

数值模拟二维跨音速叶栅 可压粘性流动*

赵桂萍 周新海

(西北工业大学航空动力与热力工程系, 西安, 710072)

摘要: 用有限体积法数值模拟了任意回转流面跨音速压气机叶栅中的粘性流动, 四步龙格-库塔法用于N-S方程的时间推进。给出了一种抑制叶栅计算中“数值失速”的方法, 并采用隐式残差光顺技术加速收敛。用所发展的方法计算了三种叶栅在宽广来流 Ma 数条件下的流动, 计算结果与实验结果吻合良好, 流场激波具有较高的分辨率。

主题词: 压气机叶栅, 纳维尔-斯托克斯方程, 激波, 数值计算

分类号: V231.3

NUMERICAL ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL COMPRESSIBLE VISCOUS FLOW IN TRANSONIC COMPRESSOR CASCADES

Zhao Guiping Zhou Xinhai

(Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Abstract: A finite volume method is applied to solve the Navier-Stokes equations for two-dimensional transonic flow in compressor cascade. The 4th order of Runge-Kutta scheme is used to improve the time-dependent solution. Turbulent properties are calculated with the algebraic Baldwin-Lomax models. The effects of the rotation and the variations of radius, and the thickness of stream surface have been taken into account. With high-pressure-ratio compressor, there is a strong tendency for the calculation to stall within the transient part of the flow. This can be solved by using a new technique of mass flow controlling. Comparisons of experimental and computational results with this method for four kinds of cascade in a wide inlet Mach number range are presented. The computed results are satisfactory, especially for the supersonic inflow.

Subject terms: Compressor cascade, Navier-Stokes equations, Shock wave, Numerical calculation

1 引言

跨音速叶栅流场中往往存在较复杂、并且较强的激波, 激波与边界层相互干扰, 在激波后、壁面附近存在分离区和二次流现象, 这些因素是造成压气机中性能损失的重要原因^[1], 只有用N-S方程才能计算流场中这些复杂结构。对超音来流跨音速叶栅流场, 虽然来流是超音

* 收稿日期: 19960708, 修回日期: 19970610, 本课题系国家自然科学基金和航空科学基金资助项目

速的，但轴向分速却是亚音速的，后部的扰动信息依然会前传。在较强的激波与边界层相干条件下，有较强的“数值失速”趋势^[2]。这种非物理失速是由于计算迭代过程产生的扰动带来的，常常因为强分离，引起激波前移，流量减小，冲角增大，进而诱发更大的分离，导致计算发散。本文采用时间相关有限体积法^[3]，完成了任意回转流面上跨音速压气机叶栅流场的数值模拟，以隐式残差光顺技术解决粘性计算耗时多的困难。与超音来流条件下的叶栅流场分析相联系，发展了一种有效地抑制数值失速的方法。所计算的几种超音速叶栅为可控扩散叶型叶栅 CDA，超音速叶栅 SS I 和 SS II，均获得较好的结果。

2 数值格式

2.1 控制方程和数值离散

分析旋转叶栅中的流动，应考虑旋转速度、半径变化和流面厚度变化^[4]。现选取回转流面正交曲线坐标系（见图 1），计算域被分为四边形网格，由于考虑了流面厚度的影响，每个单元变为六面体。在此坐标系下，弱守恒型的二维 N-S 方程可写为如下积分形式：

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \int_{\Delta A} dA + \int_S \vec{H} \cdot \vec{n} dS = K \quad (1)$$

其中 Q 、 \vec{H} 及其展开表达式略。

粘性项中的湍流粘性系数是由 B-L 代数模型计算而得。在图 1 中 r 是半径， ω 是角速度， B 是流面法向厚度， ϵ 是子午向流线与轴向之间的夹角。这些参数包含于源项 K 中。

在单元体的上下表面没有通量通过，流过其它四面的单位净通量为 W_{ij} ，

$$W_{ij} = \frac{1}{\Delta V_{ij}} \sum_{k=1}^4 (\rho W_m S_m + \rho W_\theta S_\theta)_k \quad (2)$$

