路内液体流动速度远小于管内声速, 可以认为扰动向上、下游传播的速度都等于管流声速。因此相邻空间单元内的波速可认为相等, 在积分时间步长约束式 (5) 中取等号。忽略质量力项, 对管流摩擦阻力取一阶估计, 并将流速转化为质量流率, 按特征线差分离散化得到的代数方

程为

$$C_1: p_j^1 - p_{j-1}^0 = \frac{\alpha}{A} (m_{j-1}^0 - m_j^1) - \frac{\Delta x \lambda}{2 \rho A^2 D} m_{j-1}^0 |m_{j-1}^0| \quad (6)$$

$$C_2: p_j^1 - p_{j+1}^0 = -\frac{\alpha}{A} (m_{j+1}^0 - m_j^1) + \frac{\Delta x \lambda}{2 \rho A^2 D} m_{j+1}^0 |m_{j+1}^0| \quad (7)$$

上式中, 上标“0”表示已知量, 上标“1”表示待求量。由上述两式可解出节点 j 的新值。

2.3 液路流动方程的特征有限元形式

对照特征线差分方程 (6) 与 (7), 再考虑如图 2 所示的离散化方法, 将间隔节点上的压强和流量取为变量, 在每一单元内将参数集总处理, 由动量

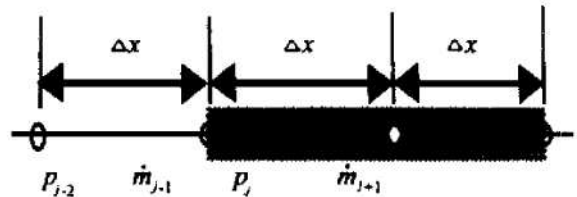


Fig. 2 Discretization scheme of pipeline

方程可得:

$$\frac{2 \Delta x}{A} \frac{dm_{j-1}^0}{dt} = p_{j-2}^0 - p_j^0 - \frac{\Delta x \lambda}{\rho A^2 D} m_{j-1}^0 |m_{j-1}^0| \quad (8)$$

$$\frac{2 \Delta x}{A} \frac{dm_{j+1}^0}{dt} = p_j^0 - p_{j+2}^0 - \frac{\Delta x \lambda}{\rho A^2 D} m_{j+1}^0 |m_{j+1}^0| \quad (9)$$

将式 (6) 与式 (7) 相加, 消去未知流量, 再将上述式 (8) 和式 (9) 代入, 并考虑到

$$\Delta x = \alpha \Delta t \quad (10)$$

得到第 j 节点处压强的增量差商

$$\frac{p_j^1 - p_j^0}{\Delta t} = \frac{\alpha^2}{2 \Delta x A} (m_{j-1}^0 - m_{j+1}^0) + \frac{\alpha}{2A} \left(\frac{dm_{j-1}^0}{dt} - \frac{dm_{j+1}^0}{dt} \right) \quad (11)$$

取第 j 节点前、后均为 Δx 的空间作为一个单元, 单元内参数集总化, 将上述表达式 (11) 作为单元内压强变化的动态方程, 并记为

$$\frac{dp_j}{dt} = C_j (m_{j-1}^0 - m_{j+1}^0) + r_j \left(\frac{dm_{j-1}^0}{dt} - \frac{dm_{j+1}^0}{dt} \right) \quad (12)$$

将相邻单元之间的流量变化的动态方程记为

$$L_{j-1} \frac{dm_{j-1}^0}{dt} = p_{j-2}^0 - p_j^0 - R_{j-1} m_{j-1}^0 |m_{j-1}^0| \quad (13)$$

方程中的系数 C_j , L_j 分别称为容抗和感抗; R_j 与 r_j 分别称为流阻与波阻。

$$C_j = \frac{\alpha^2}{V_j}, \quad r_j = \frac{\alpha}{2A_j},$$

$$L_{j-1} = \frac{2\Delta x}{A}, \quad R_{j-1} = \frac{\Delta x \lambda}{\rho A^2 D}.$$

将液路按上述方法划分为 N 个单元, 对每个单元有形如式 (12) 的压强方程; 相邻单元之间的质量交换有形如式 (13) 的流量方程。取压强和流量作为状态变量, 则整段液路的动态特性由 $2N+1$ 变量组成的常微分方程组完全描述。将按照上述方法建立的液路分段集总参数模型称为特征有限元模型。

