

涡喷发动机 H_∞ 控制参数化 Riccati 方程的解^①

王 曦

(北京航空航天大学工程系统工程系, 北京, 100083)

谢振华

(海军航空技术学院航空军械系, 青岛, 266041)

曾庆福

(西北工业大学航空动力与热力工程系, 西安, 710072)

摘 要: 由分块矩阵的奇异值不等式关系, 给出了初猜值 γ_0 、 λ_0 的对半求解法, 在此基础上直接给出带参数的 Riccati 方程迭代求解法。用此方法对涡喷发动机不确定性系统设计了控制器, 并在发动机气动热力学非线性模型上进行了仿真验证, 结果表明控制系统能够取得满意的鲁棒性能、抗干扰性能和伺服跟踪性能。

主题词: 涡轮喷气发动机, 结构参数, 鲁棒控制, 仿真试验, 性能分析

分类号: V235.11

SOLUTION OF PARAMETRIC RICCATI EQUATION ON TURBOJET ENGINE H_∞ CONTROL

Wang Xi

(Dept. of System Engineering, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

Xie Zhenhua

(Dept. of Aeronautical Armament, Navy Aviation Technique Academy, Qingdao, 266041)

Zeng Qingfu

(Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072)

Abstract: Focused on solving parametric Riccati equation which is the key point of designing an output feedback robust H_∞ controller to structured parameter uncertain systems, the dichotomy for solving initial guess value γ_0 , λ_0 was achieved using the relation of singular value inequality of blocked matrix. Furthermore, the iterative algorithm for parametric Riccati equations was presented directly. The controller to turbjet engine with structured parameter uncertainty was designed and verified using simulations on nonlinear model of twin-spool turbojet engine aerothermodynamics. It showed that robust disturbance rejection and servo tracking performance for control systems can be guaranteed.

Subject terms: Turbojet engine, Structured parameter, Robust control, Simulated test, Performance analysis

① 收稿日期: 1998-12-18, 修回日期: 1999-03-08, 本课题为航空科学基金资助项目

1 引 言

1989年 Doyle 给出了广义对象是“标准”的基于“2-Riccati 方程”的输出反馈 H_∞ 控制器的求解方法。航空发动机在全空域的工作,被控系统呈出结构参数不确定性,用输出反馈 H_∞ 控制求解控制器时,归结为求解参数化 Riccati 方程。参数化 Riccati 方程的求解因此成为设计参数不确定性被控系统鲁棒 H_∞ 控制器的一个关键问题。

由于含参数的2个 Riccati 方程难以求解,郭雷采用了 LMI 的方法^[1],避开了这一问题。本文对参数化的 Riccati 方程直接给出了一种迭代求解算法。

2 输出反馈补偿器带参数的 Riccati 方程迭代求解算法

考虑如下广义被控对象状态空间表达式

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A(t))x(t) + (B_1 + \Delta B_1(t))w(t) + (B_2 + \Delta B_2(t))u(t) \\ \Sigma_1: z(t) &= (C_1 + \Delta C_1(t))x(t) + (D_{11} + \Delta D_{11}(t))w(t) + (D_{12} + \Delta D_{12}(t))u(t) \\ y(t) &= (C_2 + \Delta C_2(t))x(t) + (D_{21} + \Delta D_{21}(t))w(t) + (D_{22} + \Delta D_{22}(t))u(t) \\ \begin{bmatrix} \Delta A(t) & \Delta B_1(t) & \Delta B_2(t) \\ \Delta C_1(t) & \Delta D_{11}(t) & \Delta D_{12}(t) \\ \Delta C_2(t) & \Delta D_{21}(t) & \Delta D_{22}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

式中, $x \in R^n, w \in R^r, z \in R^m, u \in R^q$ 分别为状态量、干扰量、被控输出量、控制输入量和观测输出量, $F(t) \in \Omega = \{F(t) | F^T(t)F(t) \leq \rho^2 I, \forall t, \rho > 0\}$ 表示状态空间模型的结构参数不确定性, H - $F(t)$ - E 分解算法见文献[2]。设系统 Σ_1 满足 (A, B_2) 能稳定, (A, C_2) 能检测, 给定 $\gamma > 0$, 对所有 $F(t) \in \Omega$, 求严格真线性动态输出反馈控制律 $u = K(s)y$, 使得系统 Σ_1 二次稳定且 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ 。这一问题的求解在文献[3]中由定理 1 给出。

