

裂纹对叶片固有频率影响的分析*

徐可君 江龙平

(海军航空技术学院航空机械系, 青岛, 266041)

摘 要: 给出了一种两条横向裂纹对叶片弯曲固有频率影响效果的分析方法。考虑的两种裂纹为周期载荷作用下产生的双面裂纹和脉冲载荷作用下产生的单面裂纹。分析中假设裂纹为沿叶宽等深度扩展的开口裂纹, 同时将叶片看成无扭曲的矩形等截面悬臂梁。结果表明, 单纯选用固有频率识别裂纹参数, 会过低估计裂纹严重程度; 在可考察的裂纹深度范围内, 单面和双面裂纹对固有频率的影响效果不显著。

主题词: 航空发动机, 叶片, 裂纹, 振动力学

分类号: V232.4

ANALYSIS OF EFFECT OF CRACK ON THE NATURAL FREQUENCY OF BLADE

Xu Kejun Jiang Longping

(Dept. of Mechanical Engineering, Navy Aviation Technique Academy, Qingdao, 266041)

Abstract: A method for analysis of effect of two traverse cracks on the natural frequency of the flexural vibrations in a blade is presented. Two types of crack are considered: double-sided crack, occurring in the case of cyclic loadings, and single-sided, which in principle occur as a result of impulse loading. It is assumed that the blade is a nontorsional beam with rectangular cross-section, and the cracks extend through the width of the beam with constant depth.

Subject terms: Aircraft engine, Blade, Crack, Vibration mechanics

1 引 言

裂纹会导致叶片刚性的变化, 从而改变叶片的振动特性。因而在整机情况下应用叶片的振动特性识别裂纹应是行之有效的。作者曾就应用固有频率识别叶片裂纹的深度和位置作过分析^[1], 但仅限于一条单面裂纹, 而对涉及两条裂纹及两种裂纹类型(单面和双面裂纹)的情况未予分析和对比。本文在此方面作了一定的工作, 以期得出两条裂纹对叶片一阶弯曲固有频率的影响规律和效果。

2 两种类型裂纹的等效刚度

裂纹的形式多种多样, 本文仅限于讨论带有两条沿叶宽等深度扩展的两类横向裂纹, 即单面裂纹(如图 1a)和双面裂纹(如图 1b)。

将裂纹的效应,通过引入“一个等效刚度”(或等效柔度)来体现,即把裂纹等效为具有一定刚度的弹性铰(如图1c)。该弹性铰的刚度取决于裂纹的类型、深度和位置,两种类型裂纹的等效刚度和相对等效柔度分别为^[2]:

(1) 等效刚度:

对于单面裂纹

$$K_{Z1} = BH^2E/72\pi r^2 (0.6384 - 1.035r + 3.07201r^2 - 5.1773r^3 + 7.553r^4 - 7.332r^5 + 2.4909r^6)$$

对于双面裂纹

$$K_{ZD} = BH^2E/9\pi r^2 (0.5335 - 0.929r + 3.505r^2 - 3.181r^3 + 5.793r^4)$$

式中: E ——材料的弹性模量; r ——裂纹的相对深度 ($r=a/H$)。

(2) 相对等效柔度: 对于单面裂纹 $\bar{C}_{Z1} = EJ/K_{Z1}L$; 对于双面裂纹 $\bar{C}_{ZD} = EJ/K_{ZD}L$ 。

3 两条裂纹对叶片固有频率影响的计算

对于具有两条横向裂纹的叶片,可以把它看为以裂纹截面为分界面的三个叶片段组成的叶片系统(如图1c)。此时,两叶片段的结合部即为裂纹所在的位置,裂纹深度反应在结合部的边界条件中。

无裂纹等截面悬臂梁的微分方程为:

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

式中: ρ ——材料的密度; A ——叶片的横截面积; J ——叶片截面惯性矩; y ——叶片的挠度。

若设 $y(x, t) = y(x) \sin(\omega t)$, 可分离变量 t , 得: $dy/dx - \beta^4 y = 0$ 。式中 $\beta^4 = \rho A \omega^2 / EJ$ 。

