

# 超声速进气道湍流流场的数值模拟\*

赵 桂 萍

周 新 海

(中国科学院力学所, 北京, 100080) (西北工业大学航空动力与热力工程系, 西安, 710072)

**摘要:** 采用有限体积法数值模拟了超声速进气道的湍流流场, 改进了离散纳维尔-斯托克斯方程中粘性项的方法, 使之具有较好的守恒性, 研究使用了变系数的隐式残差光顺等加速收敛技术, 并讨论了超音来流、收敛型进气道复杂流场初场的给定方法, 所得到的数值解正确地展示了流场的复杂激波结构。

**主题词:** 超声速进气道, 有限体积法, 纳维尔-斯托克斯方程, 激波

**分类号:** V211.48

## NUMERICAL SIMULATION OF TURBULENT FLOW FIELD SUPERSONIC INLET

Zhao Guiping

(Inst. of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, 100080)

Zhou Xinhai

(Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

**Abstract:** A numerical analysis method of three-dimensional compressible viscous flow of rectangular supersonic inlet for Hypersonic Ramjet Engine (HRE) was studied. The major characteristics of this kind of inlet are: ploy-shock wave structure, boundary layer-shock wave interaction, and second flow existing in the flow field at same time. The method is based on Jameson's finite volume scheme. In stead of difference method, an integral scheme is adapted to disperse the viscous terms of Navier-Stokes equations ensure the conservation of the scheme. Varying coefficient implicit residual smoothing technique was studied to accelerate convergence. The specified initial flow field and boundary condition for the supersonic convergence path was discussed.

**Subject terms:** Supersonic inlet, Finite volume method, Navier-Stokes equation, Shock wave

### 1 引言

在高超声速下, 进气道中的复杂激波系统及激波与附面层的相互干扰使进气道出口气流发生畸变, 造成对压气机或燃烧室进口的扰动<sup>[1]</sup>。安装在空天飞机上具有较高来流马赫数的冲压式超声速进气道的显著特点是进口马赫数高、增压比较大、流场激波系统异常复杂、激波-附面层干扰强烈<sup>[1,2]</sup>。气流在进气道入口处碰到收缩型壁面产生斜激波, 交叉后激波再次遇到壁面后又产生反射激波, 激波与附面层相干形成更复杂的压缩波与膨胀波系(如图1), 并常常导致低能量流动的分离区出现, 通道内为多波结构, 粘性影响显著。很好地研究和数值模拟此类进气道是非常困难的。然而研究此类进气道对空天飞机的设计具有重要意义, 例如准确地

反映激波后附面层突然增厚的位置，对进气道附面层抽吸具有指导意义；合理组织激波结构，能够提高总压恢复系数，减小出口畸变，提高进气道的气动性能等等。国内外已逐渐开展对此类流场的研究和计算。

本文所计算的进气道流场的两个算例是某型空天飞机高超声速进气道，进出口收缩比为5，来流马赫数分别为 $Ma=3$ ， $Ma=5$ 。所得到的计算结果激波结构清晰，由矢量图可以清晰地看出气流经过激波后的转折，激波分辨率较高。

## 2 方法简介

本文采用 Jameson 的多步龙格-库塔有限体积法<sup>[3]</sup>，并用二阶、四阶人工粘性项来抑制激波前后的过冲振荡及中心差分所带来的奇偶失联现象，用 B-L 模型来封闭雷诺平均 N-S 方程组，描述粘性所带来的影响。

### 2.1 有限体积方程

有限体积的基本思想是将计算域划分为若干个六面体单元，在每一单元内，流入的通量等于流出的通量，因而它要求将守恒方程写成积分形式。方程如下：

$$\left. \begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \rho d\Omega + \oint_{\Gamma} \vec{\rho} \vec{q} \cdot d\vec{S} &= 0 \\ \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{q}) d\Omega + \oint_{\Gamma} \vec{\rho} \vec{q} (\vec{q} \cdot d\vec{S}) &= \oint_{\Gamma} \vec{f} \cdot d\vec{S} \\ \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} e d\Omega + \oint_{\Gamma} (e + p) (\vec{q} \cdot d\vec{S}) &= \oint_{\Gamma} \vec{q} \cdot (\vec{f} \cdot d\vec{S}) + \oint_{\Gamma} K_{\lambda} \frac{\partial}{\partial n} (p/\rho) d\vec{S} \\ p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2\rho} (u^2 + v^2 + w^2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中： $\Gamma$  是控制体  $\Omega$  的边界曲面， $K_{\lambda} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mu}{Pr}$ ， $Pr$  为分子的 Prandtl 数，且有：