S_m 和 S_θ 是单元面 S 在 m 和 θ 方向的投影。 S 上的每个变量由该面两边单元中心平均而来^[3]，例如：

$$(\rho W_m)_k = 0.5 [(\rho W_m)_{i,j} + (\rho W_m)_{i,j-1}] \quad (3)$$

粘性项用二阶中心差分格式，并引入二阶及四阶人工粘性项 D_{ij} 。方程 (1) 可写成：

$$d(Q_{i,j})/dt + W_{i,j} - D_{i,j} = 0 \quad (4)$$

对此方程用四步龙格-库塔格式进行时间离散：

$$Q^{(m)} = Q^{(0)} + \Delta t (W_{i,j} - D_{i,j})^{(m-1)} / (5 - m) \quad m = 1, \dots, 4 \quad (5)$$

2.2 数值失速的抑制

当叶栅中存在较强的槽道激波，激波附面层相干引起较强的分离，这时槽道中质量流量减小，进口轴向分速减小，使得来流的攻角加大，分离区进一步扩大，并向不稳定方向发展，直至计算失败。它并不是真正的物理失速，而是在给定压比的情况下，遇到数值扰动，如不设法使质量流量得到有效的控制，则不能使计算向稳定方向发展。

如果每一截面计算的质量流量 M_i 与所给定的各截面平均的质量流量 M_{sp} 不同，则用以下公式对速度进行修正：

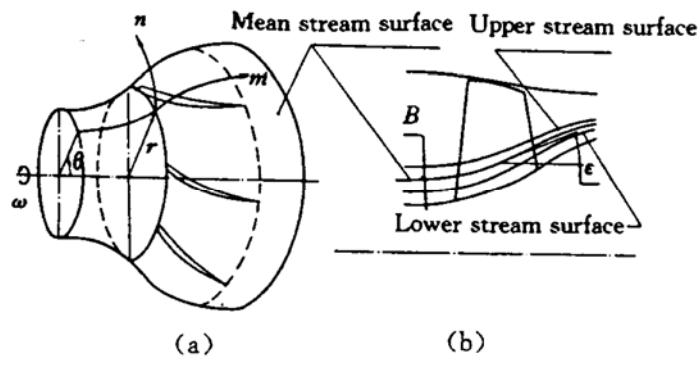


Fig. 1 Orthogonal system of co-ordinates with axial symmetry arbitrary surface of revolution

(a) Stream surface of revolution

(b) Meridional plane

$$\Delta = RF^* (M_{sp} - M_i) / M_{sp} * (\rho V_m)_{mid}$$

$$\Delta(\rho V_z) = (V_z/V_m)^* \Delta; \quad \Delta(\rho V_\theta) = (V_\theta/V_m)^* \Delta$$

其中 RF 是松弛因子, V_m 是当地合速度, $(\rho V_m)_{mid}$ 是槽道中心速度, 而 $M_{sp} = \sum_{i=1}^{IM} M_i / IM$, 这一修正不改变速度的方向, 质量流量控制过程可在计算的过渡过程使用, 直至接近稳态解, 这时所得到的解往往存在寄生损失。消除这种不符合物理流动误差的方法是, 计算继续进行, 可将 RF 值逐渐减小。这种修正并不阻止真正的不稳定流动。

2.3 边界条件

叶栅流场涉及的边界条件有4种: 上下游边界、物面边界和周期性边界条件。这些边界条件可由特征理论来确定: 对于压气机叶栅的上游边界, 如果来流速度 $W < a$ (a 是音速), 有3个流场变量需要给定, 一般给定总温、总压和来流角度; 如果 $W > a$, 并且轴向分速 $W_m < a$, 根据超音来流叶栅攻角唯一原理, 用给定来流 Ma 数代替给定流动角度。在叶栅表面, 采用无滑移和绝热壁面条件, 且物面法向压力梯度为0。压气机叶栅的下游边界, 一般给定出口反压, 其它参数一阶外推。周期性边界上与内部流场计算方法相同。

