

喷管分离流动的数值模拟^{*}

孙得川 李江 蔡体敏 王珏 王维彬 田昌义

(西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072) (北京丰源机械研究所, 北京, 100076)

摘要: 针对高空喷管地面试验时产生流动分离的现象, 用 Beam-Warming 近似因式分解法求解薄层 N-S 方程, 对分离流场进行数值模拟。预示了分离点的位置以及喷管壁面压强分布等, 可以为高空发动机地面试车提供参考, 并为进一步研究分离的影响因素打下基础。

主题词: 流动分布, 纳维尔-斯托克斯方程, 近似解法, 喷管, 数值仿真

分类号: V435.11

NUMERICAL SIMULATION OF FLOW SEPARATION IN NOZZLE

Sun Dechuan Li Jiang Cai Timin

(Coll. of Astronautics, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Wang Jue Wang Weibin Tian Changyi

(Beijing Fengyuan Machinery Inst., Beijing, 100076)

Abstract: Flow separation phenomenon exists in the nozzle of the high-altitude rocket engine when it was tested at the ground. Numerical simulation was carried out for the flow separation in overexpanded rocket nozzle using Beam-Warming approximate factorization method to solve thin-layer N-S equations. The location of Separation region and distribution of wall pressure in the nozzle were predicted. These will be the references of high-altitude rocket engine test and provided basis for studying the influence factors of flow separation.

Subject terms: Flow distribution, Navier-Stokes equations, Approximate solution, Nozzle, Numerical simulation

1 引言

为高空发动机设计的喷管在地面试车以及发动机在点火和熄火的短暂工作过程中, 喷管中都会发生流动分离的现象。对于高空发动机, 流动产生分离会对喷管的热防护和推力稳定性带来较大影响, 因此希望地面试验时能够达到满流状态或分离很小, 这就需要分析影响分离的诸因素。目前有关分离流动的实验研究只能针对比较固定的喷管型面, 所研究的参数也很有限。数值模拟较实验有较大的优点, 但是目前多采用分区方法(在喷管出口外部增加计算区域), 这样就增加了计算的工作量^[1]。本文采用 Beam-Warming 提出的近似因式分解方法, 求解薄层 N-S 方程, 数值模拟了某型发动机地面试车时的分离流场。文中采用了简化的出口边

* 收稿日期: 1998-12-21, 修回日期: 1999-02-02

界条件，既能比较准确地预示分离点位置，相对于分区计算又减少了计算工作量，有助于以后分析影响分离的因素。

2 控制方程和数值方法

为简化计算采用薄层 N-S 方程，且不考虑化学反应、外界能量加入，并忽略彻体力。取曲线坐标 (ξ, η, ζ) ，令物面流动方向为 ξ 方向，圆周方向为 η 方向，垂直于物面为 ζ 方向。薄层方程忽略沿 ξ, η 方向的粘性，只保留 ζ 方向的粘性。于是，三维非定常薄层 N-S 方程在一般曲线坐标系中的守恒形式为

$$\hat{\partial}_q + \hat{\partial}_{\xi} E_1 + \hat{\partial}_{\eta} E_2 + \hat{\partial}_{\zeta} E_3 = Re^{-1} \hat{\partial}_{\xi} S \quad (1)$$

