

固体推进剂裂纹燃烧扩展 耦合的基本模式^{*}

韩小云 周建平

(国防科技大学航天技术系, 长沙, 410073)

摘要: 通过对半无限板边裂纹的零维对流燃烧和变形扩展的模拟分析, 揭示了固体推进剂裂纹燃烧扩展耦合的基本模式: 燃烧流场和裂纹变形扩展相互作用, 推进剂塑性变形对燃烧性能的影响, 为燃烧断裂的深入研究提示了方向。

主题词: 固体推进剂, 推进剂燃烧, 裂纹扩展, 耦合模式, 数值仿真

分类号: V512

THE BASIC PATTERNS OF COUPLING BETWEEN CONVECTIVE COMBUSTION AND CRACK PROPAGATION OF SOLID PROPELLANT

Han Xiaoyun Zhou Jianping

(Dept. of Aerospace Technology, National Univ. of Defence Technology, Changsha, 410073)

Abstract: Zero-dimensional convective combustion, and crack deformation and propagation of solid propellants were simulated for the edge cracked semi-infinite plane. The results reveal the basic patterns of the coupling i.e. the interaction between the convective combustion flow field and crack deformation and propagation, and the effect of the visco-plastic deformation on the combustion characteristics of solid propellant. So it makes it clear that what to do in the future about the theme of crack combustion and propagation.

Subject terms: Solid propellants, Propellants combustion, Crack propagation, Coupled mode, Numerical simulation

1 引言

对固体推进剂不扩展不变形裂纹对流燃烧非定常流场的一维和二维特性, 曾进行了较为详细的研究^[1,2], 为揭示固体推进剂燃烧断裂行为的热力耦合作用, 本文通过零维对流燃烧与裂纹的变形扩展的联合模拟分析, 来揭示燃烧断裂耦合的基本模式以及裂纹扩展在对流燃烧条件下的特殊性。为此, 假设在燃烧断裂扩展过程中: (1) 裂纹变形扩展服从准静态线粘弹性本构关系; (2) 裂纹表面形状的小尺寸变化不改变裂纹的受力特征; (3) 由于固体药柱是热的不良导体, 加上本问题关心的时间历程短 ($\leq 1 \text{ ms}$), 温度梯度仅存在于裂纹表面的一极薄的薄层内, 故认为固相是恒温的; (4) 忽略烧蚀引起的固相质量损失对应力应变场产生的影响。事实上, 在整个时间历程内, 固相的质量损失足够小。

* 收稿日期: 1998-05-06, 修回日期: 1998-09-01, 本课题系国家教委优秀青年教师基金资助项目

2 固体药柱零维对流燃烧控制方程^[3]

$$\text{裂纹腔内质量方程为: } \frac{d}{dt}(\rho V_c) = \dot{m}_b \quad (1)$$

其中, \dot{m}_b 为燃气质量秒生成量; $\dot{m}_b = \rho_p A_b r_b$; ρ_p 为固体推进剂密度; A_b 为燃烧表面积; r_b 为燃烧速度; V_c 为裂纹腔内容积。由于是封闭容积, 故质量的秒流失量为零。

$$\text{能量方程 (忽略热损失)} \frac{d}{dt}(\rho V_c c_v T) = \dot{m}_b \left(c_v \bar{T}_p + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) \quad (2)$$

其中, T 为燃气温度; \bar{T}_p 为燃烧表面定压燃烧温度; \bar{v} 为燃烧表面燃气喷射速度, $\rho \bar{v} = \rho_p r_b$; c_v 为质量定容热容。

$$\text{容积变化方程: } \frac{dV_c}{dt} = A_b r_b + \dot{V}_{cv} \quad (3)$$

其中, \dot{V}_{cv} 为裂纹体变形扩展引起的裂纹体容积变化。

$$\text{燃速方程和理想气体状态方程为: } r_b = a_r p^n, p = \rho R T.$$

3 半无限板边裂纹烧蚀的线粘弹性解

根据涉及时间相依区域问题的线粘弹性理论对应性原理^[4], 固体推进剂裂纹烧蚀问题的线粘弹性解可以从相应线弹性问题的解经 Laplace 反演变换得到。半无限板边裂纹受内压的边界条件及应力场和裂纹表面位移的线弹性解见文献 [5]。