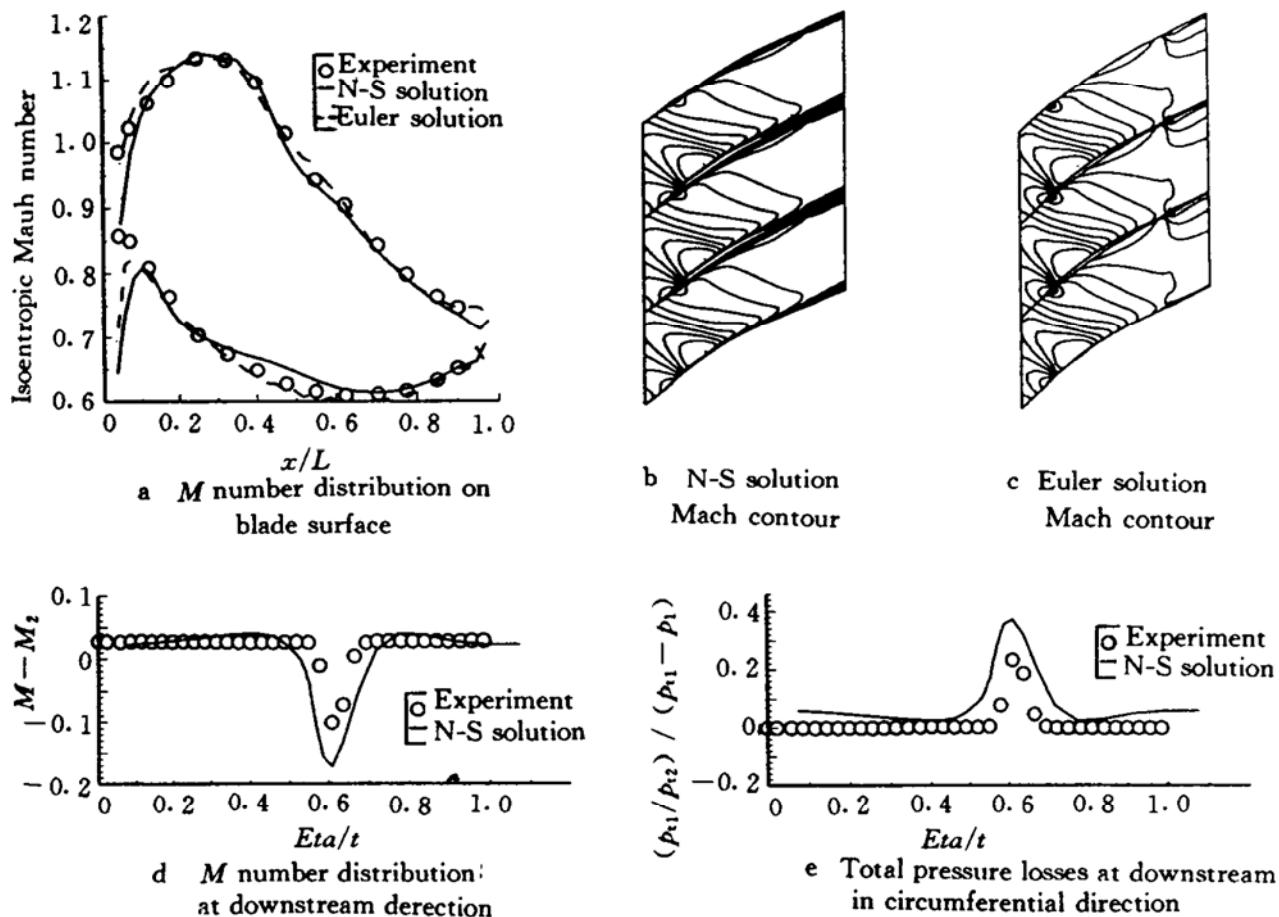
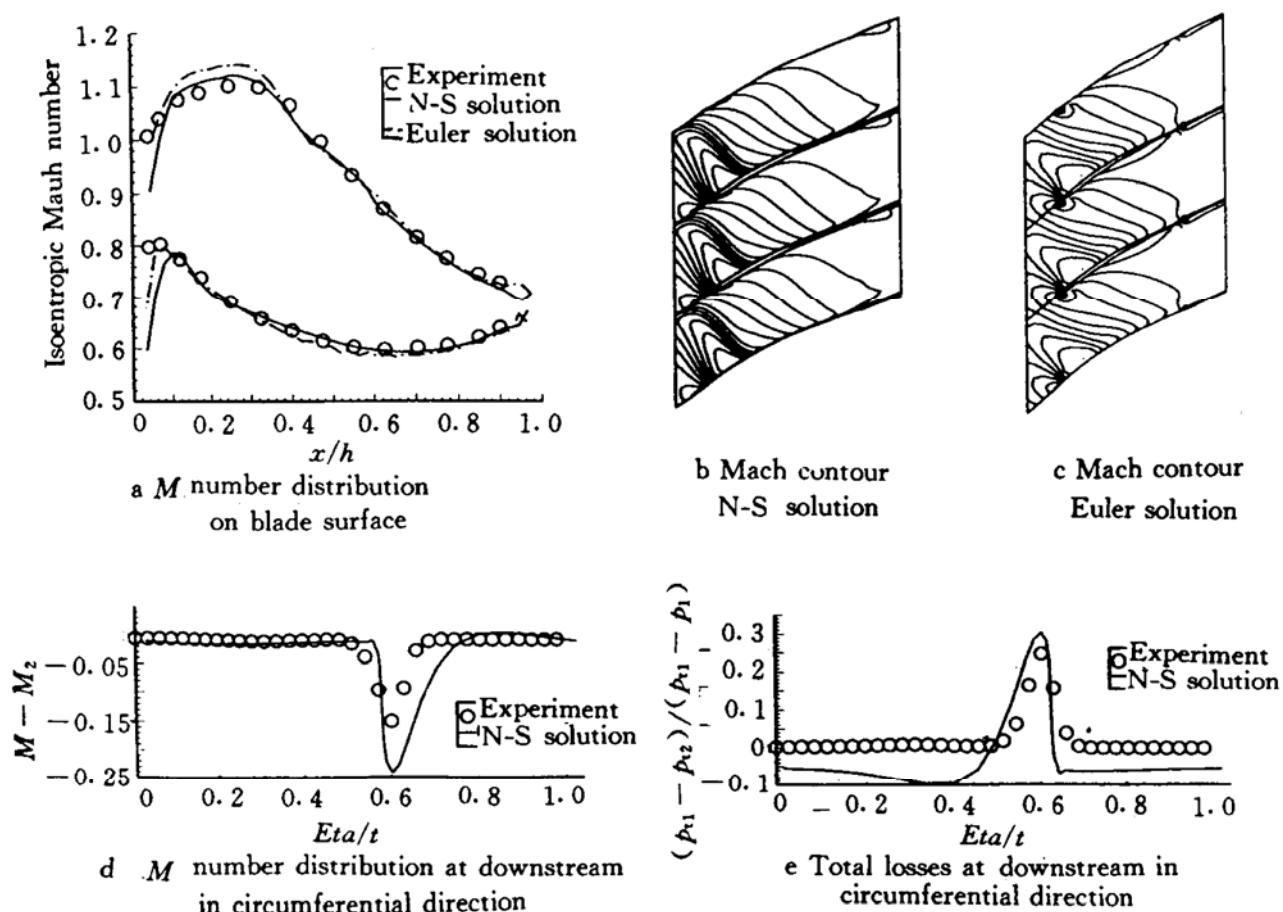