由定理 1^[3] 求解控制器时, 2 个参数化的 Riccati 方程中都含有 3 个参数, 在一个很大的范围内若按等长搜索的办法同时确定这 3 个参数, 求解过程十分复杂。以下针对定理 1, 给出带参数的 Riccati 方程迭代求解算法。为使解的范围缩小, 应先确定初猜值 γ_0, λ_0, μ 的值只有在定理 1 的 4 个条件(a), (b), (c), (d) 同时成立的前提下, 才能最后确定, 由此可给出算法 2.2。

算法 2.1^[4](初猜值 γ_0, λ_0 的对半求解法)

(1) 由 $\bar{\sigma}(D_{11}) < \bar{\gamma}_0$ 初步确定 $\bar{\gamma}_0$; (2) 验证 $\bar{\sigma}(E_2)\sigma(H_2) < \bar{\gamma}_0$, 若成立进到(3), 否则令 $\bar{\gamma}_0 = \bar{\gamma}_0 + \epsilon_\gamma$, 重复(2); (3) 设 $a = \bar{\gamma}_0^{-1}\bar{\sigma}(E_2), b = \bar{\sigma}^{-1}(H_2)$, 取 $\bar{\lambda}_0 = \frac{(a+b)}{2}$; (4) 若 $\bar{\sigma}(D_{11}) < \bar{\gamma}_0$, 则 $\gamma_0 = \bar{\gamma}_0, \lambda_0 = \bar{\lambda}_0$; 否则 $\bar{\gamma}_0 = \bar{\gamma}_0 + \epsilon_\gamma$, 重复(3)。

算法 2.2^[4](带参数的 Riccati 方程迭代求解法)

(1) 按算法 2.1 选取初猜值 γ_0, λ_0 ; (2) 令 $\epsilon = 1, \gamma = \gamma_0, \lambda = \lambda_0$; (3) 对定理 1 条件(b) 求解 Riccati 方程: if $(X > 0)$ then {goto(4)}; elseif $(\epsilon < \epsilon_d)$ then {令 $\gamma = \gamma + \Delta\gamma$; if $(\gamma > \gamma_d)$ then {无解}; else {返回到(1), 令 $\gamma_0 = \gamma$, 重新求 λ_0 }}; else {令 $\epsilon = \epsilon/2$, 返回(3)}; (4) 令 $\mu = 1$; (5) 对定理 1 条件(c) 求解 Riccati 方程: if $(Y > 0)$ then {goto(6)}; elseif $(\mu < \mu_d)$ then {令 $\gamma = \gamma + \Delta\gamma$; if $(\gamma > \gamma_d)$ then {无解}; else {返回到(1), 令 $\gamma_0 = \gamma$, 重新求 λ_0 }}; else {令 $\mu = \mu/2$, 返回(5)}; (6) if $(\rho(YX) < 1)$ then {按定理 1 给出控制器 $K(s)$ }; else {令 $\gamma = \gamma + \Delta\gamma$; if $(\gamma > \gamma_d)$ then {无解}; else {返回到(1), 令 $\gamma_0 = \gamma$, 重新求 λ_0 }}

3 控制器在发动机非线性模型上的仿真及结论

设某型涡喷发动机被控对象在非线性气动热力模型上经参数摄动差分法, 在 N 个平衡点上线性化为状态空间模型

$$\dot{x}_n = A_{ni}x_n + B_{1ni}\omega_n + B_{2ni}u_n$$

$$y_n = C_{ni}x_n + D_{1ni}\omega_n + D_{2ni}u_n$$

在两个输入通道上分别加入积分环节 $u_n = k_i u$, 令 $x = [x_n^T \ u_n^T]^T$, $\omega = \omega_n$, $y = z = y_n$, 则

$$\dot{x} = A_i x + B_{1i}\omega + B_{2i}u$$

$$z = C_{1i}x + D_{11i}\omega + D_{12i}u$$

$$y = C_{2i}x + D_{21i}\omega + D_{22i}u$$

其中: $A_i = \begin{bmatrix} A_{ni} & B_{2ni} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B_{1i} = \begin{bmatrix} B_{1ni} \\ 0 \end{bmatrix}$, $B_{2i} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_i I \end{bmatrix}$, $C_{1i} = C_{2i} = [C_{ni} \ D_{2ni}]$, $D_{11i} = D_{21i} = D_{1ni}$, $D_{12i} = D_{22i} = 0$ 。