若设 $\xi = x/L$, 则上式通解可写为如下形式:

$$Y(\xi) = A_1 \sin(\beta \xi) + A_2 \cos(\beta \xi) + A_3 \operatorname{sh}(\beta \xi) + A_4 \operatorname{ch}(\beta \xi)$$

故有

$$\left. \begin{aligned} Y_1(\xi) &= A_1 \sin(\beta \xi) + A_2 \cos(\beta \xi) + A_3 \operatorname{sh}(\beta \xi) + A_4 \operatorname{ch}(\beta \xi) \\ Y_2(\xi) &= A_5 \sin(\beta \xi) + A_6 \cos(\beta \xi) + A_7 \operatorname{sh}(\beta \xi) + A_8 \operatorname{ch}(\beta \xi) \\ Y_3(\xi) &= A_9 \sin(\beta \xi) + A_{10} \cos(\beta \xi) + A_{11} \operatorname{sh}(\beta \xi) + A_{12} \operatorname{ch}(\beta \xi) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, 系数 A_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$) 由系统的边界条件决定。系统的边界条件如下:

$$Y_1(0) = 0$$

$$Y'_1(0) = 0$$

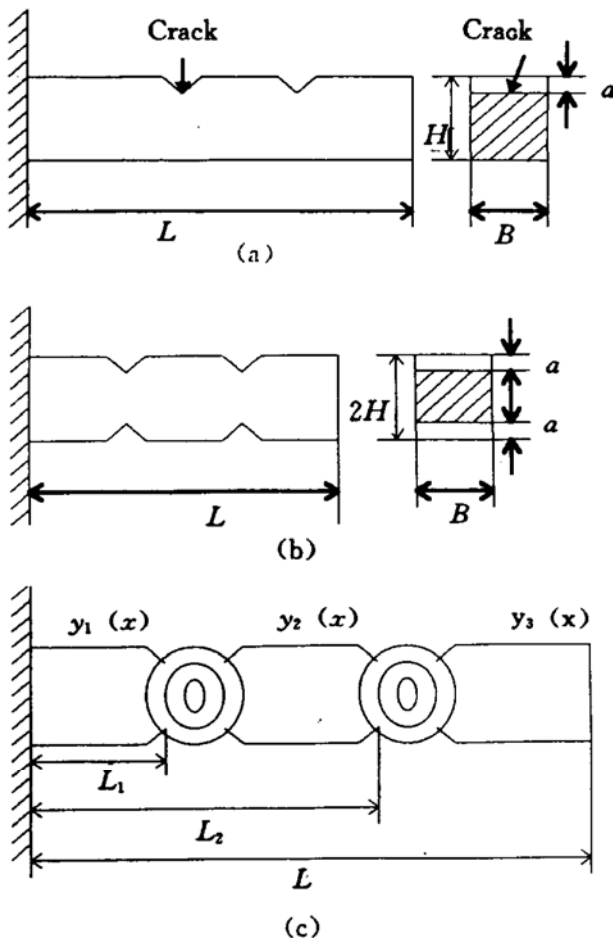


Fig. 1 Blade with different cracks and the mathematical of the crack

固装端的挠度为零;

固装端的挠角为零;