在将裂纹烧蚀线弹性解变换成线粘弹性解时, 需注意对应性原理的限制条件^[4]: (1) 裂纹尺寸不能减小, 即 $\dot{a}(t) \geq 0$; (2) 在裂纹延长线上的垂直于裂纹表面的弹性应力 σ_{yy} 必须与弹性常数无关; (3) 沿裂纹面的弹性位移 $u(x, 0, t)$ 和 $v(x, 0, t)$ 对弹性常数的任何依赖关系必须是分离因子的形式, 如 $v(x, 0, t) = h(E, v) \cdot g(x, t)$ 。

由于半无限板边裂纹应力场的线弹性解和弹性常数无关, 故其线粘弹性解和线弹性解是完全一致的。对于位移场, 则需根据对应性原理用 Laplace 变换反演成时间的卷积形式:

$$\begin{aligned} v(x, 0, t) &= p_0 \int_{t_0}^t C_v(t - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[a(\tau) \int_0^\infty \cos \left(\frac{x\xi}{a(\tau)} \right) d\xi \int_0^1 \beta \varphi(\beta, \tau) J_0(\beta\xi) d\beta \right] d\tau \\ u(x, 0, t) &= -\frac{p_0}{2} \left\{ \int_{t_0}^t C_1(t - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[a(\tau) \int_0^\infty \sin \left(\frac{x\xi}{a(\tau)} \right) d\xi \int_0^1 \beta \varphi(\beta, \tau) J_0(\beta\xi) d\beta \right] d\tau - \right. \\ &\quad x \int_{t_0}^t C_2(t - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_0^\infty \eta e^{-x\eta} d\eta \int_0^\infty \beta \Psi(\beta, \tau) J_0(\beta\eta) d\beta \right] d\tau - \\ &\quad \left. 2 \int_{t_0}^t C_v(t - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_0^\infty e^{-x\eta} d\eta \int_0^\infty \beta \Psi(\beta, \tau) J_0(\beta\eta) d\beta \right] d\tau \right\} \end{aligned}$$

其中, t_0 为裂纹尖端到达点 x 的时间; $C_v(t)$, $C_1(t)$, $C_2(t)$ 分别为蠕变柔量。

$$\text{应力强度因子 } K_l = \lim_{x \rightarrow a(t)^+} \sigma_{yy}(x, 0, t) \sqrt{2\pi(x - a(t))} = \varphi(1, t) \sqrt{\pi a(t)} p_0$$

当 $f(x, t) = 1$ 时, $\varphi(1, t) = 1.1215$, 此即为自由表面修正系数。相应的 J_v 积分为^[6] $J_v(t) = C_v(t) K_l^2(t)$, 断裂判据采用: $J_v(t) \geq J_{vc}(t)$ 。

裂纹尖端应力奇异必然使裂纹尖端区域产生塑性屈服, 形成粘弹塑性区。在该区域内材

料将产生大量的微损伤、微裂纹、微缺陷，无疑这将极大地改变推进剂的燃烧性能。固体推进剂的泊松比随时间增大，直至不可压情形 $v(\infty) = 0.5$ ，塑性区尺寸随之逐渐缩小。短时间历程内，可近似认为泊松比不随时间变化，于是定义裂纹尖端粘弹性区的特征尺寸为^[5]

$$r_0(t) = |x^0 - a(t)| = \frac{K_l^2}{2\pi\sigma_s^2}, \text{ 式中, } \sigma_s \text{ 为屈服应力。}$$

4 数值模拟

固体推进剂性能参数见文献 [2]，其材料力学常数为：

$$G_1 = 1.46 \times 10^6 + 1.38 \times 10^7 \times e^{-0.095t} (\text{Pa})$$

$$G_2 = 1.45 \times 10^7 (\text{Pa}), \quad \sigma_s = 8.11 \times 10^5 (\text{Pa})$$

