

航空发动机 H_∞ 混合灵敏度 控制中权阵的选取*

陶 涛 阎文博

(西北工业大学航空动力与热力工程系, 西安, 710072)

摘 要: 在进行 H_∞ 混合灵敏度控制器设计时, 加权阵的选取一般较为困难。根据控制系统的动态性能指标及系统动态解耦要求来构造权阵, 计算机仿真验证了这种方法的有效性。

主题词: 航空发动机, 自动控制, 闭环控制, 动态特性, 计算方法

分类号: V233.73

CONSTRUCTION OF WEIGHTING MATRIXES IN MIXED SENSITIVITIES H_∞ CONTROLLER DESIGN FOR AEROENGINE

Tao Tao Yan Wenbo

(Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Abstract: When designing H_∞ mixed sensitivities controller, the weighting function matrixes are difficult to chose normally. A method was proposed to construct the weighting function matrixes of sensitivities according to system performance demands. The simulation shows that the method is effective.

Subject terms: Aircraft engine, Automatic control, Closed loop control, Dynamic characteristic, Calculation method

1 引 言

设计混合灵敏度控制器的基本思想是对闭环系统的灵敏度和补灵敏度函数进行频域整形, 以使系统具有较好的稳定鲁棒性及抗干扰能力^[1,3]。 H_∞ 混合灵敏度控制设计过程在很大程度上是对灵敏度和补灵敏度函数加权阵的选择过程。设计得到的控制系统的性能和鲁棒性也主要取决于权阵的选择是否合理。经验表明, 在大多数情况下, H_∞ 问题的解对权阵的选择极为敏感, 权阵极微小的变化都有可能造成 H_∞ 问题无解。加权阵的选择目前还没有令人满意的系统方法。针对航空发动机这一特定对象, 本文希望根据控制系统的性能指标要求来构造权阵。

2 混合灵敏度问题

考虑混合灵敏度 H_∞ 输出反馈控制次优问题, 即寻找输出反馈控制器 $K(s)$ 使系统内部稳定且满足

* 收稿日期: 1998-09-14, 修回日期: 1999-03-26

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma (0 < \gamma \in R) \quad (1)$$

由混合灵敏度指标函数知

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(I-T) \\ W_2 T \end{bmatrix} \quad (2)$$

从而, 增广对象为

$$G = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 P \\ 0 & W_2 P \\ I & -P \end{bmatrix} \quad (3)$$

设 P, W_1, W_2 的状态空间实现分别为

$$P: \begin{bmatrix} A_P & B_P \\ C_P & D_P \end{bmatrix} \quad W_1: \begin{bmatrix} A_{W_1} & B_{W_1} \\ C_{W_1} & D_{W_1} \end{bmatrix} \quad W_2: \begin{bmatrix} A_{W_2} & B_{W_2} \\ C_{W_2} & D_{W_2} \end{bmatrix}$$

不难推导出 G 的一个状态空间实现为

$$G: \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} A_P & 0 & 0 \\ B_{W_1} C_P & A_{W_1} & 0 \\ B_{W_2} C_P & 0 & A_{W_2} \end{bmatrix} \quad [B_1 \ B_2] = \begin{bmatrix} 0 & B_P \\ -B_{W_1} & B_{W_1} D_P \\ 0 & B_{W_2} D_P \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{W_1} C_P & C_{W_1} & 0 \\ D_{W_2} C_P & 0 & C_{W_2} \\ -C_P & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{W_1} & -D_{W_1} D_P \\ 0 & D_{W_2} D_P \\ I & -D_P \end{bmatrix}$$

由发动机广义模型知 $D_P=0$, 于是增广对象

$$\text{rank}(D_{12}) = \text{rank} \begin{pmatrix} -D_{W_1} D_P \\ D_{W_2} D_P \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

不满足标准问题求解中 D_{12} 列满秩的要求。为此, 引入虚拟信号 $\hat{z}$ 及列满秩矩阵 $\hat{D}_{12}$ 使其满足 $\hat{z} = \epsilon \hat{D}_{12} u$, 其中, ϵ 为充分小的正数。重新选取评价信号 $\tilde{z}$ 及评价函数 $\|T_{\tilde{z}w}\|_\infty$:

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} z \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0 \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} \\ 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D_{12} \\ \epsilon \hat{D}_{12} \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$\|T_{\tilde{z}w}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} T_{zw} \\ T_{\hat{z}w} \end{bmatrix} \right\|_\infty$$

显然, 若存在使增广对象内部稳定且 $\|T_{\tilde{z}w}\|_\infty < \gamma$ 的控制器 $K(s)$, 则一定使 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ 且使系统内部稳定。即 $K(s)$ 为原混合灵敏度问题的解。

3 W_1, W_2 权函数矩阵的选择

在发动机控制中, 给定如下性能指标: (1) 输出对输入实现解耦 (在单位阶跃输入条件下满足); (2) 无超调; (3) 调节时间 $t_d \leq 1$ s。