将上述特征有限元模型应用于一般非等截面管路和不规则形状的容腔, 在单元划分时注意单元长度与液路动态的最高频率匹配。单元长度与液路动态最高频率之间一般应满足如下关系^[3]

$$\Delta x \leq \frac{a}{(8 \sim 10)f_{\max}} \quad (14)$$

除此而外, 考虑到单元内流体参数与管腔结构参数的非均匀性, 将波阻、感抗和流阻分别修正为

$$r_j = \varepsilon \frac{\alpha}{A_j}, \quad L_{j-1} = \int_{j-2}^j \frac{dx}{A},$$

$$R_{j-1} = \int_{j-2}^j \frac{\lambda}{2\rho A^2 D} dx + \sum R.$$

其中, $\varepsilon = 0.1 \sim 0.5$; $\sum R$ 包括单元入、出口和单元内部的局部流阻。这样得到的液路特征有限元模型保留了特征线方法的物理特征, 又兼有分段集总参数的有限元处理复杂形状液路和边界条件的方便性, 适合于发动机供应系统液路动态特性的描述。

3 关阀引起的管流振荡计算结果

为了验证本文提出的液体管道瞬变流的一维有限元计算方法的有效性, 对文献 [5] 中的单管阀门关断问题进行了仿真计算。问题描述如下: 流动介质为水。原始参数: $p_T = 15.0$ MPa, $p_E = 14.8$ MPa, $L = 4.8$ m, $\rho_0 = 1000$ kg/m³, $\alpha_0 = 1.2$ km/s, $\overline{C_V A_V} = 0.7 \times A$, A 为管道截面积, 摩擦系数 = 0.018。考虑阀门两种关断方式: (a) 突然关闭, (b) 按幂函数曲线关闭, $\tau = (1 - t/t_c)^m$, $t_c = 5$ ms, $m = 1.5$, $\tau = \overline{C_V A_V} \sqrt{C_V A_V}$ 为阀门的相对开度。

按本文模型的计算结果 (虚线) 与按特征线方法的计算结果 (实线) 的比较见图 3 和图 4。图中的无量纲时间为 $t\alpha_0/L$, 摩擦损失均按准稳态处理。为保证特征线方法的精度, 分段数取为 20。计算阀门瞬时关闭管流响应时有限元法取分段数为 20; 阀门按指数规律关闭时有限元法分段数取为 10。由图可见: 有限元法与特征线法计算结果中管流压强振

荡的相位完全相同, 所不同之处在于压强峰 (谷) 的形状及振荡衰减速率上。两种方法所得结果中刚开始时的压强峰均呈平台状, 逐渐地有限元法所得结果中压强峰呈尖细脉冲状; 有限元法所得结果压强振荡衰减快, 当分段数少时更明显, 如图 4 所示。经进一步的数值试算表明, 当采用较少分段数的有限元法时, 可通过减小波阻项系数的办法来减缓压强振荡的衰减速率, 使所得结果与特征线法所得结果在振荡衰减速率方面相近, 而不影响相位。

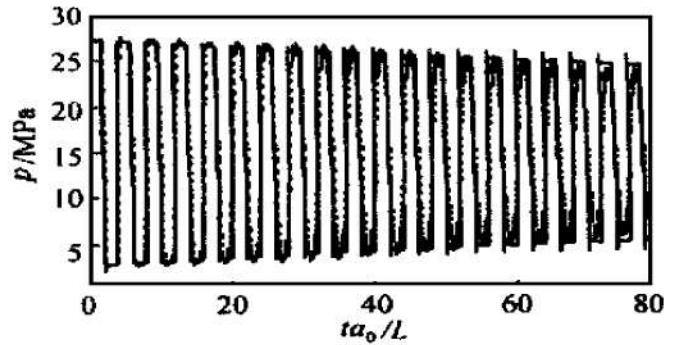


Fig. 3 Pressure at valve after instantaneous valve closure

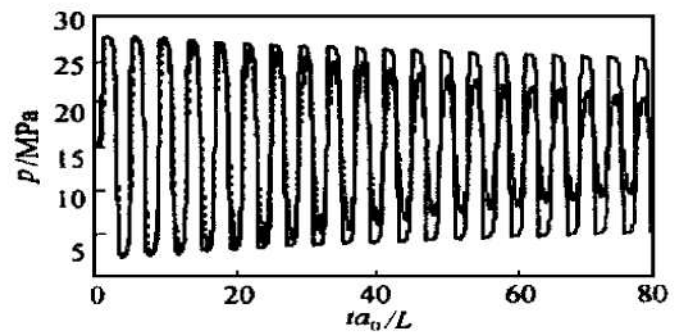


Fig. 4 Pressure at valve after valve closure by power curve

4 发动机启动关机动态过程计算示例

应用本文提出的液路特征有限元模型及其它辅助模型计算了一个模型发动机在脉冲工况从管路充填、燃烧室点火启动到关机后管路内流动振荡的动态过程。发动机流路如图 5 所示, 若干结果如图 6 和图 7 所示。由于该发动机的液体流路很复杂, 难于使用一维管流的特征线方法进行处理, 本文提出的方法显示了极强的适用性。

