

合叶片位移、应力的概率密度函数,进而利用数值积分计算涡轮叶片的可靠度。

2 Neumann 随机有限元法基本方程

有限元法中结构的总体平衡方程为

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{P} \quad (1)$$

设结构的刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 和载荷列阵 $\mathbf{P}$ 在结构参数的随机性影响下具有随机性,并可分解为

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}, \mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \Delta\mathbf{P} \quad (2)$$

$\mathbf{K}_0$, $\mathbf{P}_0$ 分别为均值的刚度矩阵和载荷列阵; $\Delta\mathbf{K}$ 和 $\Delta\mathbf{P}$ 为刚度矩阵和载荷列阵的随机波动量。

将式 (2) 代入式 (1), 根据 Neumann 展式, 式 (1) 可写为:

$$\mathbf{U} = (\mathbf{I} - \Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1} + (\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1})^2 - (\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1})^3 + \dots) \cdot \mathbf{K}_0^{-1} \cdot (\mathbf{P}_0 + \Delta\mathbf{P}) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。若令 $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 - \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_3 + \dots$, 取式 (3) 两边对应项, 有

$$\mathbf{U}_i = (\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1})^i \cdot (\mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{P}_0 + \mathbf{K}_0^{-1}\Delta\mathbf{P}) \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

在考虑结构材料、几何形状、载荷同时具有随机性时, Neumann 随机有限元法的基本方程为

$$\mathbf{K}_0\mathbf{U}_0 = \mathbf{P}_0 + \Delta\mathbf{P} \quad \mathbf{K}_0\mathbf{U}_i = \Delta\mathbf{K}\mathbf{U}_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (5)$$

从上述公式可以看出, Neumann 随机有限元法在求解响应量样本的过程中, 只需对均值刚度阵分解一次, 避免了蒙特卡洛法每次抽样对刚度矩阵的分解, 从而显著地减少了计算量, 提高了计算效率。

Neumann 随机有限元法的迭代收敛准则是

$$||\mathbf{U}_i||_2 / ||\sum_{i=0}^n (-1)^i \mathbf{U}_i||_2 \leq \delta_{\text{err}} \quad (6)$$

式中 $||\cdot||_2$ 为向量长度, δ_{err} 为允许误差。

3 级数拟合概率密度函数

假设应力 S 和强度 R 是两个独立的连续随机变量, 服从一定的分布, 其概率密度函数分别为 $f_s(S)$ 和 $f_R(R)$ 。根据定义, 结构可靠度的表达式为^[3]

$$P_r = P(R > S) = \int_0^\infty f_s(S) \left[\int_S^\infty f_R(R) dR \right] dS \quad (7)$$

通常, 强度概率分布为已知, 计算结构可靠度的关键在确定结构响应 (应力) 的分布类型。故可用格拉马-沙尔勒叶级数来拟合结构响应的概率密度函数, 该级数可表示为^[4]

$$f(x) = \Phi'(x) + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n C_n}{\sqrt{n!}} \Phi^{n+1}(x) \quad (8)$$

其中, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, $\Phi'(x)$ 为 $\Phi(x)$ 的一阶导数, Φ^{n+1} 为 $\Phi(x)$ 的 $n+1$ 阶导数; C_n 为系数, 与 x 的各阶矩有关, 其表达式为

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{1}{\sqrt{3!}} \frac{\mu_3}{\sigma^3} & C_4 &= \frac{1}{\sqrt{4!}} \left(\frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \right) \\ C_5 &= \frac{1}{\sqrt{5!}} \left(\frac{\mu_5}{\sigma^5} - 10 \frac{\mu_3}{\sigma^3} \right) & C_6 &= \frac{1}{\sqrt{6!}} \left(\frac{\mu_6}{\sigma^6} - 15 \frac{\mu_4}{\sigma^4} + 30 \right) \end{aligned} \quad (9)$$

式中, μ_K 为 x 的 K 阶中心矩, σ^K 为 x 均方差的 K 次方。

用 Neumann 随机有限元法获得结构响应量 x 的子样, 经计算得到随机量 x 的各阶矩, 再根据式 (9) 拟合出它的概率密度函数, 结合式 (8) 运用数值积分计算结构的可靠度。

4 数值算例

算例1: 图1为单向拉伸矩形板, 长和宽各为100mm 和50mm, 泊松比 $\mu=0.3$, 设弹性模量 E 为随机变量, 且服从正态分布, 均值为10kN/mm², 标准差为1kN/mm²。取失效准则为节点2沿 x 方向上的位移大于或等于允许变形, 即 $u_2 \geq 0.5\text{mm}$ 来确定节点2的可靠度。

用蒙特卡洛法抽样100000次得到节点2的可靠度为0.98634; 用本文推导的 Neumann 随机有限元法进行2000次抽样计算, 统计得到 u_2 的均值、标准差及各阶中心矩, 利用数值积分得到节点2的可靠度为0.98496。二者的结果相当接近。图2给出了不同样本容量时节点2可靠度的变化情况。由图看出, 样本容量在500~2000范围内的增加并不能使计算精度得到显著提高。即采用本文方法可以在较小的样本容量下得到较高的计算精度。