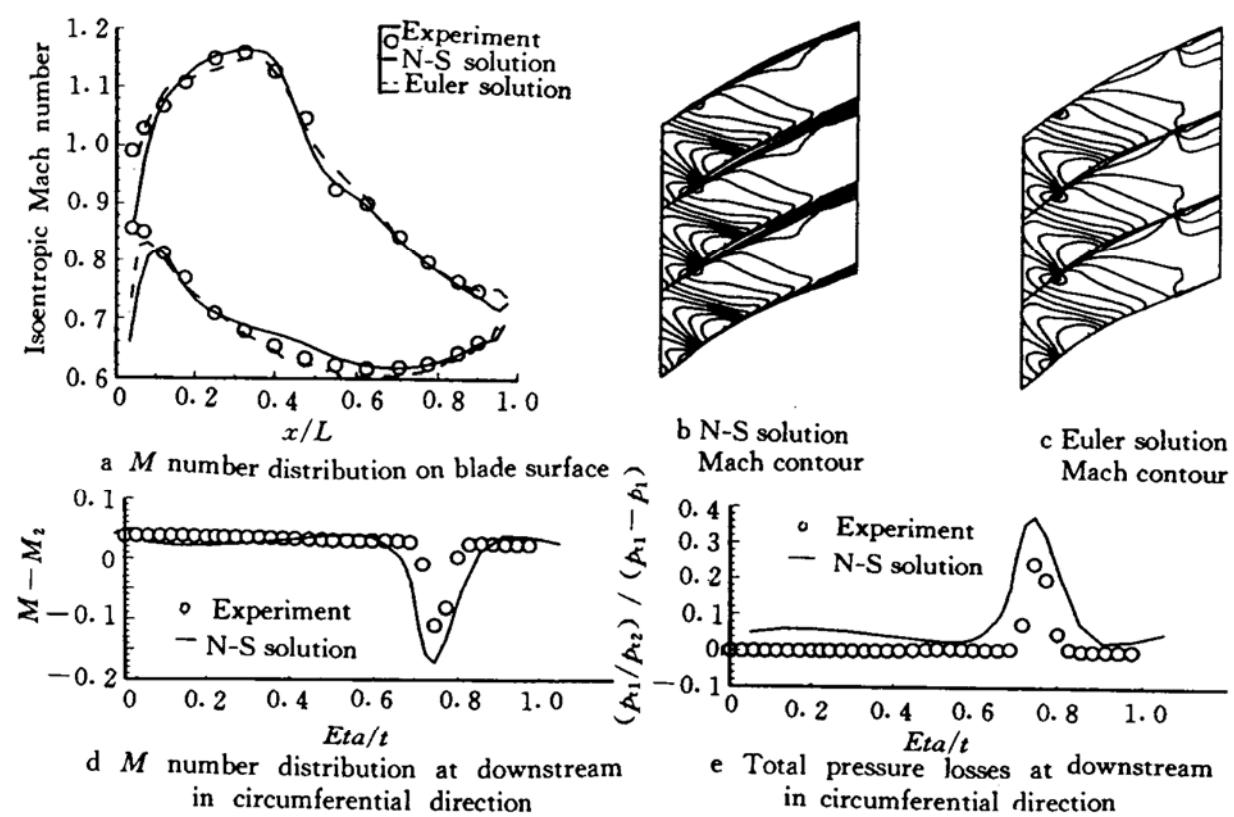