在 N 个平衡点中选定标称点, 其余工作视为标称点的结构摄动, 则可化为 Σ_1 , 用上述算法求解控制器结果如下。

标称点

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{111} & b_{112} & b_{211} & b_{212} \\ a_{21} & a_{22} & b_{121} & b_{122} & b_{221} & b_{222} \\ c_{11} & c_{12} & d_{111} & d_{112} & d_{211} & d_{212} \\ c_{21} & c_{22} & d_{121} & d_{122} & d_{221} & d_{222} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.474 & 0.265 & -0.038 & 0.175 & 5608.049 & 1.822 \\ -0.026 & -0.544 & 0.057 & -0.879 & 4736.945 & 0.377 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.023 & 0.003 & -0.009 & 158.211 & 2167.415 & -0.088 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.483 & -0.032 & 0.015 \\ 0.051 & 0.318 & -0.029 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.023 & -0.041 & -0.241 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.023 & -0.041 & -0.241 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.157 & -0.002 & 0.461 \\ -0.075 & 0.297 & -0.049 & -0.087 \\ 0.08 & -0.032 & -0.201 & -0.006 \\ -0.019 & -0.005 & 0.027 & 0.005 \\ 0.03 & 0.007 & 0.014 & -0.008 \\ -0.0 & -0.0 & -0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.004 \\ 0 & 0.038 \\ 0 & 0.135 \\ -0.001 & 0.052 \\ -0.004 & 0.005 \\ -0.006 & 0 \end{bmatrix} \quad E_3 = 0$$

$$k_i = 100, \quad \gamma = 1, \quad \lambda = 2.108, \quad \varepsilon = 0.5, \quad \mu = 0.5$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} -6.018 & -0.336 & 1.353 & 5.116 & 0 & 0 & 9.381 & 0.336 \\ -1.910 & -1.777 & 0.312 & 1.827 & 0 & 0 & 3.253 & 1.271 \\ -22.813 & -17.682 & -54.473 & 1.822 & 0 & 0 & 2.016 & 1.719 \\ -79.561 & -4.893 & 1.332 & -53.229 & 0 & 0 & 3.613 & -0.509 \\ -21.655 & -16.980 & -53.845 & 0.772 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -77.417 & -4.867 & 0.772 & -54.273 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(1) 抗干扰性能验证 (对高度 H 和飞行马赫数 Ma 的突变分别验证): 图1为低压转子转速 $N_1=11.156$ kr/min 和 $Ma=1.6$ 不变, 在第5 s 时 H 由21 km 突然升到22 km, 要求 N_1 和低压涡轮出口总温 $T_6=970$ K 不变, N_1 和 T_6 的输出响应。 N_1 的超调量为110 r/min, N_1 的调节时间 (按 $\delta N_1=90$ r/min 为度量基准) 在3 s 之内; T_6 的超调量为80 K, T_6 的调节时间 (按 $\delta T_6=30$ K 为度量基准) 在2 s 之内; 图2为 $N_1=11.156$ kr/min 和 $H=21$ km 不变, 在第5 s 时 Ma 由1.6阶跃升到1.7, 要求 N_1 和 $T_6=970$ K 不变, N_1 和 T_6 的输出响应。 N_1 的超调量为40 r/min, N_1 的调节时间 (按 $\delta N_1=20$ r/min 为度量基准) 在2 s 之内; T_6 的超调量为30 K, T_6 的调节时间 (按 $\delta T_6=20$ K 为度量基准) 在2 s 之内。