其中

$$\hat{q} = J^{-1} \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{vmatrix} \quad \hat{E}_i = J^{-1} \begin{vmatrix} \rho U_i \\ \rho_u U_i + L_{1p} \\ \rho_v U_i + L_{2p} \\ \rho_w U_i + L_{3p} \\ (e + p) U_i - L_{4p} \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\hat{S} = J^{-1} \begin{vmatrix} 0 \\ \mu(\zeta + \zeta_s + \zeta_\eta) u_\zeta + \frac{\mu}{3} (\zeta u_\zeta + \zeta v_\zeta + \zeta w_\zeta) \zeta \\ \mu(\zeta + \zeta_s + \zeta_\eta) v_\zeta + \frac{\mu}{3} (\zeta u_\zeta + \zeta v_\zeta + \zeta w_\zeta) \zeta \\ \mu(\zeta + \zeta_s + \zeta_\eta) w_\zeta + \frac{\mu}{3} (\zeta u_\zeta + \zeta v_\zeta + \zeta w_\zeta) \zeta \\ \{(\zeta + \zeta_s + \zeta_\eta) [0.5\mu(u^2 + v^2 + w^2)\zeta + kPr^{-1}(\gamma - 1)^{-1}(a^2)\zeta] + \\ \frac{\mu}{3}(\zeta u + \zeta v + \zeta w)(\zeta u_\zeta + \zeta v_\zeta + \zeta w_\zeta)\} \end{vmatrix}$$

J 为坐标变换的 Jacobian 行列式， a 为当地声速， Pr 为普朗特数。

$$U_i = \cdot \xi_i \bar{V}, \quad L_j = \hat{\partial}_{\xi_i} / \hat{\partial}_{\eta_j}, \quad L_t = \hat{\partial}_{\xi_i} / \hat{\partial}_t \quad (3)$$

对式 (1) 采用中心差分离散，进行 Beam-Warming 近似因式分解，其离散方程为

$$(I + h\delta_{\zeta} A_1^n - \epsilon^{(2)} J^{-1} \cdot \delta_{\xi} J) (I + h\delta_{\eta} A_2^n - \epsilon^{(2)} J^{-1} \cdot \eta \Delta_{\eta} J) \\ (I + h\delta_{\zeta} A_3^n - hRe_{cr}^{-1} \delta_{\zeta} J^{-1} M^n J - \epsilon^{(2)} J^{-1} \cdot \zeta \Delta_{\zeta} J) \Delta q^n = RHS \quad (4)$$

其中

$$RHS = \Delta \tau (-\delta_{\xi} E_1^n + \delta_{\eta} E_2^n + \delta_{\zeta} E_3^n - Re_{cr}^{-1} \delta_{\zeta} S^n) - \\ \Delta \tau \epsilon^{(4)} J^{-1} [(\cdot \xi \Delta_{\xi})^2 + (\cdot \eta \Delta_{\eta})^2 + (\cdot \zeta \Delta_{\zeta})^2] (J q^n)$$

$\epsilon^4 = o(1)$ 和 $\epsilon^2 = o(1)$ 分别为四阶和二阶人工粘性系数($\epsilon^2 \geq 2\epsilon^4$)，当 $h = \Delta\tau/2$ 时，对时间差分为二阶精度；当 $h = \Delta\tau$ 时，对时间差分为一阶精度。

$$\bar{A}_i = \frac{\partial E_i}{\partial q}, \quad \hat{M} = \frac{\partial \hat{S}}{\partial q}$$

对式(4)，为了加快计算的收敛，采用当地时间步长^[2]： $\Delta\tau = C_r [\max(\cdot, \xi, \cdot, \eta, \cdot, \zeta)]^{-1}$ ，式中 C_r 为常数。数值计算表明，该当地时间步长可以使计算过程具有良好的稳定性和收敛速度。

另外，为了提高收敛速度，数值方法中采用了 Jameson 提出的稳式残值光顺技术^[3]。若记式(4)右端项为残值 ΔR ，则沿 ξ 方向的光顺处理为

$$-\phi \Delta R_{i-1,j,k} + (1 + 2\phi) \Delta R_{i,j,k} - \phi \Delta R_{i+1,j,k} = \Delta R_{i,j,k}$$

3 边界条件

喷管入口边界为亚声速，认为入口平面无周向速度，同时忽略粘性的影响，计算中采用局部准一维特征分析确定入口边界条件。

出口边界的情况比较复杂，因为对于粘性流动，出口边界既存在亚声速流动，又存在超声速流动。对超声速流动，所有物理量外推；对于亚声速流动，采用局部准一维特征分析，给出边界的无反射特征边界条件。假设亚声速出口流动中不存在强波，且为等熵流动，则对应于特征线方程的 Riemann 不变量分别为：

