

分布参数液体管道的分段近似状态空间模型^{*}

刘 昆 张育林

(国防科技大学航天技术系, 长沙, 410073)

摘 要: 分别提出了分布参数层流和湍流液体管道的分段近似状态空间模型, 模型考虑了稳态摩擦和频率相关摩擦损失两种情况, 层流管道的分段近似状态空间模型是线性的, 而湍流管道的是非线性的。包括频率相关摩擦损失的模型比只考虑稳态摩擦损失的模型更精确地描述流体管道的瞬变过程, 但模型的阶次成倍地增加了。用单根管道阀门关断的水击问题仿真计算对模型进行了验证, 采用2个分段的分段近似状态空间模型的计算结果已经与特征线方法的计算结果吻合较好。

主题词: 分布参数, 推进剂输送, 动力学仿真, 模态分析

分类号: V434.23

PIECEWISE APPROXIMATION STATE-SPACE MODELS OF DISTRIBUTED PARAMETER LIQUID PIPES

Liu Kun Zhang Yulin

(Dept. of Aerospace Technology, National Univ. of Defence Technology, Changsha, 410073)

Abstract: The piecewise approximation state space models of laminar flow and turbulent distributed parameter liquid pipes, which take both steady-state friction and frequency-dependent friction into consideration, are presented respectively. The laminar flow pipes' piecewise approximation state space model is linear and the turbulent pipes' one is nonlinear. The models including the frequency-dependent friction can more precisely predict the dynamic performance of the fluid lines transients than the ones only considering the steady-state friction, whereas its order increase by times. Corroboration of our models was given by simulated results of the water hammer with single pipe after valve closure and the calculated results using our models with two segments already show good agreement with those using method of characteristics

Subject terms: Distributed parameter, Propellant transfer, Dynamic simulation, Modal analysis

1 引 言

在文献 [1] 报道了用模态近似法建立分布参数湍流管道的集中参数近似模型的基础上, 本文将用分段近似方法建立分布参数液体管道的状态空间模型。该研究工作是基于以下二点考虑: (1) 湍流管道的模态近似模型是线性化的模型, 需要事先确定一个合适的平衡工作点, 这在某些情况下是困难的, 如发动机的起动过程; 而分段近似法可以直接建立非线性的模型。

^{*} 收稿日期: 1997-12-02, 修回日期: 1998-05-04

(2) 模态近似法要获得分布参数管道的集中参数等效线路是困难的,这在利用流体网络理论分析和设计流体管道系统时会带来不方便,而分段近似法可以直接给出管道的集中参数等效线路,从而可以充分利用电气网络各种成熟的分析设计手段和方法来分析、设计流体网络系统。

2 分段近似的流体管道网络模型

将流体传输管道等分为 n 段,每一分段用一个 T 型网络来近似模拟,则流体传输管道的电气模拟网络如图 1 所示。

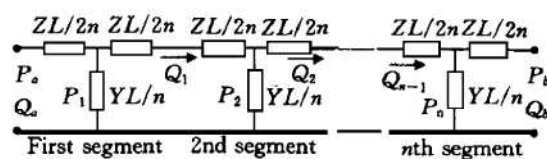


Fig. 1 Electrical analog of a fluid transmission line

$$P_a - P_1 = \frac{L}{2n} Z Q_a \quad (1) \quad P_i - P_{i+1} = \frac{L}{n} Z Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (n > 1)) \quad (2)$$

$$P_n - P_b = \frac{L}{2n} Z Q_b \quad (3) \quad Q_{i-1} - Q_i = \frac{L}{n} Y P_i \quad (i = 1, 2, \dots, n, Q_0 = Q_a, Q_n = Q_b) \quad (4)$$

式中: Z 和 Y 分别为管道的单位串联阻抗和并联导纳; L 为管道的长度。利用方程 (1) ~ (4) 可以建立起流体管道网络的状态空间描述。为此,首先是要将单位串联阻抗 Z 和单位并联导纳 Y 简化为适当的形式。