Fig. 2 Controlled diffusion airfoil cascade ($Ma=0.917$)

3 数值结果分析

这节给出四种叶栅的计算结果与实验结果的对比: 图2~4给出可控扩散叶型叶栅的结果(图中 x/L 为相对弦向座标)。进口马赫数分别为 $Ma_\infty = 0.917, 0.922, 0.927$, 计算网格数为 96×68 。由图(a), (b)看出, 吸力面上的超音区由前缘延伸到叶型的 50% 左右, 并且最

Fig. 3 Controlled diffusion airfoil cascade ($Ma=0.922$)Fig. 4 Controlled diffusion airfoil cascade ($Ma=0.927$)

大值不超过 1.16。由于吸力面上的 Ma 数较低, 流动在叶片的后部逐渐减速直到叶栅出口 Ma 数 $0.64\sim0.66$, 图 (c) 是相应的欧拉解, 通道中没有激波, 因而与 N-S 解差别不大。图 (d), (e) 是距尾缘半个栅距远处沿周向 (相对座标 Eta/t) Ma 数分布和总压损失分布。

图 5, 6 给出超音速叶栅 SS I 和 SS II 的计算结果。来流 Ma 数分别为 $Ma_{\infty}=1.21, 1.16$, 计算网格数为 127×69 。可以看到, 叶栅槽道中存在较强的激波, 激波分辨率较高, 激波后附面层明显增厚。由于有效地控制了数值失速, 计算所得激波位置准确。