时间-温度漂移因子为 $\lg \alpha_T = \frac{-30.2 (T - 24.2)}{352.7 + T - 24.2}$ ，其中温度单位为°C。在裂纹扩展速度公式中，取 $A = 1 \times 10^{-4}$, $q = 0.85$ 。

$$\text{临界 } J \text{ 积分: } J_{vc}(t) = 239.37 - 114.07 \left(\lg \frac{t}{\alpha_T} \right) + 75.49 \left(\lg \frac{t}{\alpha_T} \right)^2 - 23.12 \left(\lg \frac{t}{\alpha_T} \right)^3 (\text{J/m}^2)$$

初始条件取为： $p(0) = 101325 \text{ Pa}$, $T(0) = 1290 \text{ K}$, $T(0)$ 为固体推进剂点火温度。

在零维燃烧假设下，裂纹对流燃烧和变形扩展热力耦合过程的基本特征如图 1 所示。裂纹初始张度取 0.2 mm，初始长度为 0.01 m，经过 1 ms 以后，裂纹长度增长为 0.02 m。在这个过程中，温度和压力随时间而增大。图 1 (4) 中，虚线所示为临界 J_{vc} —积分，随时间减小；实线所示为 J_v —积分，随时间增大，两曲线在 0.5 ms 处相交，即 $t \geq 0.54 \text{ ms}$: $J_v(t) \geq J_{vc}(t)$ 。在此时刻，裂纹起裂，往后，裂纹尖端以 Schapery 关系所确定的速度沿 x 方向扩展。

从 Schapery 关系可以看出，裂纹扩展速度随应力强度因子的增大而增大，应力强度因子随裂纹内的压力和裂纹长度的增加而增加。如图 1 (1), (3) 所示，裂纹内的压力和裂纹长度均随时间增加，因此裂纹扩展速度也将随时间而增加，如图 2 所示。从图中可以看出，所采用的这种固体推进剂在假设条件下，裂纹扩展速度是非常快的，在 0.95 ms 时，裂纹尖端的速度已达到 18.6 m/s (这和裂纹封闭容积的零维假设有关系)。就算排除速度的增长等因素不计，在这个速度下，在不到 1 s 的时间内，目前几乎所有的各种尺寸的固体火箭发动机均会失效破坏。

图 1 (2) 描述了裂纹形状随时间变化的情况。裂纹的形状由变形、扩展和烧蚀等因素决定，其中裂纹的扩展还包括断裂失稳扩展前的亚临界扩展。通过计算表明裂纹的表面烧蚀和亚临界扩展对裂纹形状变化的贡献是很小的，可以忽略不计。在所关心的时间历程内，裂纹表面的燃烧速度小于 0.017 m/s ，裂纹的亚临界扩展速度更小，小于 $6.1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 。可见裂纹的形状变化主要由裂纹的线粘弹性变形和失稳断裂扩展决定。

图 1 (1) 中展示了裂纹零维燃烧断裂扩展过程中的压力-时间曲线。仔细观察，在虚线标识的位置，即裂纹起裂时刻曲线发生了转折，压力以新的规律随时间增加。这一点，在图 3 中将看得更清楚。图 3 (1) 中展示了裂纹零维对流燃烧在扩展 (实线) 和非扩展 (虚线) 情况下的压力-时间曲线。从图中可以看出，在裂纹扩展情形下，裂纹扩展以后的压力略低于裂纹不扩展情形下的压力，这主要是裂纹扩展为流场提供了容积；但最终扩展裂纹内的压力超过了非扩展裂纹内的压力，这主要是由于新增加的裂纹燃烧面积最终发挥了作用，使得裂纹内的燃气大量增加。这两种情形下的差别可以从图 3 (2) 压力时间导数的比较中看出。非扩展裂纹中的压力在 0.4 ms 以后几乎以衡定的增压率增加，稍后增压率稍有下降，而扩展裂纹中

的压力在裂纹起裂以后即以新的规律增加（在起裂时刻压力对时间的左右导数不连续），而且增压率随时间迅速增加，导致压力随时间更快地增加。从这个角度来讲，失稳扩展裂纹将具有更大的危险性。