3 串联阻抗 Z 的简化

单位串联阻抗 Z 可以分解为下面的三部分^[3]。

$$Z(s) = I s + Z_0 + Z_1(s) \quad (5)$$

式中: I 代表管道流体的惯性; Z_0 为稳态流阻; $Z_1(s)$ 为动态阻抗分量; s 为拉普拉斯算子。注意到方程 (5) 与文献 [1] 中有关的方程是不同的,在文献 [1] 中各变量是采用偏差量,单位串联阻抗是对偏差量而言的,因此,式中的第 2 项是线性化稳态流阻;而在本文中是采用全变量,单位串联阻抗是对全变量而言的,因此,式中的第 2 项应为稳态流阻。

3.1 准稳态摩擦

在低频情况下,动态阻抗分量 $Z_1(s)$ 可以忽略不计,可以采用准稳态的摩擦关系式。则 $Z(s)$ 在层流和湍流时可以表述为下面统一的形式:

$$Z(s) = I s + Z_0 \quad (6)$$

其中: $I = \gamma \rho_0 / (\pi R^2)$ 。式中的系数 γ 与 Reynolds 数有关,对层流 $\gamma = 4/3$,对液体火箭发动机推进剂供应管道来说,其 Reynolds 数在 10^5 和 10^7 之间的量级,可近似取 $\gamma = 1$ 。

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= 8 \rho_0 v / (\pi R^4) \quad (\text{层流}) \\ Z_0 &= f \rho_0 Q / (4 \pi^2 R^5) \quad (\text{湍流}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: v 为流体的运动粘度; Q 为体积流量; ρ_0 为管道流体密度的时间平均值; R 为管道的半径; f 为摩擦系数,按文献 [1] 中给出的湍流管道稳态时的摩擦系数公式计算。

3.2 频率相关摩擦

(1) 层流: 包含频率相关摩擦的层流管道单位阻抗 Z 可表示为^[2]:

$$Z(s) = \frac{\rho_0}{\pi R^2} s [1 + \phi(s)] \quad (8)$$

其中: $\phi(s) = \frac{1}{\left[\frac{j\lambda J_0(j\lambda)}{2J_1(j\lambda)} - 1 \right]}$, 式中 J_0, J_1 分别为第一种零阶和 1 阶 Bessel 函数, $\lambda = R \sqrt{s/v}$ 。

$\phi(s)$ 为无量纲的管壁剪切摩擦损失, 包含稳态摩擦损失项 $8v/(R^2s) = 8/\lambda^2$ 和瞬态 (频率相关) 摩擦损失项。

令:
$$G(s) = \phi(s) - 8/\lambda^2 \quad (9)$$

则 $G(s)$ 即为无量纲的频率相关摩擦损失。由于 $G(s)$ 中包含有 Bessel 函数, 很难直接计算, Trikha^[4] 首先提出了用 3 个惯性环节之和来近似逼近 $G(s)$ 。在 Trikha 的启发下, 香川利治^[5] 提出了一个更精确的 10 阶模型; 我国的李明智等人^[6] 提出了 1~4 阶的逼近模型, 其 4 阶模型的精度已高于香川利治的 10 阶模型, 其 2 阶模型的精度已高于 Trikha 的 3 阶模型。

$$G(s) = \frac{4v}{R^2} \sum_{i=1}^m \frac{m_i}{s + \frac{v}{R^2} n_i} = \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{s + \alpha_i} \quad (10)$$

式中: $\alpha_i = \omega_v n_i$, $b_i = 4\omega_v m_i$, $\omega_v = \frac{v}{R^2}$ 。其中 m_i 和 n_j 为逼近模型系数; m 为逼近模型的阶次; ω_v 称为粘性频率。

由方程 (8) ~ (10) 可得

$$Z(s) = \frac{\rho_0}{\pi R^2} s + Z_0 + \frac{\rho_0 s}{\pi R^2} \sum_{i=1}^m \frac{b_i}{s + \alpha_i} \quad (11)$$

式中的 Z_0 按方程 (7) 中的层流公式计算。

(2) 湍流: 由于目前还不能求得湍流管道频率相关的单位串联阻抗 Z 的精确分析表达式, 因此, 只能根据湍流管道的假设模型来求得 Z 的近似表达式。尽管可以和文献 [1] 一样采用假设的等效层流模型, 但由此得到的模型将是时变参数的。所以, 只采用文献 [4] 提出的层流频率相关摩擦模型: 假定湍流的频率相关摩擦损失与层流是一样的, 只是稳态摩擦损失项与层流不同, 它按稳态时的湍流摩擦损失来确定。