为实现解耦, 权函数矩阵应具有如下形式

$$W_1 = \begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{W}_{12} \end{bmatrix}^{-1} \quad W_2 = \begin{bmatrix} \bar{W}_{21} & 0 \\ 0 & \bar{W}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (6)$$

其中, $\bar{W}_{ij}$ ($i, j=1, 2$) 为关于 s 的标量函数。

假设发动机控制系统已实现输入输出解耦, 为使系统满足上述指标 (2), (3), 可通过成形从 v_1 到 n_L 以及从 v_2 到 T_4 的传递函数 T_{11}, T_{22} 来实现, 为降低控制器阶数, 设成形后的理想传递函数为如下惯性环

$$T_{kkid} = \frac{1}{\tau_k s + 1} \quad (k = 1, 2) \quad (7)$$

于是, 在阶跃输入作用下, 对象输出不会出现超调。为使系统满足指标 (3), 可适当选择 τ_1, τ_2 。那么相应通道的理想灵敏度函数为

$$S_{kkid} = 1 - T_{kkid} = \frac{\tau_k s}{\tau_k s + 1} \quad (k = 1, 2)$$

现令

$$\begin{aligned} W_1 S &= \begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{W}_{12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{11id} & 0 \\ 0 & S_{22id} \end{bmatrix} = I \\ W_2 T &= \begin{bmatrix} \bar{W}_{21} & 0 \\ 0 & \bar{W}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_{11id} & 0 \\ 0 & T_{22id} \end{bmatrix} = I \end{aligned} \quad (8)$$

从而可得

$$\bar{W}_{1j} = S_{jjid} = \frac{\tau_j s}{\tau_j s + 1}, \quad \bar{W}_{2j} = T_{jjid} = \frac{1}{\tau_j s + 1}, \quad (j = 1, 2) \quad (9)$$

为保证 W_2 正则, 同时, 为便于灵敏度函数成形将 $\bar{W}_{2j}$ 及 $\bar{W}_{1j}$ 分别修改为

$$\bar{W}_{2j} = \alpha_{2j} \frac{\beta_{2j}s + 1}{\tau_j s + 1}, \quad \bar{W}_{1j} = \alpha_{1j} \frac{\tau_j s + \beta_{1j}}{\tau_j s + 1} \quad (10)$$

其中, α_{ij}, β_{ij} ($i, j=1, 2$) 均为可调的正数, 在如下范围内取值

$$0 \leq \beta_{ij} < 10^{-4}, 1 < \alpha_{ij} < 100 (i, j = 1, 2) \quad (11)$$

4 控制器设计及仿真

混合灵敏度 H_∞ 控制器设计过程实际上是对灵敏度函数 $S(s)$ 和补灵敏度函数 $T(s)$ 在频域内进行整形的过程。在设计航空发动机混合灵敏度 H_∞ 控制器时, 为抑制低频干扰 (高度 H 和马赫数 Ma), 在低频段应减小 $\|S\|_\infty$, 同时, 为保证发动机控制系统的鲁棒稳定性, 在高频段应减小 $\|T\|_\infty$ 以削弱未建模高频动态对系统稳定性的影响。

地面台架最大状态下 ($H=0, Ma=0$) 的发动机广义模型如下

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{n}}_L \\ \dot{\bar{n}}_H \\ \dot{\bar{A}}_e \\ \dot{\bar{m}}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.0022 & 1.0573 & 0.55852 & 1.2402 \\ 0.21081 & -2.4061 & 0.55904 & 0.4447 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{n}_L \\ \bar{n}_H \\ \bar{A}_e \\ \bar{m}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{n}_L \\ \bar{T}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.12319 & 0.15552 & -0.48171 & -0.022246 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{n}_L \\ \bar{n}_H \\ \bar{A}_e \\ \bar{m}_f \end{bmatrix}$$

现给定权函数如下

$$W_1 = \begin{bmatrix} 10 \frac{0.25s + 0.00001}{0.25s + 1} & 0 \\ 0 & 5 \frac{0.1s + 0.00001}{0.1s + 1} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} 25 \frac{0.00001s + 1}{0.25s + 1} & 0 \\ 0 & 10 \frac{0.00001s + 1}{0.1s + 1} \end{bmatrix}^{-1}$$