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \vec{i} + \tau_{xy} \vec{j} + \tau_{xz} \vec{k} \\ \tau_{xy} \vec{i} + \tau_{yy} \vec{j} + \tau_{yz} \vec{k} \\ \tau_{xz} \vec{i} + \tau_{yz} \vec{j} + \tau_{zz} \vec{k} \end{bmatrix} \quad (2)$$

本文在离散动量方程时粘性应力没有采用差分格式替代粘性项中的微分形式，而是采用积分形式的粘应力求法，因为在积分方程中使用差分格式会产生较大的误差，破坏扩散项的守恒性，降低格式的精度。记某六面体单元上的粘应力为：

$$\vec{F} = \vec{F}_x \vec{i} + \vec{F}_y \vec{j} + \vec{F}_z \vec{k} \quad (3)$$

$S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$  为该单元面上沿  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三方向的面积矢量，并有：

$$\vec{F} = \vec{f} \cdot d\vec{S} \quad (4)$$

$$\vec{F}_x = \mu \left[ S_x \left( g_{11} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{q} \right) + S_y g_{12} + S_z g_{13} \right]$$

即： 
$$\vec{F}_y = \mu \left[ S_x g_{21} + S_y \left( g_{22} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{q} \right) + S_z g_{23} \right] \quad (5)$$

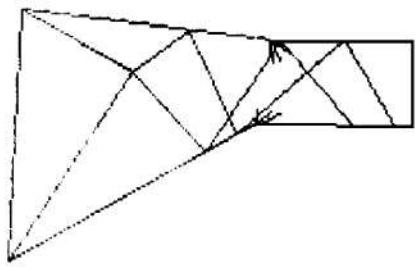


Fig. 1 Shock structure of the inlet

$$\vec{F}_z = \mu \left[ S_x g_{31} + S_y g_{32} + S_z \left( g_{33} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{q} \right) \right]$$

其中： $g_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{l=1}^6 (u_i S_j + u_j S_i)$ ;  $\operatorname{div} \vec{q} = \frac{1}{V} \sum_{l=1}^6 (u S_x + v S_y + w S_z)_l$

$l=1, \dots, 6$  表示六个单元面的序号,  $u_i, u_j = u, v, w; S_i, S_j = S_x, S_y, S_z$ 。粘性应力单位时间对单元所做的功为:

$$N = F_x u + F_y v + F_z w \quad (7)$$

单位时间通过该单元面而进入该六面体的热量为:

$$Q = K_\lambda \frac{\partial}{\partial n} \cdot S = \frac{k}{k-1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial}{\partial n} (p/\rho) \cdot S \quad (8)$$

上式中的  $\frac{\partial}{\partial n} (p/\rho)$  可简单近似为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} (p/\rho) \cdot S &= \frac{(p/\rho)_{i+1,j,k} - (p/\rho)_{i,j,k}}{\Delta L_x} S_x + \frac{(p/\rho)_{i,j+1,k} - (p/\rho)_{i,j,k}}{\Delta L_y} S_y + \\ &\quad \frac{(p/\rho)_{i,j,k+1} - (p/\rho)_{i,j,k}}{\Delta L_z} S_z \end{aligned} \quad (9)$$

$\Delta L$  为两单元中心点间的距离, 则粘性对能量方程的影响为:

$$\Delta e = N + K_\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \cdot S = F_x u + F_y v + F_z w + \frac{k}{k-1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial}{\partial n} (p/\rho) \cdot S \quad (10)$$

## 2.2 加速收敛

超跨声速内流流场中亚声和超声流动同时存在, 在数学上, 必须用椭圆方程和双曲型方程分别描述它们, 这在流场数值模拟中是很困难的。引入时间相关法后, 这一困难得到解决, 却随之产生了花费大量机时的问题, 而且会因迭代抹平或损失一些物理性质, 从而又给人们带来加速收敛的问题。

一般的龙格库塔法, 只能使  $CFL$  数达到 2.8, 而且收敛速度较慢, N-S 方程计算量很大, 所需网格又较多, 因而要耗费大量的机时, 这就使得加速收敛尤为重要。

变系数的隐式残差光顺法在保证二阶时间、空间精度的同时, 允许在当地网格取较大的  $CFL$  数<sup>[4]</sup>,  $CFL$  条件数可达到隐格式的数值, 同时又能保持显格式的快速和简明。写出多步龙格库塔的表达式:

$$Q^{(k)} = Q^{(0)} - \alpha_k \Delta t [RQ^{(k-1)} - DQ^{(0)}] \quad (11)$$

将其改写成为:  $\Delta Q^{(k)} = Q^{(k)} - Q^{(0)} = -\alpha_k \Delta t [RQ^{(k)} - DQ^{(0)}]$  (12)