$R_1 = q_1, R_2 = q_2, R_3 = s, R_4 = q_n - 2a/(\gamma - 1), R_5 = q_n + 2a/(\gamma - 1)$ 。其中， q_n 为出口法向速度， $s = P/\rho^\gamma$ 为流体的熵。

亚声速流入和流出边界上的物理量应分别满足关系：

$$\begin{cases} q_1 = q_1^{\text{out}} \\ q_2 = q_2^{\text{out}} \\ s = s^{\text{out}} \\ q_n - \frac{2a}{\gamma - 1} = q_n^{\text{out}} - \frac{2a^{\text{out}}}{\gamma - 1} \\ q_n + \frac{2a}{\gamma - 1} = q_n^{\text{in}} + \frac{2a^{\text{in}}}{\gamma - 1} \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} q_1 = q_1^{\text{in}} \\ q_2 = q_2^{\text{in}} \\ s = s^{\text{in}} \\ q_n - \frac{2a}{\gamma - 1} = q_n^{\text{out}} - \frac{2a^{\text{out}}}{\gamma - 1} \\ q_n + \frac{2a}{\gamma - 1} = q_n^{\text{in}} + \frac{2a^{\text{in}}}{\gamma - 1} \end{cases}$$

其中，上标 “out” 表示出口边界外层的值，“in” 表示出口边界内层的值。

壁面边界采用无滑移边界条件，即： $\bar{V} = 0$ ，压强条件： $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ，绝热条件： $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ 。喷管轴线上各物理量为周围各点对应物理量的平均。

4 计算结果分析

计算了某型发动机喷管地面试车环境下的分离流场。采用代数方法生成网格，三维计算网格域见图1，沿轴向共56个网格节点，由物面到轴线共45个网格节点，沿周向共19个节点。

