

喷管二维跨声速两相湍流流场的数值模拟^{*}

严 红

何洪庆

(清华大学工程力学系, 北京, 100084) (西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

摘 要: 采用 SIMPLE 算法, 结合分散颗粒轨道 (PSIC) 模型, 在同位网格上实现了喷管中跨声速两相湍流流场的数值模拟。根据 Rhie, Chow 提出的动量插值概念, 以协变物理速度分量作为求解变量, 完成跨声速气相流场的数值计算。湍流模式采用 $k-\epsilon$ 双方程模型, 计算结果与提供的实验数据相符合。

主题词: 喷管气流, 二维流, 跨音速流, 数值仿真

分类号: V435

NUMERICAL SIMULATION OF TWO DIMENSIONAL TRANSONIC TWO-PHASE TURBULENT FLOW IN NOZZLE

Yan Hong

(Dept. of Engineering Mechanics, Tsinghua Univ., Beijing, 100084)

He Hongqing

(Coll. of Astronautics, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Abstract: Based on a colocated grid arrangement, combined with PSIC model, SIMPLE algorithm was presented for the solution of two dimensional unsteady transonic two-phase turbulent flows in nozzles. The principle of momentum interpolation^[1] was applied to the covariant physical velocity components, which were chosen as the dependent variables in the simulation of the fluid field. The $k-\epsilon$ model was utilized to describe the turbulent flow process.

Subject terms: Nozzle flow, Two dimensional flow, Transonic flow, Numerical simulation

1 引 言

有关固体火箭发动机轴对称两相跨声速喷管流动的数值模拟, 已进行了大量的研究。至 70 年代, Regan 等人^[1]提出了一种两相跨声速流场的数值迭代方法。用有限差分法求解定常流动的控制方程。Jacques 和 Segin^[2]引进了相容条件对流动进行了较为精确的描述。80 年代初, Shang^[3], Coats^[4], 方丁酉^[5]等人求解了充分耦合的两相无粘跨音速流动的控制方程, 取得了令人满意的结果。文献 [6] 采用隐式因子分解法和轨迹法相结合, 对喷管跨声速两相湍流流场进行了数值模拟。

本文将 SIMPLE 算法扩大到可压流动^[7], 根据 Rhie, Chow^[8]提出的动量插值概念, 以协变物理速度分量作为求解变量, 完成基于同位网格的跨声速气相流场计算。湍流模式采用 $k-$

^{*} 收稿日期: 1998-05-16, 修回日期: 1998-09-18

ϵ 双方程模型。采用分散颗粒轨道 (PSIC) 模型在任意曲线坐标系下跟踪颗粒运动轨迹。

2 数学模型

2.1 气相基本控制方程

任意坐标系下轴对称非稳态可压流基本控制方程的统一形式为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t}(r\rho\Phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi}(r\rho U\Phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta}(r\rho V\Phi) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[r \frac{\Gamma_\Phi}{J} (\alpha \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}) \right] + \\ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[r \frac{\Gamma_\Phi}{J} (\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}) \right] + S + S_p \end{aligned} \quad (1)$$

Φ 为 l, u, v, T, k, ϵ 时分别表示连续方程、两个方向的动量方程、能量方程、湍流动能及湍流耗散率方程。 $S(\xi, \eta)$ 是 (ξ, η) 坐标系下 Φ 的源项; S_p 为颗粒群对气相造成的源项。

逆变速度分量为: $U = u \frac{\partial r}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta}$; $V = v \frac{\partial x}{\partial \xi} - u \frac{\partial r}{\partial \xi}$; α, β, γ 是网格变化因子; 雅可比因子为 $J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial r}{\partial \eta} - \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta}$ 。

2.2 颗粒控制方程

采用分散颗粒轨道模型, 按该模型的基本假设, 描述颗粒的运动方程及能量方程为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_k}{dt} &= \frac{1}{\tau_{rk}} (u - u_k) \\ \frac{dv_k}{dt} &= \frac{1}{\tau_{rk}} (v - v_k) \\ \frac{dT_k}{dt} &= \frac{6Nu\lambda}{\rho_p d_k^2 C_p} (T - T_k) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

u, v, T 为气相速度分量和温度; u_k, v_k, T_k 分别为颗粒运动速度分量和温度; τ_{rk} 为颗粒弛豫时间: $\tau_{rk} = \rho_p d_k^2 C_{ds} / 18\mu C_d$, $C_{ds} = 24/Re_k$ 为斯托克斯阻力系数; λ 为热导率; ρ_p 为颗粒密度; d_k 为颗粒直径; C_p 为定压比热比; Nu 为努塞尔数。