灵敏度函数 $S(s)$ 和权函数 $W_1^{-1}(s)$ 及补灵敏度函数 $T(s)$ 和权函数 $W_2^{-1}(s)$ 奇异值如图 1 所示。

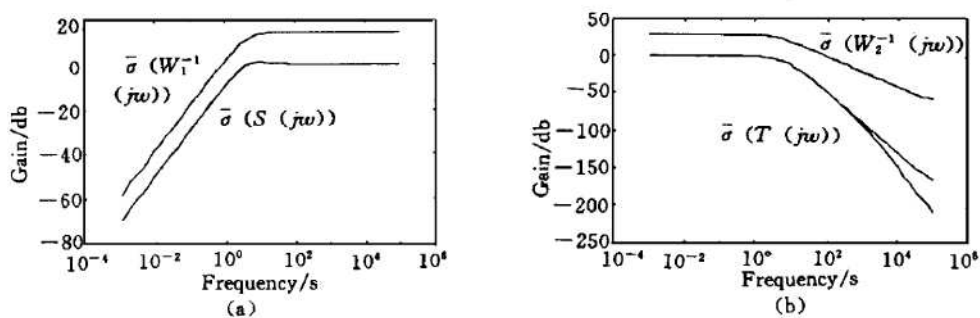


Fig. 1 Singular value

(a) Singular value of S and W_1^{-1}

(b) Singular value of T and W_2^{-1}

闭环系统两个输入 r_1 和 r_2 分别取单位阶跃信号，系统响应见图 2。

在整个飞行包线内用以上所设计的 H_∞ 控制器对发动机进行控制，仿真结果表明，该控制器可保证系统稳定，即在整個飞行包线内系统鲁棒稳定。同时，系统具有较好动态解耦性能，但在某些飞行条件下，系统的动态性能变差。图 3 给出最大状态下 $H=10$ km, $Ma=1.2$ 仿真结果。

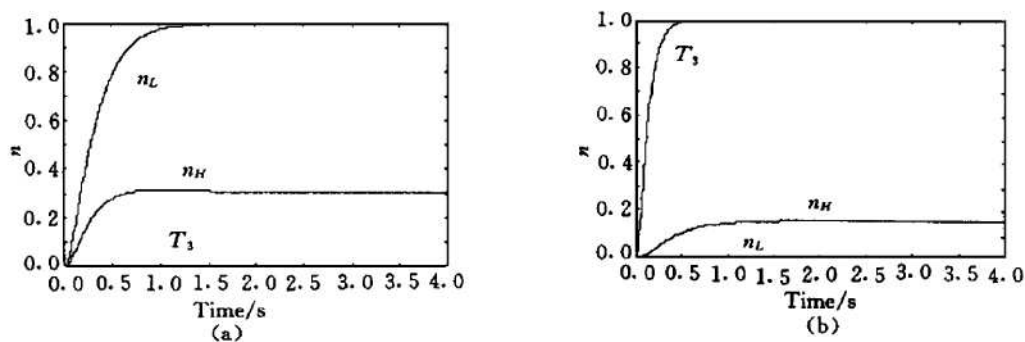


Fig. 2 Response of n_L , n_H , T_3 when $H=0$, $Ma=0$

(a) $r_1=1, r_2=0$

(b) $r_1=0, r_2=1$

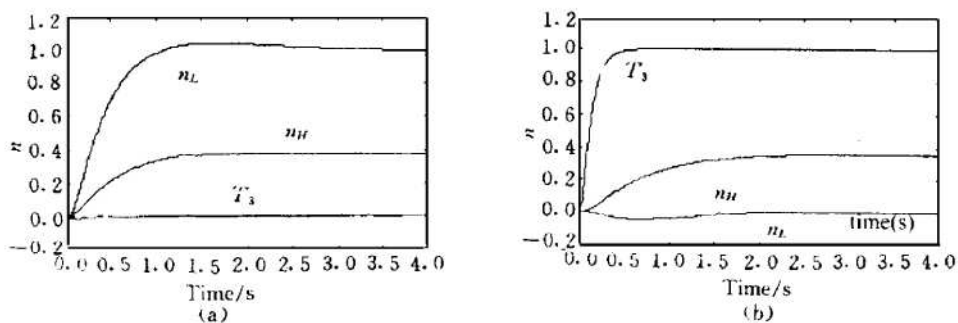


Fig. 3 Response of n_L , n_H , T_3 when $H=10$, $Ma=1.2$

(a) $r_1=1, r_2=0$

(b) $r_1=0, r_2=1$

5 结 论

本文针对 H_∞ 混合灵敏度控制问题提出了一种根据发动机控制性能指标简单构造权矩阵的有效方法。采用该方法设计的 H_∞ 控制系统可较好地实现动态解耦并满足控制系统的动态性能指标。同时, 控制系统在整个飞行包线内具有较强的稳定鲁棒性。

参 考 文 献

- 1 多伊尔 C, 弗朗西斯 B A, 坦嫩鲍姆 A. 反馈控制理论. 慕春枋译. 北京: 清华大学出版社, 1993.
- 2 Francis B A. A course in H_∞ control theory. Control and Information Science Spring-verlag, 1987.
- 3 Kwakernaak H. Robust control and H_∞ -optimization. Automatica, 1993, 29 (2): 255~273