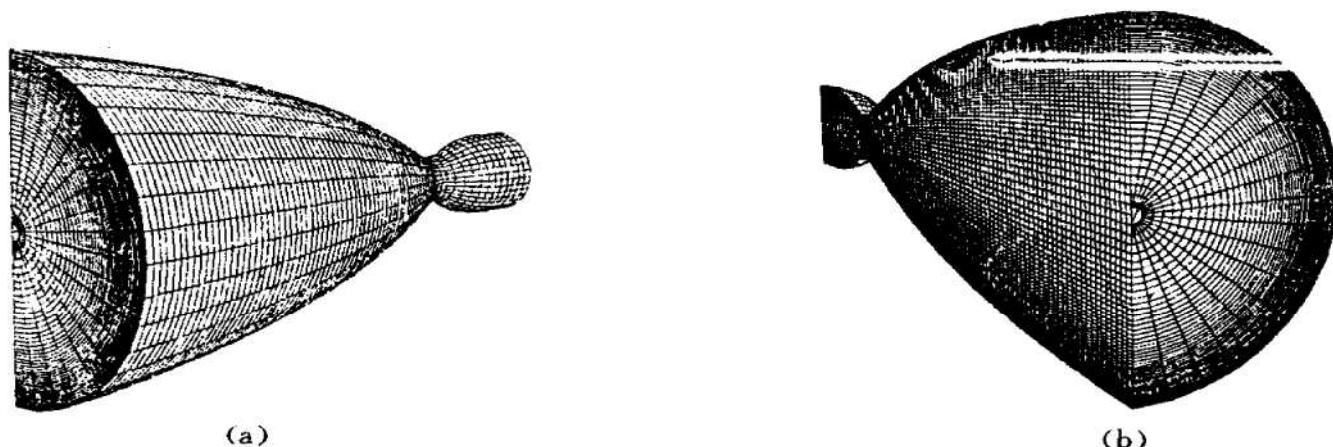


Fig. 1 3-D grid of computational domain

数值计算的初场由喷管的一维计算得到。对燃烧室总压为12 MPa, 总温为3 560 K, 环境压强为100 kPa, 膨胀比为55的喷管, 计算得到了喷管扩张段流动分离的结果。因为计算环境为完全对称的(对称初场、对称网格和对称的计算方法), 因而得到了完全轴对称的分离流场, 所以文中只给出和讨论对称面上的计算结果分布。图2为分离流场的马赫数分布图, 从中可以看到: 在喷管扩张段出口有流动分离发生, 其附近存在明显的激波; 而且流场内部存在一道较弱的压缩波。

图3为对称面上的速度分布及流动分离区域的局部放大图, 可以看出分离点以后有一回流区, 这一回流区由喷管外部流入, 回流区的速度很低。主流经过分离点前的一道斜激波后压强升高, 与回流达到平衡。