按假设的层流频率相关摩擦模型, 在湍流时, 方程 (11) 右边的第 1, 3 项不变, 只是第 2 项按方程 (7) 中的湍流公式计算。

在层流和湍流的情况下, 并联导纳都可以表示为^[2]:

$$Y = C_s \quad (12)$$

其中 $C = \pi R^2 / (\rho_0 a^2)$, 式中: C 为单位长度管道的流容; a 为管道流体的绝热音速。

4 分段近似的流体管道网络的状态空间模型

对频率相关摩擦, 将方程 (11) 代入式 (1) ~ (3) 中, 方程 (12) 代入方程 (4) 中。令

$$\left. \begin{aligned} X_{i0}(s) &= Q_i(s) \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \\ X_{ij}(s) &= b_j s / (s + \alpha_j) Q_i(s) \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

选 x_{ij} ($i=0, 1, 2, \dots, n$; $j=0, 1, 2, \dots, m$) 和 P_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为状态变量, P_a 和 P_b 为输入变量, Q_a 和 Q_b 为输出变量, 不难导出其状态方程和输出方程, 其状态方程的阶数为 $(n+1) \times (m+1) + n$ 。

对准稳态摩擦, 将方程 (6) 和 (12) 代入方程 (1) ~ (4), 选取 Q_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) 和 P_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为状态变量, 输入变量和输出变量同上, 则可导出其 $2n+1$ 阶的状态空间模型。

在上述分段近似的流体管道网络状态空间模型中, 对层流, 由于 Z_0 与流速无关, 其状态空间模型为线性的; 对湍流, Z_0 与流速有关, 因而其状态空间模型为非线性的。

对低分段数 ($n=1, 2$), 可采用改进的分段集中参数近似模型^[7], 这时, 只需将上述状态空间模型中的单位流容 C 用修正的单位流容 ξC 代替即可。

5 仿真结果与讨论

利用本文提出的模型对文献 [1] 中的阀门关断问题进行了仿真计算, 并与用特征线方法的计算结果进行了比较。在阀门按幂函数曲线关闭时, 还考虑了阀门相对开度从 1 变化到 0.03 后保持不变这种大工况调节情况。仿真计算时, 频率相关摩擦损失逼近模型采用的是李明智的 1~4 阶模型, 管道流动考虑为湍流; 当分段数为 1 和 2 时, 采用的是改进的分段集中参数近似方法。仿真计算结果见图 2~4, 图中横坐标为无量纲时间单位。

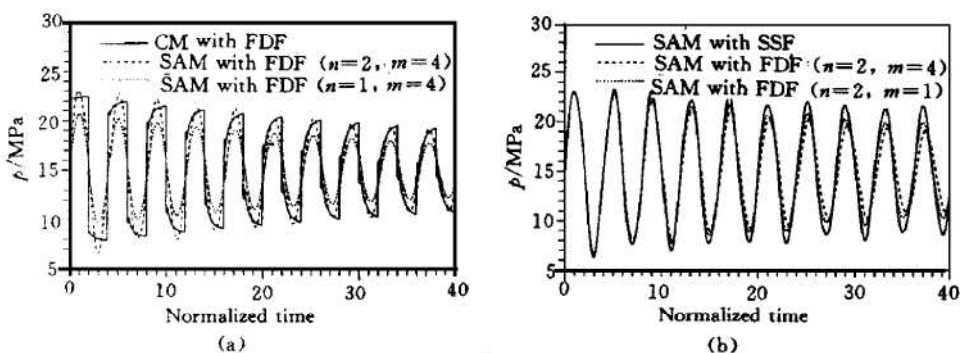


Fig. 2 Pressure at valve after instantaneous valve closure ($D=0.01\text{m}$, $D_n=1.6\times 10^{-4}$, $Z_R=\infty$)

*note: CM——characteristics method, SAM——segmentation approximation method,
SSF——steady-state friction, FDF——frequency-dependent friction

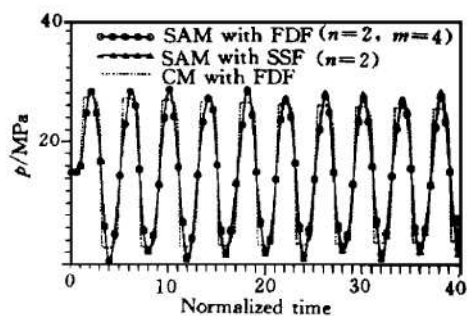


Fig. 3 Pressure at valve after valve closure by power curve ($D=0.05\text{m}$, $D_n=6.4\times 10^{-6}$, $Z_R=\infty$)