隐式残差光顺的表达式为:  $(1 - \epsilon \delta_{xx}) (1 - \epsilon \delta_{yy}) (1 - \epsilon \delta_{zz}) \overline{\Delta Q^{(k)}} = \Delta Q^{(k)}$  (13)

求出  $\overline{\Delta Q^{(k)}}$  后, 用  $\overline{\Delta Q^{(k)}}$  替代 (12) 式中的  $\Delta Q^{(k)}$ , 则有:

$$Q^{(k)} = Q^{(0)} + \overline{\Delta Q^{(k)}} \quad (14)$$

$\delta_{xx}, \delta_{yy}, \delta_{zz}$  是沿坐标方向的差分算子,  $\epsilon$  是光滑系数。线性稳定性分析表明, 龙格库塔格式中使用的隐式残差光顺在  $\epsilon$  足够大时是无条件稳定的, 一维情况下

$$\epsilon \geq \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{CFL}{CFL^*} \right)^2 - 1 \right] \quad (15)$$

无条件稳定。二维、三维情况下,  $\epsilon$  在不同的网格方向可取不同的数值。只要  $\epsilon$  取值不是特别大, 它也不破坏格式的空间二阶精度。当  $CFL$  数在计算网格上变化较大时, 如果  $\epsilon$  仍然根据  $CFL/CFL^*$  的最大值而取常数, 在粘性较小的区域, 虽然在稳定范围之内, 将产生较大的过度光滑、

较多的物理流动特性损失。如果使用如下式计算的光滑系数

$$\epsilon_{ij} = \max \left\{ 0, \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{CFL}{CFL^*} \right)^2 - 1 \right] \right\} \quad (16)$$

将会适度光滑。事实上，在粘性区， $CFL$  数较大，隐式残差光顺效果显著，而在粘性较小的区域， $CFL$  数较小，光顺作用较小。这种变系数方法虽然在确定当地  $\epsilon_{ij}$  上花费了一定的计算时间，但收敛速度加快，仍能使总计算时间大幅度下降。

### 2.3 初、边值问题

在流场计算中，虽然初场可以比较随意的给定，但在流场较为复杂的情况下，初场对计算结果将会有很大的影响，不仅影响收敛速度，有时还会使计算发散。进气系统的主要任务是为发动机提供并预压一定量的空气。对于空天飞机，压缩空气的任务也主要由进气道来完成，因而进气道的收缩比较大（如图2）（本文算例收缩比为5）。对于这种收敛的超声速进气道，气流遇到上下两个壁面后受到压缩，将产生两道相交的斜激波，在激波前气流未受扰动，流动参数不发生改变，此时若按一维管流面积的变化来给定各截面参数，将与实际流动相差很远，又由于问题本身的复杂性，将使计算收敛很慢，并且当来流马赫数较高时，常常得不到准确的计算结果。这样的进气道，初场可以按三种方法给定：最简单的一种是全场给均匀场，即全场参数均为来流参数，这种方法，由于流量与真实流量差别较大，会给计算带来一定难度，但仍能得到较好的计算结果；第二种给定方法是按照超声气流流经楔形体产生斜激波，根据朗金-雨贡纽关系式给出激波交叉前后四个区域的粗略气流场作为初场，这种方法较上面的方法收敛快；最好的初场给定方法是用特征线法较为准确地给定初场，这种方法较为困难，但能得到较好的初场，使计算较快收敛。

进气道的边界条件只有：进口条件——对于超声来流，进口马赫数和气流角均给定；物面条件——满足绝热壁面、无滑移条件，法向压力梯度为零；出口条件——超声速进气道的出口流动状态较复杂，出口没有激波时，由特征线理论可知，当  $Ma$  数大于1时，出口的参数均由内场决定，所有参数一阶外推；当  $Ma$  数小于1时，给定反压  $p_0$ 。其它参数外推。当出口有激波时，流动参数有间断，上述的常规处理方法已不准确，最好引用相容方程。

### 3 数值结果分析

为检验所发展的方法及程序的正确性，本文计算了一个二维平面收扩喷管<sup>[5]</sup>在两种工况下的流场如图3所示，其中曲线1是落压比为4工况下的壁面等熵马赫数分布曲线，喷管流场为完全膨胀，没有激波和分离产生；曲线2是落压比为2工况下的壁面等熵马赫数分布曲线，在该工况下，气流在喷管出口附近的壁面已有分离产生。由图可以看出计算结果与实验结果相当吻合，证明了所开发的程序的准确性和实用性。