裂纹尖端塑性区特征尺寸 r_0 在裂纹燃烧断裂扩展过程中随时间的变化如图 4 所示。可以看出，在裂纹起裂以后，裂纹尖端的粘弹塑性区迅速扩大，并随着裂纹尖端向 x 轴正向运动，裂纹尖端塑性区随即在新的裂纹表面上“扫”出一个粘弹塑性屈服带（图中阴影区所示），使得更大范围内的材料易于失效破坏。在这个粘弹塑性屈服带中的材料，由于产生了粘弹塑性屈服变形，导致这部分材料内部产生大量的微裂纹、微缺陷、微孔穴。而正是这些微裂纹、微缺陷、微孔穴的存在，使得这部分材料相对疏松，其燃烧性能将极大地改变，在高温高压的环境中这就为 DDT（爆燃转爆轰）过程创造了物质条件。这就提醒我们裂纹燃烧断裂扩展的耦合还有新的形式和途径，即固体推进剂裂纹的粘弹塑性变形对材料燃烧性能产生影响。对此必须进行深入的研究，为揭示裂纹燃烧断裂失稳扩展诱导 DDT 过程的机制打下基础。事实上，我们知道，这个粘弹塑性屈服带的实际尺寸比用特征尺寸描述的区域要大得多。

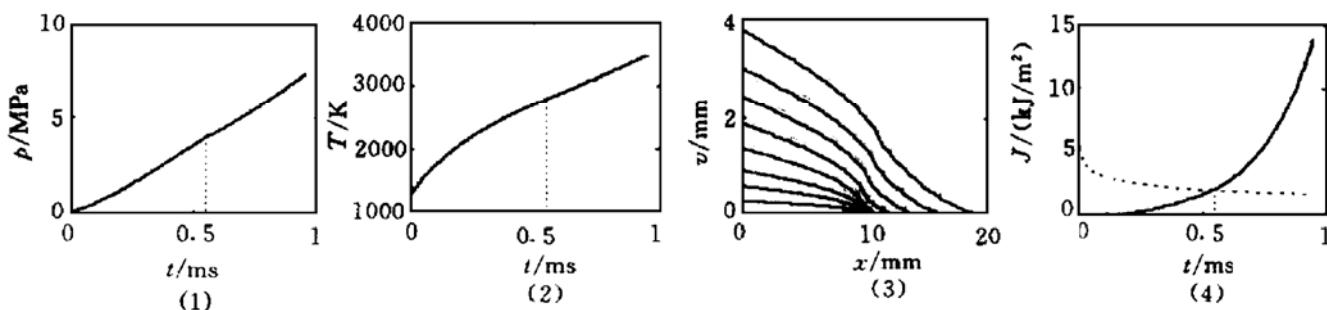


Fig. 1 The basic characteristics of 0-D convective combustion flow field coupled with the crack deformation and propagation