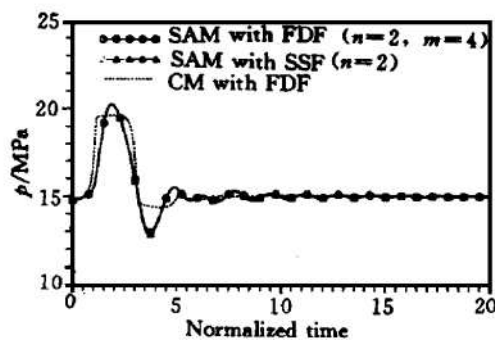


Fig. 4 Pressure at valve after the valve's relative position changing from 1 to 0.03 by power curve ($D=0.01\text{m}$, $D_n=1.6\times 10^{-4}$, $Z_R=\text{a finite value}$)

由图 2a 可以看出, 对阀门瞬时关断这种非常宽的频率范围的流体瞬变过程, 当包含频率相关摩擦损失时, 采用 2 个分段的分段近似状态空间模型的计算结果与特征线方法的计算结果比较吻合, 采用 1 个分段时, 二者之间存在较明显的误差。

由图 2b 可以看出, 当必须考虑频率相关摩擦损失时, 采用稳态的摩擦关系式将带来明显的误差, 但采用频率相关摩擦损失的 1 阶逼近模型与 4 阶逼近模型的误差不大。由于包含频率相关摩擦损失时, 模型的阶次成倍增加, 因此, 当必须考虑频率相关摩擦损失且精度要求不是很高的情况下, 采用频率相关摩擦损失的 1 阶逼近模型是足够的。

在什么情况下必须包含频率相关摩擦损失, 则与耗损数 D_n 以及管道终端阻抗 Z_R 有关。文献 [8] 提出了一个判别准则, 但应用该准则时, 需要知道管道终端负载阻抗, 这在很多情况下并不方便。本文通过大量的仿真计算表明: 对于终端不是完全封闭的管道 (Z_R 为有限值), 采用稳态的摩擦关系式的精度是足够的, 如图 4 所示; 对终端完全完全封闭的管道 (Z_R 为无穷大), 是否考虑频率相关摩擦损失则取决于管道的耗损数 D_n , 当耗损数 $D_n > 0.0001$ 时, 必须考虑频率相关的摩擦损失, 当耗损数 $D_n < 0.00001$ 时, 采用稳态摩擦关系式的精度是足够的, 如图 2b 和图 3 所示。

和文献 [1] 的模态近似模型相比, 当 $n=1, 2$ 时, 二者的精度是相当的, 但分段近似模型的阶次要比模态近似模型至少多 1 阶。因此, 当稳态工作点易于确定时, 可采用模态近似模型, 当稳态工作点难于确定, 或必须考虑湍流流阻的非线性特性时, 可采用本文的分段近似模型, 这两者的结合很好地解决了分布参数液体管道的集中参数近似模型问题。

参 考 文 献

- 1 刘昆, 张育林. 推进剂供应管道的集中参数近似模型研究——模态近似模型. 推进技术, 1998, 19 (4)
- 2 蔡亦钢. 流体传输管道动力学. 杭州: 浙江大学出版社, 1990.
- 3 Brown F T. A quasi method of characteristics with application to fluid lines with frequency dependent wall shear and heat transfer. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 1969, 91 (2): 217~227.
- 4 Trikha A K. An efficient method for simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow. Journal of Fluids Engineering, 1975. 3: 97~105
- 5 香川利治等. 特性曲线における非定常流压力损失の高速高精度计算法. 日本机论 (B 编), 1983, 49 (447): 2635
- 6 李明智, 蔡耀志. 频率相关摩擦损失项的近似求解. 浙江大学学报, 1990, 24 (1): 120~127
- 7 刘昆, 张育林. 分布参数管道的一种改进的小分段数有限元模型. 国防科技大学学报, 1997 (5)
- 8 Goodson R E, Leonard R G. A survey of modeling techniques for fluid i ine transients. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 1972, 94 (2): 474~482