对图1所示的进气道进行了两种工况 ( $Ma_\infty=5$ ,  $Ma_\infty=3$ ) 的计算。由于流动、几何在  $z$  向（左右）对称，取二分之一流场为计算域。

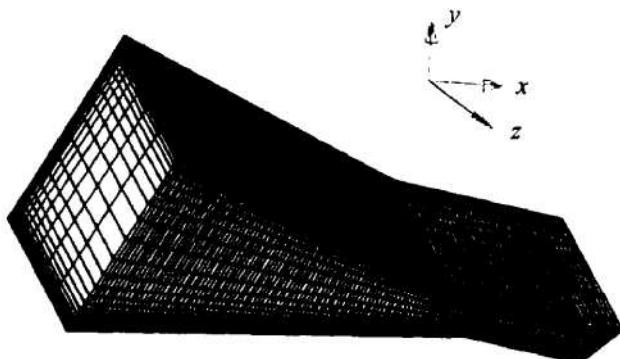


Fig. 2 Calculate mesh of inlet

图4~7给出了 $Ma_{\infty}=5$ 的计算结果,其中图4是三维等马赫线图,由图可以清楚地看出交叉波系及反射波;图5是三维矢量图,进气道的上表面有二次流出现;为清晰起见,图6给出了 $z$ 向对称面的速度矢量图,从图可以看到气流经过激波后所发生的转折;图7给出 $z$ 向对称面的等压力线,进气道进口处压力较低,经过压缩波后,压力有所提高,在进气道的后部气流经过增压,压力已很高,较弱的反射激波对压力影响也较大。

图8,9给出了 $Ma_{\infty}=3$ 的数值结果,其中图8给出了三维速度矢量图,在进气道的上壁面有二次流,在流向( $x$ 向)有一道较强的正激波,激波后上、下壁面附近均有分离产生,这一情况在图9所示的等马赫线图可以更

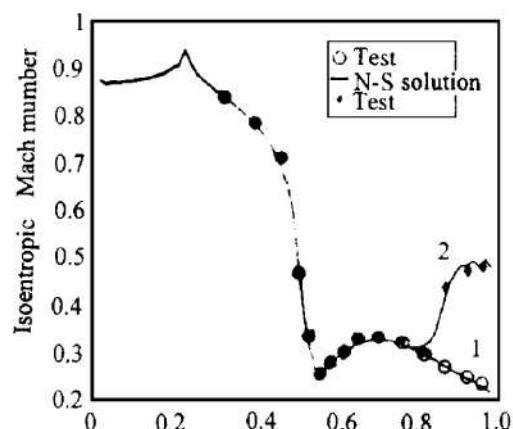


Fig. 3 Isoentropic Mach number distribution on the nozzle wall

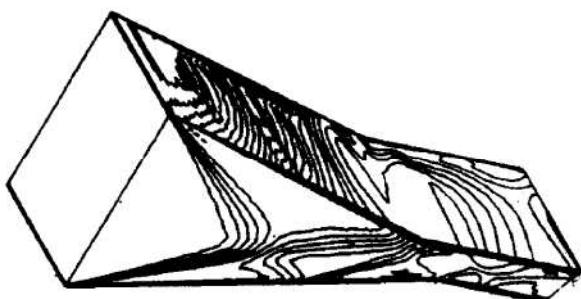


Fig. 4 3D Mach contour ( $Ma_{\infty}=5$ )

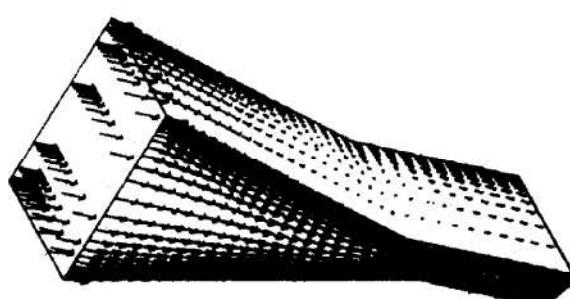


Fig. 5 3D velocity vector ( $Ma_{\infty}=5$ )

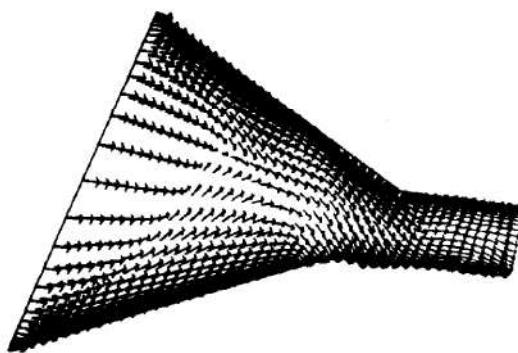


Fig. 6 Velocity vector of symmetry side in  $z$  direction ( $Ma_{\infty}=5$ )