2.3 离散方程

在作了某些基本假设后, 采用混合差分格式离散扩散项和对流项, 得到气相基本控制方程的离散形式:

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b_\Phi b_P \quad (3)$$

与文献 [7] 的离散方程相比, 增加了 b_p 颗粒群源项。

令 f 和 q 分别表示颗粒项的求解变量和源项, n 为时间标识符, 四阶龙格-库塔法可写为:

$$\left. \begin{aligned} f^1 &= f^n + \alpha_1 \Delta t q^n, & f^2 &= f^n + \alpha_2 \Delta t q^1 \\ f^3 &= f^n + \alpha_3 \Delta t q^2, & f^4 &= f^n + \alpha_4 \Delta t q^3 \\ f^{n+1} &= f^4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 为格式的系数。

3 数值计算方法

3.1 动量方程的另一种离散形式

选用速度矢量在网格线上的投影, 即协变物理速度分量作为求解变量, 并结合动量插值技术建立动量离散方程。定义沿 ξ, η 方向的协变物理速度分量 u_ξ, v_η :

$$u_{\xi} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_{\xi} = (ux_{\xi} + vr_{\xi})/\gamma^{1/2} \quad u_{\eta} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_{\eta} = (ux_{\eta} + vr_{\eta})/\alpha^{1/2} \quad (5)$$

$\mathbf{V}$ 为速度矢量; $\mathbf{e}_{\xi}$, $\mathbf{e}_{\eta}$ 为沿网格线 ξ , η 的方向矢量。

离散方程 (3) 中系数 α_E , α_W 等的计算需要已知控制体表面的速度及物性参数。物性参数通过线性插值得到。速度则采用动量插值以避免线性插值引起的不合理速度分布。以 u 为例, 显示压力项, 重写式 (3):

$$u_e = H_u + D_u(p_P - p_E) \quad (6)$$

式中第一项反映了四周速度和颗粒源项对界面速度的影响, 第二项反映了相邻节点压力对界面速度的作用。同理可写出 v_n 的表达式。代入 (5) 式得到控制体表面的协变物理速度分量:

$$\left. \begin{aligned} (u_{\xi})_e &= H_{u_{\xi}} + D_{u_{\xi}}(p_P - p_E) \\ (v_{\eta})_e &= H_{u_{\eta}} + D_{u_{\eta}}(p_P - p_N) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式 (7) 即为动量方程的另一种离散形式。

3.2 压力修正方程和速度修正方程

采用协变物理速度分量重新写出连续方程, 并认为通过压力修正后的速度场满足连续方程。修正后的速度和压力为: $u_{\xi} = u_{\xi}^* + u'_{\xi}$, $v_{\eta} = v_{\eta}^* + v'_{\eta}$, $p = p^* + p'$ 。密度修正式为: $\rho = \rho^* + Kp'$, $K = 1/a^2$, a 为声速。这里仅写出连续方程中的第一项:

$$\begin{aligned} (r\rho U)_e &= (r\rho\alpha_{\xi}u_{\xi})_e - (r\rho^*\beta_{\xi}v_{\eta}^*)_e = \\ &= (r\alpha_{\xi}\rho^*u_{\xi}^*)_e + (r\alpha_{\xi}\rho^*D_{u_{\xi}})_e(p'_P - p'_E) + (r\alpha_{\xi}u_{\xi}^*Kp')_e - (r\rho^*\beta_{\xi}v_{\eta}^*)_e \end{aligned} \quad (8)$$

上标 “*” 、“,” 分别表示修正前的值和修正值。由于本文模拟跨声速流动, 压力修正方程必须能够表征流动状态随马赫数增加的变化规律, 因此对密度采用一阶迎风格式。由此得到压力修正方程:

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b_{NC} \quad (9)$$

其中 $a_E = r_e \alpha_{\xi,e} [\rho_e^* D_{u_{\xi,e}} + K_E \max(-u_{\xi,e}^*, 0)]$ 。同理可以得到其余系数的表达式。 b_{NC} 为源项, 当速度场满足连续方程时为零。可见 K 值反映了流体可压缩性的大小。计算不可压流时, $K = 0$; 计算跨声速流动时, K 值由计算得到。由式 (7) 得到速度修正方程:

$$(u'_{\xi})_e = D_{u_{\xi}}(p'_P - p'_E), \quad (v'_{\eta})_n = D_{u_{\eta}}(p'_P - p'_N) \quad (10)$$