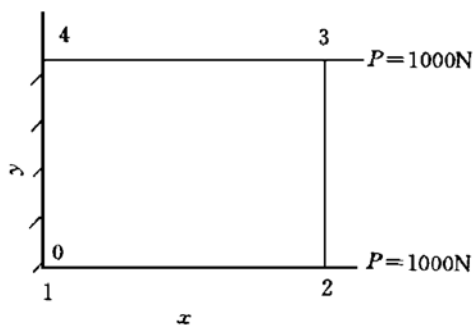


Fig. 1 Rectangular plate

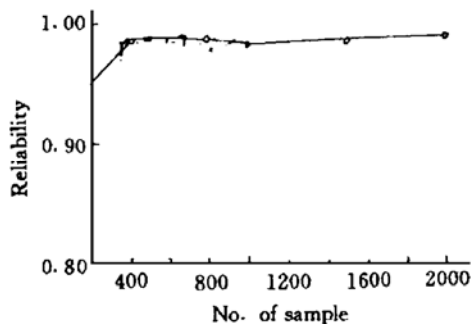


Fig. 2 Reliability of different samples

算例2: 图3是某液体火箭发动机涡轮叶片的有限元网格划分图, 共划分成348个8节点体元, 639个节点。该叶片改进前使用的材料为GH40, 改进后的材料为GH4169。计算中考虑的随机因素有: 弹性模量、泊松比、线膨胀系数、密度、强度、节点坐标、节点温度、涡轮转速、叶片进出口安装角。

对该叶片模型进行1000次抽样计算, 得到叶片改进前后的结构强度可靠度分别为0.99821和0.99999。改变材料后叶片的可靠度提高, 这与试验结论一致。对叶片算例分析表明, 本文方法的计算精度和效率完全满足实际结构可靠性分析的要求。

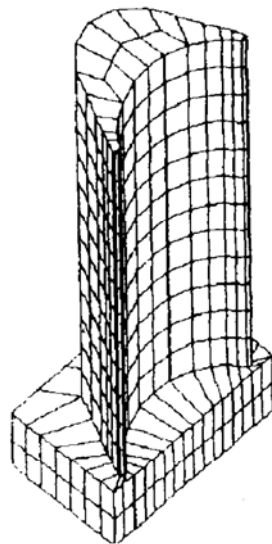


Fig. 3 FEM model of blade

参 考 文 献

- 1 刘 宁. 随机有限元及其工程应用. 力学进展, 1995, 25 (1): 114~126
- 2 Yamazaki F. Neumann expansion for stochastic finite element analysis. Journal of Engineering Mechanics, 1988, 114 (8): 1335~1354
- 3 何水清编. 结构可靠性分析与设计. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- 4 张新培. 改进的随机有限元法. 计算结构力学及其应用, 1992, 9 (3): 277~283

航空发动机性能监视参数选择的研究^{*}

唐 耿 林

(北京航空航天大学动力系, 北京, 100083)

摘 要: 介绍了发动机性能监视参数选择的必要性, 以 JT9D-7R4E 发动机为例, 利用敏感性、相关性和 J 值分析技术对性能监视参数选择方案进行了研究, 得到了3种参数组合下的23个可行性方案。本研究方法及结果具有一定通用性, 对发动机性能监视参数的选择具有重要指导意义。

主题词: 航空发动机, 性能参数, 监视, 故障诊断

分类号: V231

INVESTIGATIONS ON SELECTING PERFORMANCE-MONITORING PARAMETERS OF AEROENGINE

Tang Genglin

(Dept. of Jet Propulsion, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

Abstract: The necessity of selecting performance-monitoring parameters of aeroengine is described here. Taking JT9D-7R4E engine for an example, investigations on multiple selected groups of performance-monitoring parameters have been executed by utilizing analytical techniques of sensitivity, correlation and J -criterion, and then 23 feasible groups based on 3 kinds of compound parameters are drawn. Generally speaking, the research methods and results presented here are common and significant on selection of parameters applied to engine monitoring.

Subject terms: Aircraft engine, Performance parameter, Surveillance, Fault diagnosis

1 引 言

Urban 从70年代就提出了发动机故障诊断的气路分析 (GPA) 技术, 基于各部件间气动热力学关系式建立故障模型。并明确指出, 要将发动机故障隔离到部件, 必须使监视参数大于或至少等于各部件可能出现的各种故障总和^[1]。但目前正在使用的发动机, 实际测量的气路参数少, 不能利用故障模型直接求解。利用某些专用于有限监视参数的诊断算法, 如子方阵分析法^[2]、主因子模型^[3]和神经网络法^[4], 将故障隔离到部件, 但诊断精度差。虽然有人提出多状态气路分析方法^[5], 增加模型中的方程数, 使方程组有唯一解或成为超定方程组, 就可以利用 Urban 解析法诊断部件故障。但这种方法的适用性不强, 至今未见有实际应用的报道。因此要达到满足故障模型的求解要求, 最直接最现实的方法就是增加测量参数^[6]。随着发动机数字电子控制技术和传感器技术的发展, 多测参数已不难, 但考虑到发动机成本和重量的限制, 必须有选择地增加测量参数。为此本文提出了发动机性能监视参数优化选择的方法及步骤。

* 收稿日期: 1997-06-28, 修回日期: 1997-08-27