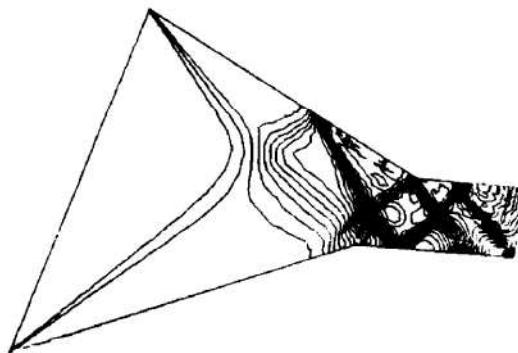


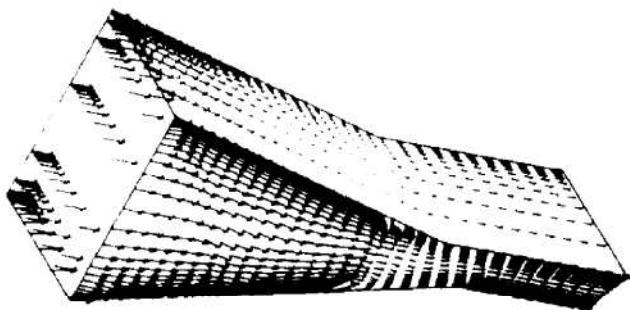
Fig. 7 Pressure contour of symmetry side in  $z$  direction ( $Ma_{\infty}=5$ )

清楚地看出。

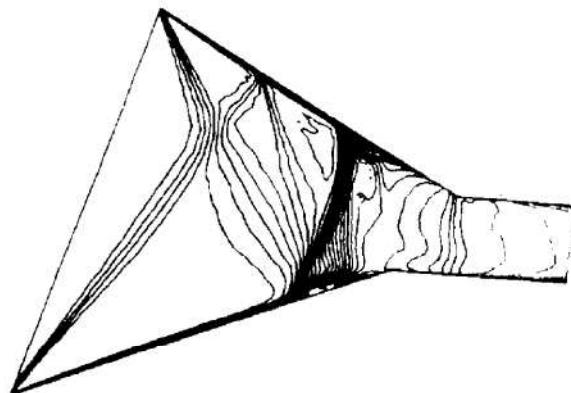
## 4 结 论

(1) 本方法能够较好地计算具有复杂激波系统的内流流场,较准确地展现粘性影响所带来的细微结构,激波分辨率较高。

(2) 对于超声来流流场,合理给定初场能使计算更快收敛,计算结果也较好。



**Fig. 8 3D velocity vector ( $M_{\infty} = 3$ )**



**Fig. 9 Mach contour of symmetry side  
in z direction ( $M_{\infty} = 3$ )**

(3) 变系数残差光顺大大加快了收敛速度。

### 参 考 文 献

- 1 Povinelli Louis A. Applications of CFD for hypersonic propulsion. (In) Instabilities and Turbulence in Engineering Flows, Kluwer Academic Publishers Printed in the Netherlands, 1993: 338~348
- 2 Diley A, Eppart W, Switzer G. Zonal analysis of two high speed inlets. Proceedings of the CFD Symposium on aeropropulsion. NASA CP-10045, 1990.
- 3 Jameson A. Solution of the euler equations for two dimensional transonic flow by a multigrid method. MAE Report No. 1613, 1983.
- 4 Jorgenson P, Chima R. An unconditionally stable Runge-Kutta method for unsteady flows. AIAA 89-0205
- 5 Wilmoth Richard G, Leavitt Lawrence D. Navier-Stokes predictions of multifunction nozzle flows. NASA-871753



### 空气中心体发动机

美国冒险星运载火箭将采用波音·洛克韦尔公司的两台 XRS-2200 线性空气中心体发动机。每台发动机具有 20 个燃烧室，在海平面产生大约 936kN 推力。简单地说，空气中心体发动机使羽烟抑制在内部，借助固体堵塞物或斜板产生推力，而不是将羽烟抑制在外部借助钟形喷管产生推力。外部羽烟抑制只有周围空气压力才能提供，随着高度增加引起的变化也是如此。推力矢量控制可以通过调节各个单独的发动机或燃烧室的可燃混合物来进行。

(龙玉珍 供稿)