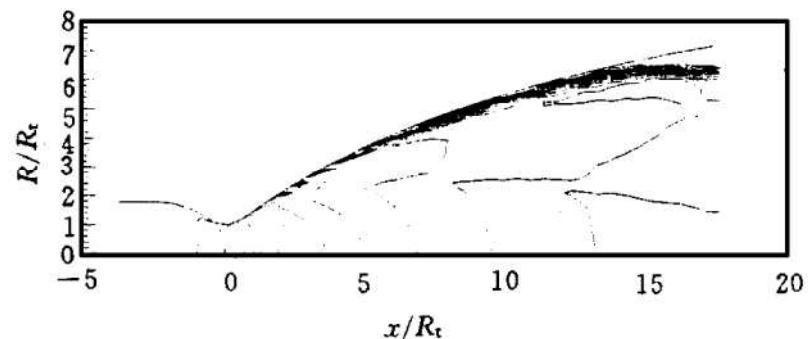


Fig. 2 Distribution of Mach number

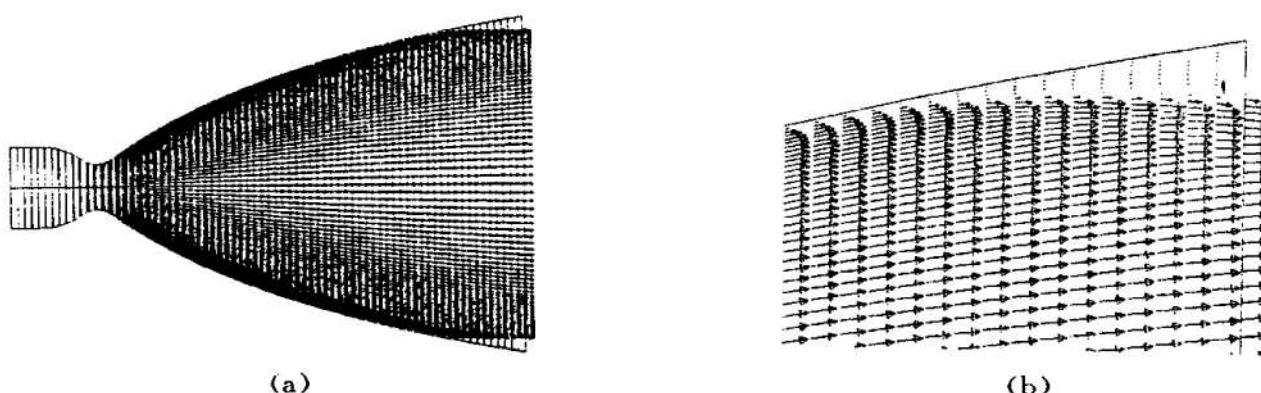


Fig. 3 Distribution of velocity

- (a) Distribution on symmetry plane
- (b) Part of backflow

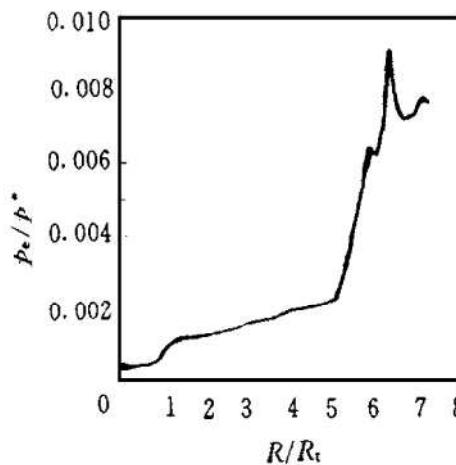


Fig. 4 Distribution of exit pressure on symmetry plane

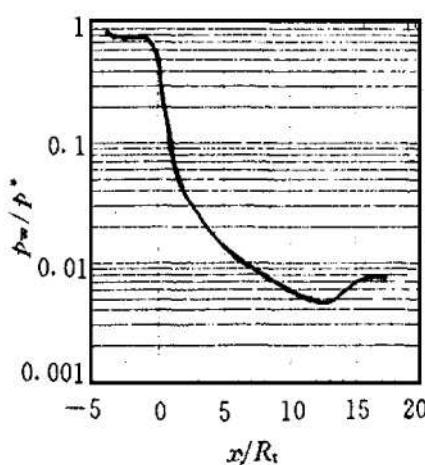


Fig. 5 Distribution of wall pressure on symmetry plane

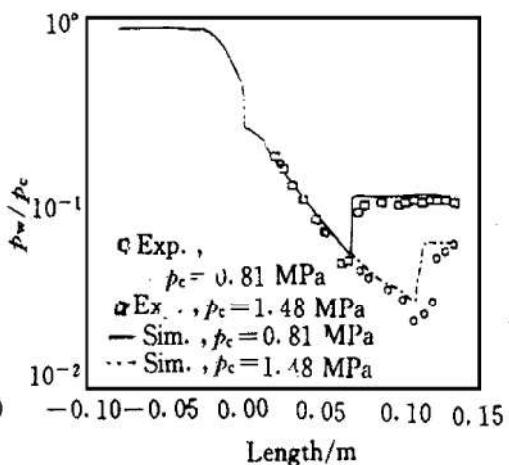


Fig. 6 Experimental data of wall pressure distribution

由于流动分离，出口压强及壁面压强分布受到很大影响。图4是出口压强分布，横坐标是径向坐标。出口压强由轴线向壁面在经过压缩波后逐渐升高，过激波后达到最大值，而后又减小。图5为壁面压强分布，对于没有流动分离的状态，喷管壁面压强沿着流动方向是单调下降的，但是对于有流动分离的情况，壁面压强在分离点前突然升高，该点是主流开始压缩的起始点（不是分离点），经过分离点以后压强继续升高到接近于环境压强的值（比环境压强略小），然后壁面压强基本保持不变。与文献[4]的实验数据（见图6）比较可以认为其分布规律一致。

5 结 论

采用薄层N-S方程计算喷管流动分离是可行的，所得的计算结果与国外相似喷管的实验结果相比较，其分布规律基本相同^[4]。所采用的出口边界条件，能够方便地处理既有亚声速又有超声速的边界情况，有利于提高数值方法的稳定性和精确程度。流动分离使分离区域的温度和压强升高，增加了喷管壁面的热传导，应尽量避免流动分离的产生。数值模拟结果为进一步研究分离的影响因素打下基础。

参 考 文 献

- 1 Haidinger F A, Gorgen J, Haeseler D. Numerical prediction of flow separation for advanced nozzle concepts. AIAA 98-3368
- 2 蔡晋生. 跨音速大迎角欧拉方程数值分析: [博士论文]. 西安: 西北工业大学, 1992.
- 3 Jameson A. Transonic flow calculation. MAE Report 1561, Princeton University, 1985.
- 4 Hagemann G. Advanced rocket nozzle. Beijing: The third international symposium on space propulsion, 1997.