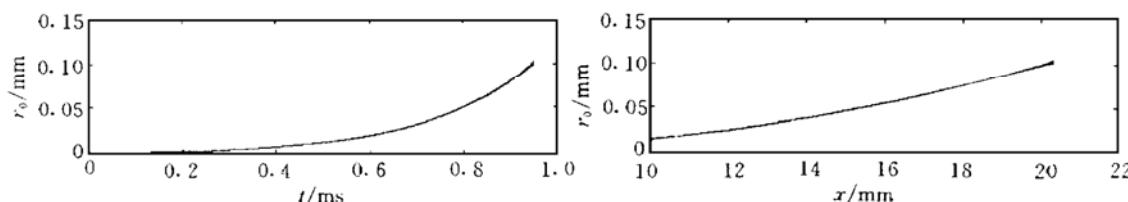


Fig. 2 The length and velocity of the crack extension versus time

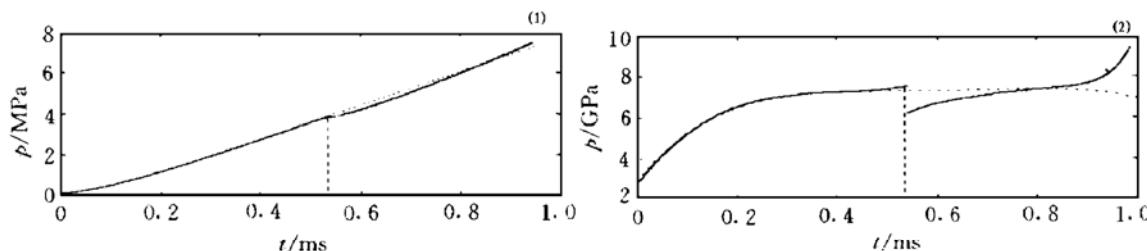


Fig. 3 Pressure and pressurization rate versus time in the crack

5 结 论

(1) 由于新的裂纹表面不断提供燃烧面积，使得压力在裂纹扩展以后最终以极大的速率

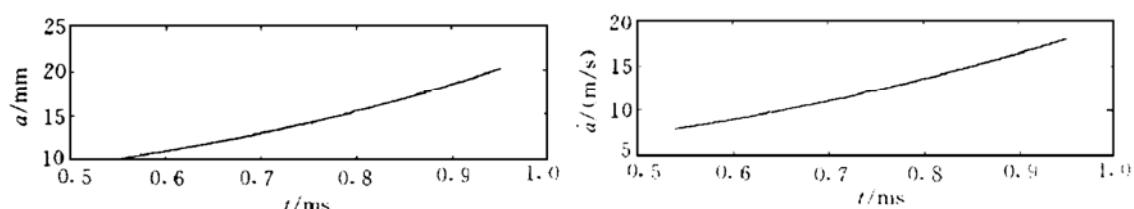


Fig. 4 The visco-plastic zone versus time at the crack tip and the visco-plastic region along the new surface of the growth crack

增压，这就为裂纹的后续扩展和 DDT 过程的产生提供了动力。

(2) 裂纹尖端粘弹性屈服区随时间增大和粘弹性屈服带的形成为裂纹燃烧断裂失稳扩展诱导 DDT 过程提供了物质基础。

(3) 裂纹燃烧断裂耦合至少存在两种模式：流场的热力与固相的变形扩展之间的耦合，固相的塑性变形对燃烧性能的影响。

参 考 文 献

- 1 韩小云, 周建平. 固体推进剂裂纹对流燃烧和扩展的研究分析. 推进技术, 1997, 18 (6)
- 2 韩小云, 周建平. 固体药柱燃烧断裂边界—维流场特性. 推进技术, 1998, 19 (5)
- 3 叶万举, 常显奇, 曹泰岳. 固体火箭发动机工作过程理论基础. 长沙: 国防科技大学出版社, 1985.
- 4 Graham G A C, Sabin G C W. 涉及时间相依区域问题的线粘弹性理论对应性原理. 陈振韬译. 见: 湘潭大学自然科学学报编辑部编. 湘潭大学自然科学学报粘弹性断裂译文集(下), 湘潭: 湘潭大学自然科学学报编辑部, 1983: 136~150
- 5 范天佑. 断裂力学基础. 南京: 江苏科学技术出版社, 1978.
- 6 Anderson T L. Fracture mechanics-fundamentals and applications. CRC Press. Inc. 1991.

(上接第 22 页)

参 考 文 献

- 1 Spalding D B. Numerical computation of multi-phase flows. N82-23510
- 2 庄逢辰. 液体火箭发动机喷雾燃烧理论、模型及应用. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995.
- 3 童敬山, 李敬编. 流体热物理性质的计算. 北京: 清华大学出版社, 1982.
- 4 Khalil E E 著. 燃烧室与工业炉的模拟. 陈熙, 周晓青译. 北京: 科学出版社, 1987.
- 5 Magnussen B F, Hjeraeger B H. On mathematical modelling of turbulent combustion with special on soot formation and combustion. 16th International Symposium on Combustion, 1986.
- 6 Bommie J M. Thermodynamic properties 6000K for 210 substances involving the first 18 elements. NASA SP-3001
- 7 Patankar S V 著. 传热与流体流动的数值计算. 张政译. 北京: 科学出版社, 1984.