$Y_1 \left(\frac{L_1}{L} \right) = Y_2 \left(\frac{L_1}{L} \right)$	第一条裂纹两侧的挠度相等;
$Y'_1 \left(\frac{L_1}{L} \right) = Y'_2 \left(\frac{L_1}{L} \right) + \bar{C}_1 Y''_2 \left(\frac{L_1}{L} \right)$	第一条裂纹两侧的挠角变化关系;
$Y''_1 \left(\frac{L_1}{L} \right) = Y''_2 \left(\frac{L_1}{L} \right)$	第一条裂纹两侧的弯矩相等;
$Y'''_1 \left(\frac{L_1}{L} \right) = Y'''_2 \left(\frac{L_1}{L} \right)$	第一条裂纹两侧的剪力相等;
$Y_2 \left(\frac{L_2}{L} \right) = Y_3 \left(\frac{L_2}{L} \right)$	第二条裂纹两侧的挠度相等;
$Y'_2 \left(\frac{L_2}{L} \right) = Y'_3 \left(\frac{L_2}{L} \right) + \bar{C}_2 Y''_3 \left(\frac{L_2}{L} \right)$	第二条裂纹两侧的挠度变化关系;
$Y''_2 \left(\frac{L_2}{L} \right) = Y''_3 \left(\frac{L_2}{L} \right)$	第二条裂纹两侧的弯矩相等;
$Y'''_2 \left(\frac{L_2}{L} \right) = Y'''_3 \left(\frac{L_2}{L} \right)$	第二条裂纹两侧的剪力相等;
$Y''_3(1) = 0$	自由端的弯矩为零;
$Y'''_3(1) = 0$	自由端的剪力为零。

其中 $\bar{C}_1, \bar{C}_2$ 分别为第一和第二条裂纹截面的相对等效柔度。对于单面裂纹为 $\bar{C}_{Z1}$, 双面裂纹为 $\bar{C}_{ZD}$ 。

将上述边界条件代入 (1) 式得

$$BA = 0 \quad (2)$$

式中 $A = [A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8 A_9 A_{10} A_{11} A_{12}]^T$, 矩阵 B 表达式从略。

由于 A_i 不可能同时为零, 故如使 (2) 式恒成立, 必有

$$\det B = 0$$

由上式可求出各阶特征根 β_i , 而裂纹叶片各阶固有频率为

$$\omega_i = \frac{\beta_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}} \quad (i = 1, 2, 3, 4, \dots)$$

4 计算实例及分析

应用文中建立的方法, 计算了一带有两条横向裂纹钢制等截面矩形悬臂梁的固有频率。梁的几何尺寸: 长度 $L = 0.1\text{m}$, 宽度 $B = 0.012\text{m}$, 高度 $H = 0.0025\text{m}$ 。

图 2a, b, c 示出第一条裂纹参数固定不变时, 一阶弯曲固有频率随第二条单面裂纹位置的变化曲线。三个图中, 第一条单面裂纹位置均取为 $s_1 = 0.1$ ($s_1 = L_1/L$, $s_2 = L_2/L$); 而裂纹深度分别为: $r_1 = 0.3, 0.5, 0.7$ 。

与上类似, 图 3a, b, c 给出了一阶弯曲固有频率随第二条双面裂纹位置的变化曲线。三个图中亦取 $s_1 = 0.1$; $r_1 = 0.3, 0.5, 0.7$ 。各图中 ω_{n0} 为无裂纹叶片一阶弯曲固有频率值。

曲线表明:

(1) 两裂纹相互间的位置对一阶弯曲固有频率有较大的影响, 即两裂纹越互相靠近, 固有频率下降越大。若第一条裂纹位置固定, 当第二条裂纹远离第一条裂纹时, 固有频率则趋近于只存在第一条裂纹的固有频率。