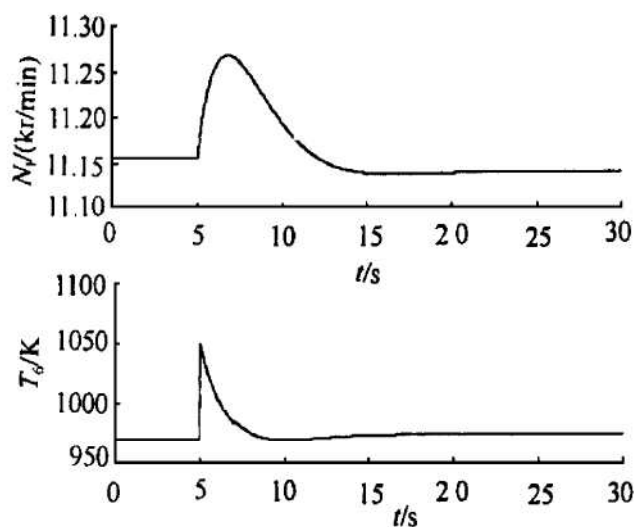


Fig. 1 Disturbance rejection performance for H

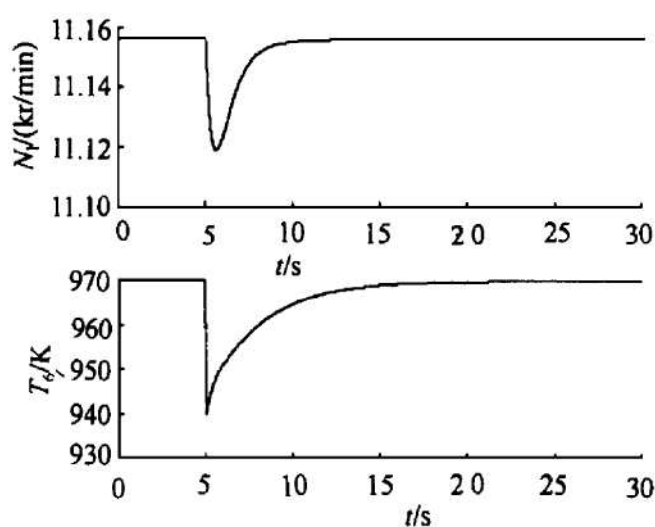


Fig. 2 Disturbance rejection performance for Ma

(2) 渐近跟踪目标验证 (对 N_1 的突变验证): 图3为 $Ma=1.6$ 、 $H=21$ 、 $T_6=970$ K 不

变, N_1 由 11.156 kr/min 阶跃升到 11.211 kr/min, 跟踪目标命令 N_1 时, N_1 、 T_6 的输出结果, 实现了无静差跟踪目标。

为了验证鲁棒性能, 在其他非设计点处均进行了抗干扰和渐近跟踪性能的仿真, 达到了控制系统的鲁棒性能要求^[4], 由于篇幅所限, 仿真图略。

结果表明, 本文用迭代法直接求解带参数的 Riccati 方程, 所设计的控制器能够满足发动机控制系统的鲁棒稳定性、抗干扰性和跟踪目标性。

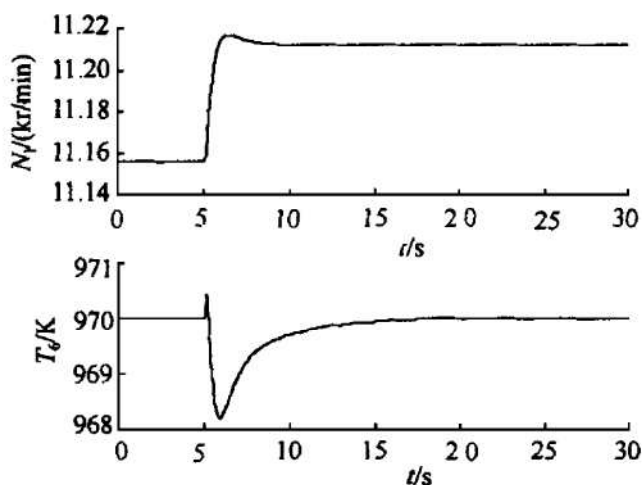


Fig. 3 Servo tracking performance for N_1

参 考 文 献

- 1 郭 雷. 一种新的严格真 H_∞ 控制器设计方法. 见: 中国自动化学会控制理论专业委员会编. 中国控制会议论文集. 武汉: 武汉出版社, 1997.
- 2 吕跃飞. 航空发动机多变量 PI 型鲁棒控制器. 航空学报, 1997 (4)
- 3 王 曦. 广义参数不确定性系统输出反馈控制器设计. 西北工业大学学报, 1999 (2)
- 4 王 曦. 航空发动机结构不确定性系统多变量鲁棒 H_∞ 控制: [学位论文]. 西安: 西北工业大学, 1998.

(上接第49页)

独测出的推进剂中钾、钠杂质含量以及后燃对喷焰微波衰减的影响程度。如果能与实验测试相结合, 该方法可较好地应用于推进剂初期配方的信号特征预估和推进剂装药的预筛选。

本文的两个算例都选用了无铝粉改性双基固体推进剂, 目前作者正在对含铝的复合固体推进剂喷焰微波衰减进行研究。

参 考 文 献

- 1 王华锋, 李疏芬. 固体火箭发动机喷焰对微波的衰减. 固体火箭技术, 1989, 12(4)
- 2 Huhges R C, Landrum D B. Computational investigation of electron production in solid rocket plumes. AIAA 93-2454
- 3 刘青云. 反坦克导弹发动机羽焰微波衰减特性的理论预估和实验研究: [学位论文]. 北京: 北京理工大学, 1992.
- 4 Wood W A. Radar attenuation by solid propellant rocket exhaust. AD 365671
- 5 张 平, 崔继嵩, 刘青云. 二维火箭喷焰流场的化学组份和电磁特性计算. 推进技术, 1993(4)
- 6 Mikatuvian R R. A fast computer program for nonequilibrium rocket plume predictions. AD751984, 1972.
- 7 谢如彪, 姜培庆. 非线性数值分析. 上海: 上海交大出版社, 1984.
- 8 袁宗汉. 固体推进剂燃气喷焰电波传输特性与某些添加剂的关系. 西安: 西安近代化学研究所, 1986.