3.3 边界条件

(1) 气相边界条件: 喷管是亚声速入口, 四个基本求解变量中一般给定总温、总压和入口流动角。在对称轴上, 令各变量的径向梯度为零。出口为超声速边界, 所有物理量都通过外插得到。认为壁面为绝热壁, 并采用无滑移边界条件, 利用壁面函数确定湍流量。

(2) 颗粒相边界条件: 颗粒的运动只需处理壁面和轴线两种边界。在壁面上颗粒的运动情况比较复杂。为了简化处理, 只考虑两种理想情况, 一种是: 如果颗粒沿壁面运动, 壁面作为一条颗粒流线; 第二种是: 如果颗粒与壁面碰撞, 就好似颗粒从壁面上穿过。在轴线上, 如果颗粒穿过轴线, 则按镜面反射处理。

3.4 两相流的求解过程

(1) 初设气相场, 用 SIMPLE 算法求解无颗粒群的气相场, 扫描若干次, 达到收敛;

(2) 求解上述气相场的颗粒轨道及沿轨道颗粒的 u_k, v_k, T_k 变化史, 求解颗粒群源项;

(3) 将上述颗粒群加入气相场,再用 SIMPLE 算法求解气相场,若收敛,则计算结束,否则返回第二步,重复全过程,直至得到收敛解。

4 算例及结果分析

为了验证方法的正确性,对 JPL 喷管(收敛角为 45° ,扩张角为 15°)二维纯气相流进行了计算。结果见文献 [7] 与测量值符合良好。

在喷管 (74×10) 中进行了两相流计算。图 1 和图 2 显示出半径为 $1 \mu\text{m}$, $2 \mu\text{m}$ 的粒子温度与气相温度沿轴向的分布曲线,粒子温度高于气体温度。图 3 和图 4 是半径为 $1 \mu\text{m}$, $2 \mu\text{m}$ 的粒子速度与气相速度沿轴向的分布曲线,粒子速度低于气体速度,粒子半径越大,温度和速度滞后越明显。计算结果与提供的实验数据符合。从计算结果分析,粒子半径大小对气相场有相当大的影响。粒子半径越大,在密度相同时,它的惯性也越大,当粒子侵入气相场时,气相场流动参数发生的变化也就越明显。同时,粒子运动轨迹由于受到气相场的阻碍而偏离进口的运动方向。

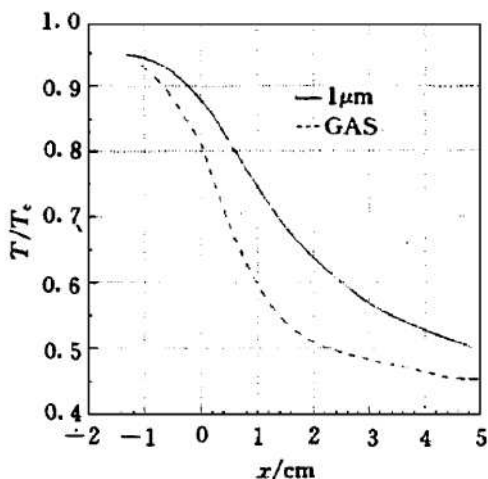


Fig. 1 Temperature axial distribution of the particle with the radius of $1 \mu\text{m}$

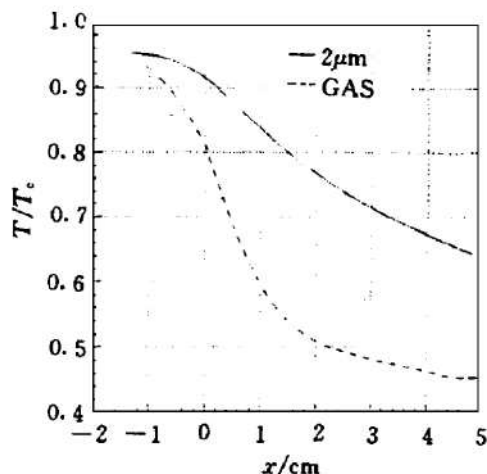


Fig. 2 Temperature axial distribution of the particle with the radius of $2 \mu\text{m}$