图 6 同时给出了欧拉解和 N-S 解。在相同的轴向速度密度比条件下, 无粘流所得槽道激波处于尾缘, 与实验情况偏差很远。

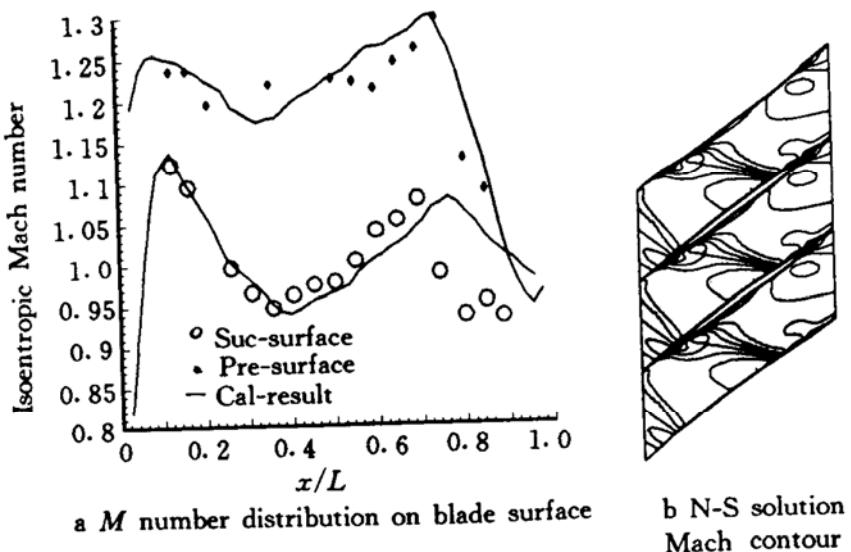


Fig. 5 Supersonic cascade SS I ($Ma_{\infty}=1.21$)

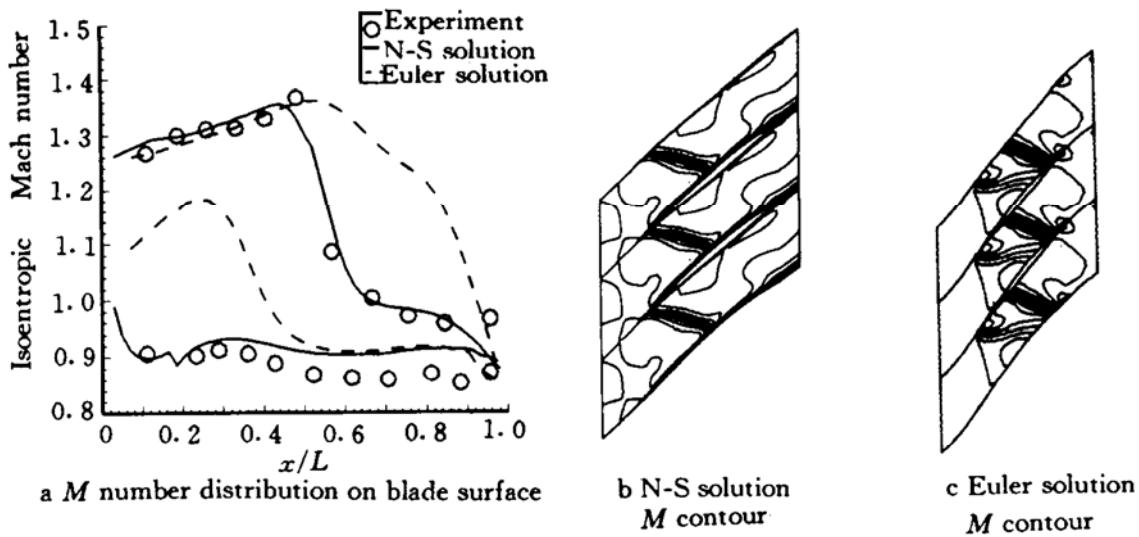


Fig. 6 Supersonic cascade SS II ($Ma_{\infty}=1.16$)

4 小 结

采用时间相关有限体积法, 对跨音速压气机叶栅的粘性流场进行了数值模拟, 计算结果表明, 叶栅激波流场均有较高的激波分辨率, 激波位置较准确, 壁面压力分布与实验结果吻合良好, 本方法可能成为叶栅设计中粘性流场分析的有效工具。

参 考 文 献

- 3 Jameson A. Solution of the Euler equations for two dimensional transonic flow by a multigrid method. *Applied Mathematics and Computation*, 1983, 13: 327~356
- 1 Cambier L, Escande B. Calculation of a three-dimensional shock wave-turbulent boundary-layer interaction. *AIAA Journal*, 1990, 28(11): 1901~1908
- 2 Denton J D. The Calculation of three-dimensional viscous flow through multistage turbomachines. *Transactions of the ASME Journal of Turbomachinery*, JANUARY 1992, 114
- 4 Zhou Xinhai, Liu Songling, Fan Feida. Numerical modeling of transonic flows over airfoils and cascades. *Flow Dynamics and Frictional Behavior Encyclopedia of Fluid Mechanics* Gulf Publishing, 1986: 533~559.

(上接第 48 页)

参 考 文 献

- 1 Tong H, Hartman G J. AFRPL graphite performance prediction program. Improved capability for the design and ablation performance prediction of advanced airforce propellant rocket nozzles. AD-A035 575/OSL
- 2 Chauhan R S. Verification of fantastic integrated code. N88-15613/S/XAD