(2) 若两裂纹的深度不同时, 较深的裂纹对固有频率起主导作用 (将图 2、图 3 与文献

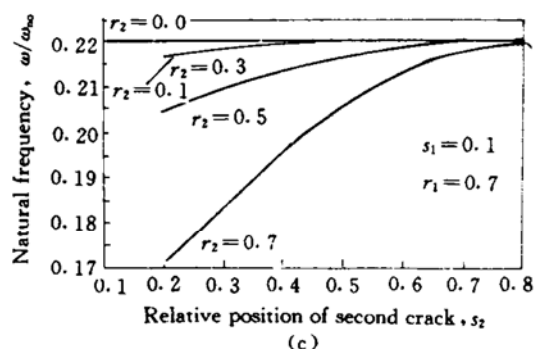
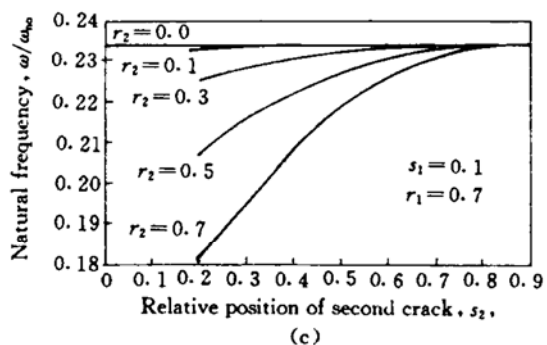
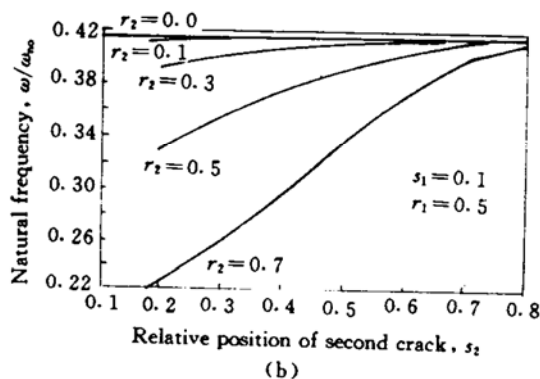
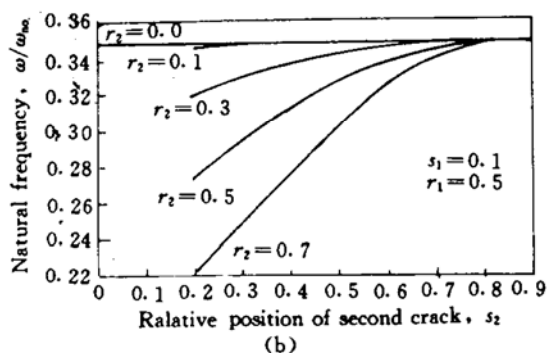
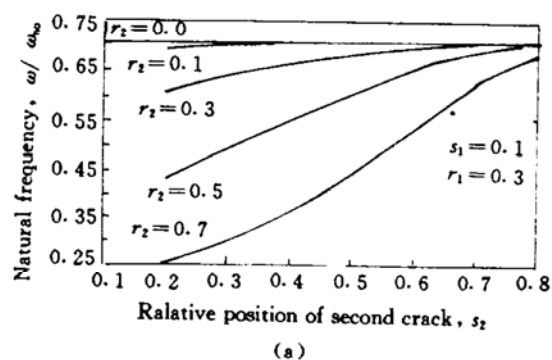
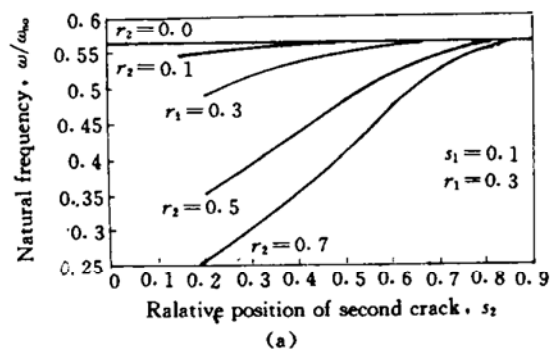


Fig. 2 Effect of the second crack upon the fundamental frequency of the beam with two single-sided cracks

Fig. 3 Effect of the second crack upon the fundamental frequency of the beam with two double-sided cracks

[1] 图 1、图 2 对照分析, 可得出此结论)。

(3) 裂纹相对深度相同的情况下, 在一定的裂纹深度范围内, 双面裂纹对固有频率的影响较单面裂纹小; 但差别并不显著 (图 2、图 3)。

参 考 文 献

- 1 徐可君, 刘启洲. 裂纹叶片振动监测特征量研究. 西安: 中国航空学会第八届发动机结构强度振动学术会议论文集, 1996. 10
- 2 徐可君, 孔祥鑫. 裂纹截面等效刚度估算. 海军航空技术学院学报, 1996(2)