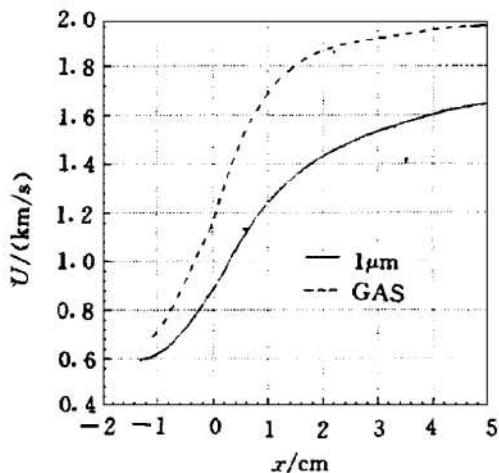


Fig. 3 Velocity axial distribution of the particle with the radius of $1 \mu\text{m}$

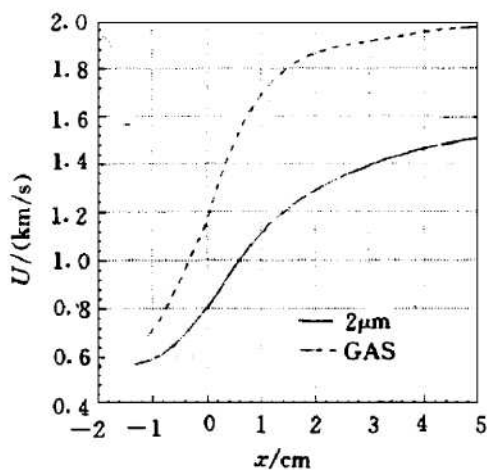
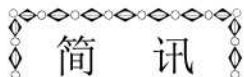


Fig. 4 Velocity axial distribution of the particle with the radius of $2 \mu\text{m}$

参 考 文 献

- 1 Regan J F, Thompson H D, Hoglund R F. Two-dimensional analysis of transonic gas-particle flow in axisymmetric nozzle. JSR, 1971, 8
- 2 Jacques L J, Segin J A M. Two-dimensional transonic two-phase flow in axisymmetric nozzle. AIAA 74-1088
- 3 Shang I S. One and two-phase nozzle flows. AIAA 80-272
- 4 Coats D E. Effects of nozzle inlet and throat geometry on the specific impulse of solid propellant rocket motors. AIAA 81-36
- 5 方丁酉. 两相跨音速喷管流动. 宇航学报, 1987(3)
- 6 侯 晓. 固体火箭喷管两相湍流的数值研究:[学位论文]. 西安:西北工业大学, 1990.
- 7 严 红, 何洪庆. 一种模拟喷管二维流场的新方法. 推进技术, 1995, 16(2)
- 8 Rhie C M, Chow W L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. AIAA J, 1983, 21(11)



简 讯

《推进技术》杂志连续十年入选为 中国科技论文统计源刊

中国科技信息研究所受原国家科委委托。从 1988 年起,将我国国内公开出版的数千种自然科学科技期刊中发表科技论文数量较多。学(技)术水平较高,编辑质量较优,且能够反映有关专业(学科)是新的科技成果和前沿动态,并受到有关专业的读者特别关注的约 1200 种左右的优秀期刊,选列为中国科技论文统计源刊。到 1997 年为止,《推进技术》杂志已连续十年入选为航空航天类专业的统计源刊。这类刊物中的大多数也是国内图书文献和文摘索引部门选列的核心期刊。

中国科技信息研究所每年对统计源刊上发表的科技论文,按不同专业(学科),第一作者所在的机构和地区。受各项基金资助的情况等进行统计和分析,并按论文数量,分类进行排序后,于每年第 4 季度向全国公布上年度的统计结果,成为衡量一个地区、单位和科技人员在科技成就和贡献方面的一项重要质量,并可从一个侧面看出各学科的发展趋势、科技水平、新兴领域的潜力、科技人员的成长、能力分布以及在社会中的地位等,在国内引起了强烈的反响。使统计结果成为科研管理和人事部门作为定量评价的有力工具。有些部门还将凡是在统计源刊上发表论文的作用给予奖励和作为个人提职、评奖、申请科学基金和科研项目及各种荣誉的重要依据,从而促使广大科技人员更积极主动地将高水平的科技论文向统计源刊投送发表。同时也进一步促进了这类刊物质量的提高。

西南交通大学 范文田 供稿