5 结论

(1) 本文基于一维瞬变管流特征线方法导出的

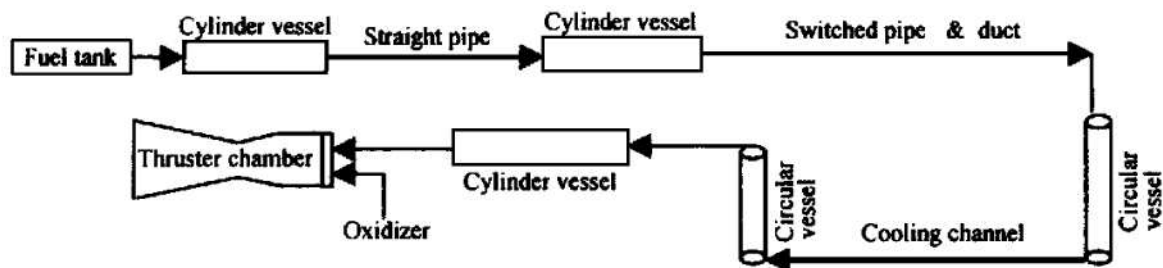


Fig. 5 Modular diagram of a model thruster (oxidizer feedlines omitted)

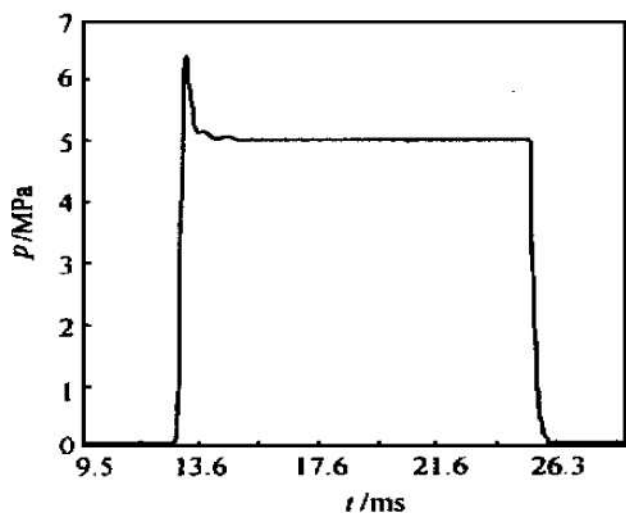


Fig. 6 Combustion chamber pressure

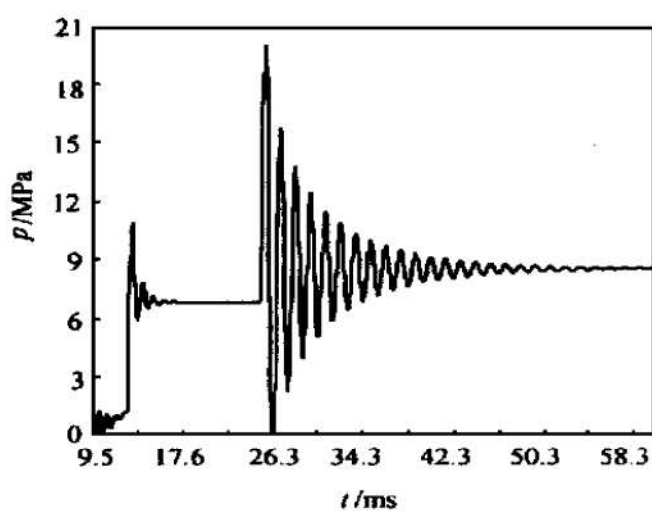


Fig. 7 Pressure at cylinder vessel before stop valve

特征有限元模型物理含义明确, 便于对管腔互联结构内液体瞬变流动进行建模。对单管阀门关断问题和一个模型发动机脉冲工况动态过程的计算结果表明, 这是一种方便有效的计算推进系统液体瞬变流的方法。

(2) 本文特征有限元模型中的波阻系数 (ϵ) 与流路结构特性有关, 无法由理论方法准确给出, 实际应用时对不同的部件如腔、管段等, 需要通过数值仿真与实验结果对比的方法分别加以识别。

参 考 文 献

[1] 怀利 E B, 斯特里特 V L. 瞬变流 [M]. 清华大学流

体传动与控制教研组译, 北京: 水利电力出版社, 1983.

- [2] • КБОГ•Ц • •. 液体火箭发动机及其供给系统动力学 [M]. 邢耀国译, 烟台: 海军航空工程学院, 1988.
- [3] 刘 昆, 张育林. 一维可压缩流的有限元状态空间模型 [J]. 推进技术, 1999, 20 (5) .
- [4] 格里克曼 • •. 液体火箭发动机自动调节 [M]. 顾明初, 郁明桂, 邱明煜, 译. 北京: 宇航出版社, 1995.
- [5] 刘 昆, 张育林. 推进剂供应管道的集中参数近似模型研究——模态近似模型 [J]. 推进技术, 1998, 19 (4) .

(责任编辑: 盛汉泉)